Die Bedingungen für Konkatenierbarkeit von Zeichenklassen aus dyadischen Kategorienfeldern

1. Wie wir in Toth (2010) gezeigt haben, muss jedes elementare Zeichen einem der folgenden 6 Kategorienfeldern entsprechen

[B˚, A˚]

[A˚B˚, A]

[B, A˚B˚]

[A˚, BA]

[B, A˚B˚]

[B˚, BA].

Ferner muss die Indizierung geregelt sein, denn jeder der beiden Morphismen darf nur mit Indizes der Mengenfamilie {idx, A, B, BA} belegt werden, sofern bei der Konkatenation der Dyaden zu Triaden genau die Menge der Peirceschen Zeichenklassen erzeugt werden soll. M.a.W., inverse Morphismen sind bei Indizierungen auf die Menge der 17 „komplementären" Zeichenklassen reserviert.

2. Wir haben damit folgende Definition: **Ein elementares Zeichen ist eine dyadische Relation zwischen zwei Morphismen, von denen der eine invers sein muss und beide nur dann invers sein dürfen, wenn keiner komponiert ist, sowie einer Familie von Mengen von Kategorien, aus denen die Indizes selektiert werden, um die Dyaden von Morphismen in gerichtete Mengen zu verwandeln.**

Nachdem von Foerster (1967) die Güntherschen Kenogramme, d.h. Platzhalter des Nichts und frei zur Belegung mit logischen, mathematischen oder semiotischen Werten, durch inverse Funktionen definiert hatte, kommt in unserer obigen Definition zum Ausdruck, dass die Definition eines Zeichens gleichzeitig diejenige seines Kenogramms, oder besser gesagt: das Kenogramm sowohl als (mit semiotischen Werten) belegtes und unbelegtes enthält.

Wenn wir nun einen letzten Schritt weiter in Richtung Abstraktion tun, dann bekommen wir also

$ZR = [X_w, Y^{\circ}_z]$ oder $ZR = [X^{\circ}_w, Y_z]$

mit X, Y $\in$ {A, B} und w, z $\in$ {α, β},

wobei die Morpismen wie folgt definiert seien:

A Ξ 1. → 2. $\quad\quad$ α Ξ .1 → .2

B Ξ 2. → 3. $\quad\quad$ α Ξ .2 → .3

(d.h. der Unterschied zwischen Gross- und Kleinschreibung bezieht sich auf denjenigen von triadischen und trichotomischen Peirce-Zahlen.)

Das ist also die vollständige Definition der Elementarzeichen aus zwei 3-elementigen Repertoires von Peirce-Zahlen.

3. Was wir hiermit jedoch noch nicht haben, sind die Bedingungen für triadische Relationen. Wenn wir

1. falsche triadische Peirce-Zahlen miteinander kombinieren, z.B.

[B, BA],

dann bekommen wir ein Paar von unkonkatenierbaren Dyaden:

[B, BA] Ξ (2.x 1.y/3.w 3.z) mit 1. $\neq$ 3.

2. falsche trichotomische Peirce-Zahlen kombinieren, z.B.

$[B^{\circ}_{\beta^{\circ}}, A^{\circ}_{\beta}]$ Ξ (3.3 2.2/2.2 1.1) = (3.3 2.2 1.1) mit .2 >.1,

oder 3. sowohl falsche triadische als auch falsche trichotomische Peirce-Zahlen kombinieren, z.B.

$[B_{\beta}, B_{\beta^{\circ}}]$ Ξ (2.2 3.3/2.3 3.2) mit 3. $\neq$ 2. und .3 > .2,

dann können wir zwar alle möglichen Kombinationen von Dyaden erzeugen, wobei durch 1. die Triadizitätsbeschränkung zugunsten von n-adizität (n > 3) und durch 2. die Inklusionsordnung a $\leq$ b $\leq$ c für (3.a 2.b. 1.c) aufgehoben wird, aber wir erkennen gleichzeitig, dass die durch 1. und 2. (bzw. zusammengefasst in 3.) verankerten Einschränkungen genau die Konkatenationsbedingungen für triadische semiotische Relationen und dyadische semiotische Relationen festlegen.

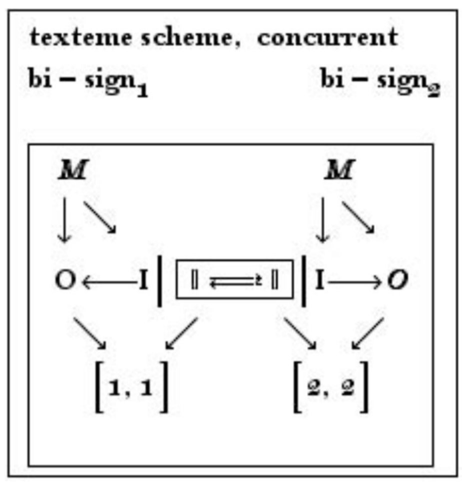
Bibliographie

Günther, Gotthard/von Foerster, Heinz, The logic structure of evolution and emanation. In: Annals of the New York Academy of Sciences 138, 1967, S. 874-891

Toth, Alfred, Die abstrakteste Definition des Zeichens. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Matching conditions für Bi-Zeichen und für kategoriale Dyaden

1. Rudolf Kaehrs polykontexturale Semiotik besteht, grob gesagt, in der Einsicht, dass es zu jedem Morphismus auch eine spezielle Form der Umkehrung gibt, den Heteromorphismus. Wie der Morphismus die Abbildung für eine Kategorie ist, so ist der Heteromorphismus die Abbildung für eine Saltatorie. Entsprechend dieser Komplementarität wird zwischen Zeichen- und Bi-Zeichen unterschieden (Kaehr 2009):



2. Eine ähnliche Situation herrscht in der Theorie der kategorialen Dyaden (vgl. Toth 2010), nur dass Matching-Conditions hier eben zwischen allen Dyaden und nicht nur zu jeweils einem Paar pro Bi-Zeichen stattfinden.

Neben I Ξ I wie oben in Kaehrs Bild kann man natürlich MΞ M und OΞO matchen (homogene Matches). Daneben gibt es an heterogenen Matches M Ξ O, M Ξ I und O Ξ I. Das wichtige ist aber, dass jeweils nur eine Ecke des Zeichens und seines Bi-Zeichens gematcht werden, denn die Basis-Zeichenrelation ist bei Kaehr triadisch und nicht wie in der Theorie der kategorialen Dyaden triadisch.

Konkateniert man triadische Zeichenrelationen aus kategorialen Dyaden, so gibt es genau folgende 6 Möglichkeiten, welche den folgenden numerischen Subzeichen-Paaren entsprechen

[B°, A°]	=	(3.2, 2.1)
[A°B°, A]	=	(3.1, 1.2)
[B, A°B°]	=	(2.3, 3.1)
[A°, BA]	=	(2.1, 1.3)
[B, A°B°]	=	(2.3, 3.1)
[B°, BA]	=	(3.2, 1.3)

Auf diese sehr einfache Weise kann man also entweder vom Kaehrschen oder meinem Modell aus bestimmen, welche Entsprechungen zwischen den jeweiligen Matching Conditions bestehen:

M Ξ M	[A°B°, A], [A°, BA]	homogene
O Ξ O	[B°, A°]	
I Ξ I	[B, A°B°], [B, A°B°]	

O Ξ M [B°, BA] inhomogen

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Xanadu´s Textemes. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadu-textemes.pdf (2009)

Toth, Alfred, Die kommunikative Zeichenrelation, in: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Zusammenhang und verbotene Strukturen in semiotischen Feldern

1. Wir gehen wiederum davon aus, dass wir unter der (unmittelbaren) Umgebung eines Subzeichens die Menge

U(a.b) = ((a-1.b) ,(a.b-1); (a+1.b)), (a.b+1)}

verstehen, d.h. nur solche Subzeichen (a´.b´) werden als unmittelbare Nachbarn von (a.b) aufgefasst, die höchstens einen Schritt, d.h. einen triadischen oder einen trichotomischen Schritt, von (a.b) entfernt sind, d.h. |a´-a| oder |b´- b|. Hierdurch wird in Sonderheit bestimmt, dass diagonal benachbarte Subzeichen zu den mittelbaren Nachbarn gehören, da zu ihrer Erreichung 2 lineare Schritte nötig sind:

$\downarrow \leftarrow$ 1.3

$\leftarrow$ 2.2

3.1

2. Wenn wir gleiche Umgebungen mit gleichen kleinen griechischen Buchstaben markieren, dann folgt aus der Definition von U(a.b), dass die Strukturen wir folgt aussehen.

$\alpha \quad \alpha \qquad\qquad \alpha \quad \alpha$

$\alpha \qquad\qquad\qquad\quad \alpha$

$\quad\; \alpha \qquad\qquad \alpha$

$\alpha \quad \alpha \qquad\qquad \alpha \quad \alpha$

Das gilt also sowohl für Haupt- (rechte Beispiele) wie für Nebendiagonalität (linke Beispiele). Es bedeutet ferner, dass in den oberen beiden Beispielen nicht die lineare Adjazenz von α - α ausgeschlossen wird – denn diese ist garantiert dadurch, dass (a.b) $\in$ U(a.b) ist, d.h. per definitionem, sondern die diagonale Adjazenz.

3. An dieser Stelle ist ein kleinerer Einschub nötig. Ich erinnere daran (Toth 2009), dass für triadische Peirce-Zahlen gilt:

tdPZ: $1. \subset 2. \subset 3.$

und für trichotomische Peirce-Zahlen:

ttPZ: $.1 < .2 < .3$

zwar deshalb, weil jede tiefere Kategorie in der höheren so eingeschlossen ist, dass sich eine verschachtelte „Relation über Relationen" ergibt (Bense 1979, S. 53, 67). Da diese Relationen aber umkehrbar sind, gilt auch

tdPZ: $3. \supset 2. . \supset 1.$

ttPZ: $.3 > .2 > .1$

Genuine Subzeichen (identitive Morphismen) sind demnach dadurch charakterisiert, dass für alle (a.b) gilt (a. =.b) und somit a. $\subset\supset$ .b und .a < > .b.

Allgemein gilt somit für alle (a.b), (c.d) mit paarweise verschiedenen Werten für a, b, c, d: a. $\subset$ c. oder a. $\supset$ c. sowie .b < .d oder .b > .d.

Somit gilt für alle (a.b), (c.d) mit (c.d) = $(a.b)^{\circ}$: a. $\subset$ c. und .b > .d oder a. $\supset$ c. und .b < .d.

Würden nun diagonale Nachbarn als unmittelbare Umgebung erlaubt, entstünde in

$$\begin{array}{ccccc} \alpha & & & & \alpha \\ & \alpha & & \alpha & \\ \alpha & \alpha & & \alpha & \alpha \end{array}$$

ein Konflikt, insofern gelten würde:

(a.b) = (c.d) mit a < c oder a > c sowie b > d oder b < d. Damit wären also 2 Subzeichen unvergleichbar bzw. durch die Erlaubnis der unmittelbaren diagonalen Nachbarschaft der logische Identitätssatz aufgehoben.

4. Damit bekommen wir als maximale widerspruchsfreie Umgebungsstruktur

	α	
α	α	α
	α,	

die bekanntlich U(2.2) ist. Weil hier entsprechend der Diagpnalität jeweils nur direkte unmittelbare Nachbarschaft besteht, kann man das Diagramm sogleich zur vollständigen kategorialen Matrize vervollständigen

β	α	β
α	α	α
β	α	β.

Setzen wir jedoch links oben ein α in die Matrize ein, dann folgen sofort drei unmittelbar benachbarte Elemente

α	α	-
α	-	-
-	-	-

Nehmen wir an, das nächste Elemente sei β, dann muss das dritte diagonale Element γ sein

α	α	-
α	β	-
-	-	γ

Wie man nun aber weiter macht, entsteht Mehrdeutigkeit, denn erstens kann das zentrale β als seinen Linksvorgänger ein β beanspruchen, dann aber ist diese Position zusammen mit α doppelt besetzt: U(β) = (α, β). Nimmt man aber z.B. an, der rechte untere Block sei eine Kopie der ganzen 3×3-Matrix, dann kann man einsetzen

$$\begin{array}{ccc} \alpha & \alpha & - \\ \alpha & \beta & \beta \\ - & \beta & \gamma. \end{array}$$

β hat dann als weiteres Element β in der rechten oberen Ecke, aber nun ist die linke untere Ecke unbestimmt:

$$\begin{array}{ccc} \alpha & \alpha & \beta \\ \alpha & \beta & \beta \\ ? & \beta & \gamma, \end{array}$$

es bleibt also bis zuletzt ein Moment der Unbestimmtheit in einem semiotischen Feld.

Bibliographie

Bense, Max,Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Die quantitativ-qualitative Arithmetik der Peirce-Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Die abstrakteste Definition des Zeichens

1. Nach Peirce wird das Zeichen bekanntlich als triadische Relation wie folgt definiert:

ZR = (3.a 2.b 1.c) mit a, b, c $\in$ {.1, .2, .3},

wobei die Belegung der a, b, c besagt, dass das Zeichen nicht nur eine triadische, sondern zugleich eine trichotomische Relation ist und dass die triadischen und die trichotomischen Werte bis auf die "Stelligkeit" (d.h. a. vs. .a) identisch sind. Peirce mutet uns hier also die Monstrosität gespaltener und heterogen wieder zusammengesetzter Kategorien zu (z.B. MO, MI, IM, IO, usw.). Gibt es wirklich eine Bruchrechnung für Kategorien? Der definierte Unterschied zwischen MO und OM (vgl. ½ vs. 2/1) lässt das vermuten. Mit dem, was üblicherweise in der Geschichte der Philosophie unter Kategorien verstanden wird, hat das jedenfalls nichts zu tun.

Damit sind aber noch nicht alle Harmhaftigkeiten aufgezählt, die unter der obigen Definition verborgen sind. Diese gilt nämlich nur in der aufgezählten rückschreitenden Abfolge der Kategorien, d.h. Peirce behauptet, in der Semiotik werde 3 → 2 → 1 gezählt. Allein, die umgekehrte Reihenfolge bei den dualen Realitätsthematiken 1 → 2 → 3, die Reihenfolge bei Kommunikationsschemata (I → M → O) und bei Kreationsschemata (I → M → O bzw. M → I → O) und ihre jeweiligen dualisierten Realitätsthematiken deuten darauf hin, dass sämtliche 6 permutierten Ordnungen semiotisch relevant sind.

Doch auch damit sind wir noch nicht zuende. Als weitere selbstverständlich vorausgesetzte Bedingung gilt nämlich, dass die triadischen Werte paarweise verschieden sein müssen; damit werden Relationen wie *(3.1 3.2 1.2), *(3.1 2.2 2.1 1.3), *(3.1 2.1 1.1 1.2) usw. ausgeschlossen. Allerdings gilt diese Restriktion merkwürdigerweise nicht für die Realitätsthematiken, denn dort werden rekurrente Subzeichen benutzt, um Thematisate im Rahmen der strukturellen Realitäten zu definieren. Ja, die ganze semiotische Realitätentheorie, um die sich der späte Bense gekümmert hatte, basiert gerade darauf, dass in Realitätsthematiken mindestens zwei Subzeichen demselben Hauptbezug angehören (daraus folgt übrigens auch, dass Realitätsthematiken dyadisch oder monadisch, aber nicht triadisch sind). Auch diese – wie alle bereits besprochenen Restriktionen und Limitationen – sind aber keineswegs semiotisch oder mathematisch, d.h. „von innen“ her bedingt. Denn nichts spricht z.B. gegen die Annahme von 2 Interpretanten in einer Zeichenrelation – nämlich als Sender und Empfänger eines Kommunikationsschemas. Dass das Objekt als „Sender“ diene, wie es z.B. bei Bense (1971, S. 40) steht, glaubt doch wohl höchstens ein Vertreter der Eidolon-Theorie. Ferner: Wenn ein Objekt imstande ist, Signale auszusenden, dann ist es entweder Subjekt oder zugleich Subjekt (d.h. subjektives Objekt oder objektives Subjekt).

Wie man aus dieser letzteren Einschränkung ersieht, verbirgt sich hinter ihr also noch eine weitere Limitation: Die ebenfalls stillschweigend vorausgesetzte, bereits bei Schröder als falsch bewiesene und trotzdem von Peirce (und später Marty) „bewiesene“ Behauptung, Zeichen müssten triadisch sein, da alle höheren Relationen sich auf Triaden, aber nicht weiter auf Dyaden oder Monaden reduzieren liessen. Dass das klar falsch ist, hätte man sogar in Stuttgart bemerken müssen, denn Walther konstruiert in ihrer „Allgemeinen Zeichenlehre“ die triadischen Zeichenklassen aus konkatenierten Dyaden (1979, S. 79), was vollkommen richtig ist und wie so viele weitere Argumente beweist, dass die basale Zeichenrelation eben dyadisch und nicht triadisch ist.

Man glaubt also kaum, wie viele Restriktionen sich hinter der unschuldig aussehenden Definition ZR = (3.a 2.b 1.c) verstecken. Indessen, es gibt noch eine weitere Einschränkung, und sie garantiert das, was man in Stuttgart früher fälschlich „semiotische Wohlordnung“ genannt hat: $a \leq b \leq c$. Damit werden Zeichenrelationen der Form *(3.1 2.2 1.1), *(3.2 2.3 1.2), aber leider auch die tatsächlich existierende – und zwar als Hauptdiagonale der semiotischen Matrix unangreifbare – Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1) ausgeschlossen. Insgesamt wird durch diese Inklusionsordnung die Menge der kombinatorisch möglichen 3 hoch 3 = 27 Zeichenklassen auf nur 10 eingeschränkt und darum zum Ärger der Stuttgarter Semiotik gleich auch noch eine Partition von 10 / 17 „komplementären“ Zeichenklassen definiert.

2. Die im Titel angekündigte abstrakteste Definition des Zeichens muss natürlich mit dem Krimskrams der von aussen herangetragenen Restriktionen und Konditionen abfahren. Wie in Toth (2010) gezeigt, kann man zu jedem Subzeichen sein entsprechendes Repräsentationsfeld, d.h. die Menge der unmittelbaren und mittelbaren topologischen Umgebungen, bilden und ferner das Repräentationsfeld selbst als „Kategorienfeld" definieren. Dann hat gemäss der Anzahl der Permutationen der triadischen Peirceschen Zeichenrelation jede Dyaden, aus deren Paaren sie konkateniert ist, eine der folgenden sechs Formen:

$[B^\circ, A^\circ]$

$[A^\circ B^\circ, A]$

$[B, A^\circ B^\circ]$

$[A^\circ, BA]$

$[B, A^\circ B^\circ]$

$[B^\circ, BA]$

Wie man also erkennt, ist ein Elementarzeichen eine dyadische Relation, d.h. ein Paar von Morphismen, von denen mindestens einer invers sein muss. (Zwei inverse Morphismen sind nur dann möglich, wenn kein Morphismus komponiert ist.) Hat ein komponierter Morphismus M die Form [MN, M], dann hat sein komponierter „Zwillingsmorphismus" nicht die Form [M, MN], sondern [N, MN], d.h. die Position eines Morphismus ist relevant.

Aus diesen 6 Basiszeichen können nun durch Konkatenation triadische Zeichenklassen konstruiert werden, wobei die einzelnen Dyaden durch eine Mengenfamilie von „Spuren" von Kategorien indiziert werden, z.B.

$[B^\circ, A^\circ]_{id3} = (3.3\ 2.3\ 1.3)$

$[A^\circ B^\circ_\alpha, A_\beta] = (3.1\ 1.2\ 2.3)$

$[B_{\beta^\circ}, A^\circ B^\circ_{\alpha^\circ}] = (2.3\ 3.2\ 1.1)$.

Wie man erkennt, sind inverse Spuren reserviert für die 17 „komplementären“, d.h. nicht der Inklusionsordnung $a \leq b \leq c$ folgenden Zeichenrelationen bzw. „irregulären“ Zeichenklassen.

Bibliographie

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Toth, Alfred, Zeichenklassen als Definitionen von Kategorienfeldern. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Kategoriensorten im triadischen Inklusionsschema

1. Es ist eine bekannte Tatsache, dass das peircesche Zeichen nicht durch

*ZR = (M → O → I),

sondern durch

ZR = (M, (M → O), (M → O → I))

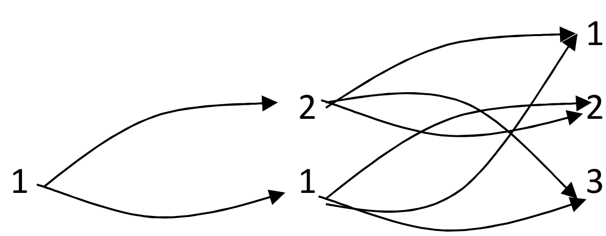
definiert ist (vgl. Bense 1979, S. 53, 67), d.h. das Zeichen ist nicht eine triadische Relation über drei Monaden, sondern eine triadische Relation über einer Monade, einer Dyade und einer Triade.

2. Nun hatte Bense (1981, S. 124 ff.) algebraische Kategorien zur Beschreibung semiotischer Relationen eingeführt. Er und seine Nachfolger hatten sich jedoch darauf beschränkt, bei den Subzeichen anzufangen, die in ihrer Statik und Dynamik zugleich Objekte und Morphismen darstellen, also z.B.

(3.1) = (3.) → (1.) .

Damit kann man aber streng genommen auf die Objekte verzichten, denn jedes Objekt kann in Primzeichen aufgelöst werden. Das ist allerdings nur dann möglich, wenn man unter die Subzeichen gehen kann mit Hilfe der Kategorientheorie.

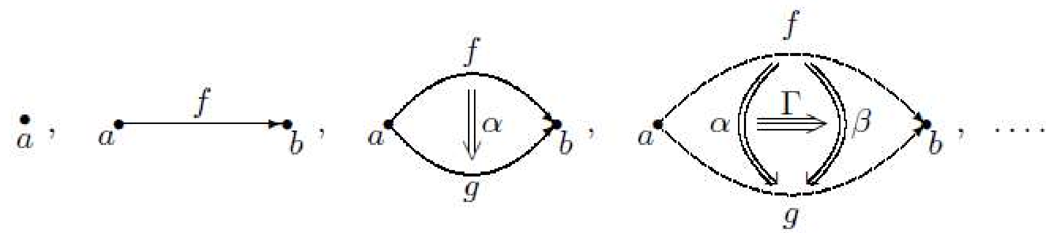
3. Ein kategorientheoretischer Aufbau des Peirceschen Zeichenschemas als einer verschachtelten Relation über Relationen könnte wie folgt aussehen:



ZR = (1, (1 → 2), (1 → 2 → 3))

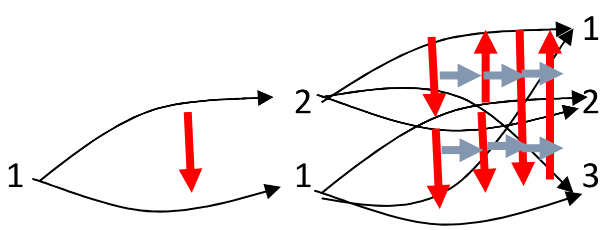
Damit ist also jegliche Substanz aufgelöst (vgl. die Absicht der Helmslevschen Glossematik!). Der Preis dafür ist allerdings, dass wir hier Kategorien verschiedener

Sorten vor uns haben, sogenannte n-Kategorien. Vgl. dazu die folgenden Beispiele, die Leinster (2003, vi) gibt:



> Typical example: for any topological space X there is an n-category whose k-cells are maps from the closed k-dimensional ball into X. A 0-category is just a set, and a 1-category just an ordinary category.

Wie man erkennt, bedingt dies ferner Abbildungen zwischen den Kategorien verschiedenen Typs



mit denen in der Semiotik völliges Neuland betreten wird.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Leinster, Tom, Higher Operads, Higher Categories. Cambridge, UK, 2003

Kategorien und Peirce-Zahlen

1. In Toth (2009) wurden triadische (tdP) und trichotomische Peirce-Zahlen (ttP) unterscheiden:

tdP = {(a+n.b)}

ttP = {(a.b+n)}, n $\in$ {1, 2, 3}

Wenn man sich nun die Definition der algebraischen Kategorien anschaut, welche Bense (1981, S. 124 ff.) in die Semiotik eingeführt hat:

X := (a → b)

mit X $\in$ {α, β, α^o, β^o, $\beta\alpha$, $\alpha^o\beta^o$, id1, id2, id3}

und a, b $\in$ {1, 2, 3},

dann erkennt man sehr schnell, dass sie insofern mehrdeutig ist, als dass nicht zwischen tdP und ttP unterschieden wird; z.B. kann

α = 1 → 2

sowohl die Transformation tdP → tdP

(1.1) → (1.2),

als auch die Transformation ttP → ttP

(1.1) → (2.1),

beschreiben. (Sie kann hingegen nicht die Transformation (1.1) → (2.2) beschreiben, da es sich hier weder um tdP noch um ttP, sondern auch diagP, also diagonale Peirce-Zahlen, handelt.)

2. Die Ambiguität sieht also formal wie folgt aus

2.1. (a.1) → (a.2)

2.2. (1.a) → (1.b),

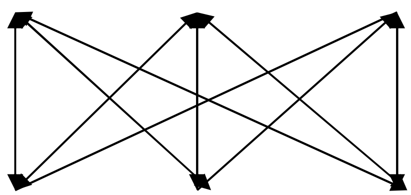
oder abstrakt

(.a) → (.b)

(a.) → (b.).

D.h. wir gehen bei einer triadischen Zeichenrelation von folgenden 6 Möglickten morphismischer Abbildungen aus:

(1.), (2.), (3.)



(.1), (.2), (.3)

Dabei ergeben sich also

1. →: {id1, α, $\beta\alpha$} → .1: {id1, α^o, $\alpha^o\beta^o$}

2. →: {α^o, id2, β} → .2: {α, id2,β^o}

3. →: {$\alpha^o\beta^o$, β^o, id3} → .3: {$\beta\alpha$, β, id3},

wobei die allgemeine Struktur wie folgt aussieht:

1. →: {A, B, C} → .1: {A^o, B^o, C^o}

Da sich tdP und ttP nur durch die Position in einer Dyade unterscheiden, muss also eine Kategorie unter jeweils zweimal drei Möglichkeiten morphismischer Abbildung innerhalb eines Subzeichens entscheiden können; z.B. bei (1.3)

(1. →: {id1, α, $\boxed{\beta\alpha}$ }) → (→ .3: { $\boxed{\beta\alpha}$, β, id3},)

Es gilt somit:

$M(a.b) = M(a.\rightarrow) \rightarrow M(\rightarrow.b) := \bigcap(\underline{C}(M(a.\rightarrow), \underline{D}(M(\rightarrow.b))$.

Bibliographie

Toth, Alfred, Die quantitativ-qualitative Arithmetik der Peirce-Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Kaehrs bifunktorialer Ansatz für die Linguistik der Wortbüsche

1. Wenn ich Rudolf Kaehrs neue Kategorientheorie richtig verstanden habe, ist das revolutionäre Element der von ihm bereits in seinem früheren „Book of Diamonds“ eingeführte Heteromorphismus, der es erlaubt, antiparallele Morphismen zu definieren und auf diese Weise für jedes Objekt seine Umgebung zu bestimmen bzw. genauer: ein Objekt gleichzeitig hinblicklich seines Systems und seiner Umgebung zu bestimmen. Der Begriff der Umgebung eines Objektes hat ja in der traditionellen Kategorientheorie gar keinen Sinn, und so geht er auch nicht in die Definition einer Kategorie ein. Nun hatte bereits Bense (1981, S. 124 ff.) gezeigt, dass die Kategorientheorie Mac Lanescher Bestimmung „for the working mathematician“ auch für den an der Formalisierung der Semiotik Arbeitenden anwendbar ist. Ferner gibt es verschiedene Versuche, Umgebung und Situation von Zeichen innerhalb der Semiotik zu bestimmen, die fast alle auf Bense (1975) zurückgehen.

2. Der Basisbegriff Kaehrs ist das Bi-Zeichen, das seinerseits in einen „Diamanten“ eingebettet ist und seinen elementaren Abschluss in einem „Textem“ findet (das mit den strukturalistischen Textemen nichts zu tun hat). So, wie nun Wörter in Texten zusammenhängen, hängen Zeichen mit ihren Umgebungen zusammen. Ich denke, das dürfte eine der fundamentalsten Entdeckungen der Kaehrschen Bifunktorialitätstheorie sein. Unter den Zusammenhängen unterschied Kaehr schon in seinem „Xanadu“-Modell die homogenen von den heterogenen. Dies wiederum bringt eine enorme Erweiterung der formalen Semiotik mit sich, insofern, von meiner Zeichengrammatik abgesehen, die aber anders funktioniert, bisher nur homogene Zeichenverbindungen verwendet werden konnten, d.h. Zeichen konnten nun nur über ihnen gemeinsame Monaden, Dyaden (und im eigenrealen Falle) Triaden verknüpft werden. Zur Bestimmungen von heterogenen Zeichenverbindungen hatte Kaehr schon in früheren Arbeiten „matching conditions“ festgestellt (wobei hier die Verknüpfungen, wenn ich recht sehe, über gemeinsame Kontexturenzahlen laufen).

3. Semiotisch kann man die Umgebung eines Zeichens am einfachsten dadurch bestimmen, dass man zu jedem Subzeichen seinen topologischen Raum bildet, d.h.

U(a.b) = {(a.b)}

Wenn man z.B., wie dies in Toth (2009) getan wurde, nur lineare Nachbarschaft akzeptiert, erhält man als Umgebung von (1.1)

$$\begin{array}{ccc} \boxed{\begin{array}{cc} 1.1 & 1.2 \\ 2.1 & 2.2 \end{array}} & \begin{array}{c} 1.3 \\ 2.3 \end{array} \\ \begin{array}{cc} 3.1 & 3.2 \end{array} & 3.3 \end{array}$$

U_1(1.1) = {(1.1), (1.2), (2.1), (2.2)}

(Jedes Element ist natürlich seine eigene Umgebung, das legitimiert sozusagen topologisch die Einführung von Bi-Zeichen, wenn sie der Legitimation denn bedarf.)

Elemente 2. Grades sind dann Elemente, die Nachbarn der Umgebung der Elemente 1. Grades sind, im obigen Fall der semiotischen Matrix alles gerade alle übrigen:

U_2(1.1) = {(1.3), (2.3), (3.1), (3.2), (3.3)},

und wir haben natürlich in diesem Fall

U_1 (a.b) $\cup$ U_2 (a.b) = Matrix.

Wie ich in einer früheren Arbeit gezeigt habe, partitionieren Umgebungen die Matrix, nur gibt es Fälle, wo Umgebungen 3. Grades vorkommen, die Gradzahl der Umgebung ist somit eine Funktion der relationalen Mächtigkeit der Elemente der Matrix selbst, und somit der Matrix selbst, wenn sie vollständig ist, d.h. für quadratische Matrizen m $\times$ m gilt

U_1 (a.b) $\cup$ ... $\cup$ U_m (a.b) = m$\times$m- Matrix

(eine exaktere Darstellung hat hier keinen Sinn).

4. in Kaehrs Darstellung

Bifunctoriality in category theory with $[\circ, \otimes]$

$$\begin{bmatrix} q_1 & q_2 \\ p_1 & p_2 \end{bmatrix} : \begin{pmatrix} p_1 \\ \otimes \\ p_2 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} q_1 \\ \otimes \\ q_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (p_1 \circ q_1) \\ \otimes \\ (p_2 \circ q_2) \end{pmatrix}$$

ist je nachdem p_i ein Objekt und q_i eine Umgebung oder umgekehrt. Die Darstellung besagt vermutlich, intuitiv ausgedrückt, dass zunächst Objekte und ihre Umgebungen zusammengenommen und dann distribuiert werden können. In unserer Darstellung könnte das so aussehen:

$q_1 = U(1.1)$ $q_2 = U(1.2)$

$p_1 = (1.1)$ $p_2 = (1.2)$.

Dann kann man

$((1.1), U(1.1)) \circ ((1.2), U(1.2))$

miteinander verknüpfen (im semiotischen Falle wäre das gleich $U(1.1) \circ U(1.2)$, da jedes (a.b) in {(a.b)} natürlich enthalten ist). Der letzte Schritt betrifft dann die chiastische Relation zwischen (1.1) und (1.2) einerseits sowie U(1.1) und U(1.2) andererseits, d.h. es werden alle möglichen semiotischen Beziehungen, welcher ein topologischer Raum bietet, ausgenützt.

5. Wie in Toth (2010) gezeigt, kann man als linguistisches Modell für die Menge von Umgebungen eines Wortes a den Wortbusch A nehmen. Formal ist

$A = \{\{a\}_1, ..., \{a\}_n\}$,

wobei die $\{a\}_i$ paarweise Umgebungen voneinander bilden. Die Unterscheidung zwischen Umgebungen 1. ... n.ten Grades, wie in der Semiotik, ist möglich, aber müsste auf recht willkürlich ad hoc-Kriterien bestimmt werden, z.B. in der Bestimmung, ob ein ungerundetes /e/ oder ein gerundetes /ö/ „weiter entfernt" ist vom Stammvokal /a/ des Wurzelwortes des Wortbusches. Eine solche Möglichkeit wird im folgenden anhand des ungarischen Wortbusches für Wörter der Bedeutung „rund, kreisförmig" aufgezeigt:

kar-ika “Reifen”
kar-ima “Rand, Bräme” U_1(kar)
kar-ám “Pferch”

ker-ek “rund”
ker-ül “rundherum gehen, umgehen” U_2(kar)
ker-ít “einschliessen”

kar “Arm” kor-c , “Saum” U_3(kar)

kör-öz “umzirkeln”
kör-ny “Umgebung” U_4(kar)
kör-nyez “umgeben”

kur-itol “schärfen, entrunden”
kur-kál “suchen, umzingeln” U_5(kar)

Wir haben also für den Wortbusch R der ung. Wörter $\{r\}_1$ ... $\{r_{12}\}$ für “rund, kreisförmig” (cf. Czuczor and Fogarasi 1862-74):

$R = \{r\}_1 \cup c\{r\}_2 \cup \{r\}_3 \cup ... \cup \{r\}_{12}$,

wobei R, wie leicht gezeigt werden kann, ein Verband ist. Hier kann somit jedes $\{r\}_i$ zugleich als Objekt und als Umgebung, nämlich mindestens trivialerweise als seine eigene, auftreten. Definiert man also die Umgebung eines Objektes als den topologischen Raum auf sich selbst, kann man sowohl Subzeichen als auch Wörter mit der Kaehrschen Bifunktionalitätstheorie zusammenbringen, gemäss der nicht nur die Objekte, sondern auch ihre Umgebungen auf alle möglichen Weisen, d.h.

linear und chiastisch, ausgetauscht werden können, was Kaehr in dem folgenden minimalen Diagramm sehr klar zum Ausdruck bringt:

$$\boxed{\text{sign}_1 \mid \text{env}_1 \amalg \text{sign}_2 \mid \text{env}_2 = (\text{sign}_1 \amalg \text{sign}_2) \mid (\text{env}_1 \amalg \text{env}_2)}.$$

Somit kann man also die Kaehrsche kategorientheoretische Bifunktionalitätstheorie auf die synchrone linguistische Theorie der Wortbüsche anwenden und diese adäquat formalisieren. Ferner sind beide Theorien mit der von mir eingeführten semiotischen Umgebungstheorie kompatibel.

Definiert man dagegen die Umgebung eines kontexturierten Subzeichens $(a.b)_{\alpha,\beta}$ als sein Heteromorphismus, wie das noch in Kaehr Xanadu-Theorie geschieht, d.h. als $U((a.b)_{\alpha,\beta}) = (b.a)_{\beta,\alpha}$, dann scheint mir der Zusammenhang zwischen den kategoriellen Heteromorphismen und den topologischen Umgebungen noch alles andere als klar zu sein, obwohl alles daraufhin deutet, dass es hier eine Lösung geben muss.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Kaehr, Rudolf, What Chinese Grammar? http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Chinese%20Grammar/What%20Chinese%20Grammar.html, 2010

Toth, Alfred, Umgebungen semiotischer Räume. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, Übersetzungstheorie und Etymologie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Multi-Kategorien und Operaden in der Semiotik?

1. Die Definition der Multi-Kategorie in Wikipedia ist so schön, dass ich sie hier gleich reproduzieren möchte:

In mathematics (especially category theory), a **multicategory** is a generalization of the concept of category that allows morphisms of multiple arity. If morphisms in a category are viewed as analogous to functions, then morphisms in a multicategory are analogous to functions of several variables.

Definition

[edit]

A multicategory consists of

- a collection (often a proper class) of objects;
- for every finite sequence $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ of objects (for $n := 0, 1, 2, \ldots$) and object Y, a set of *morphisms* from $X_1, X_2, \ldots$, and X_n to Y; and
- for every object X, a special identity morphism (with $n := 1$) from X to X.

Additionally, there are composition operations: Given a sequence of sequences $(X_{1,1}, X_{1,2}, \ldots, X_{1,n1}; X_{2,1}, X_{2,2}, \ldots, X_{2,n2}; \ldots; X_{m,1}, X_{m,2}, \ldots, X_{m,nm})$ of objects, a sequence $(Y_1, Y_2, \ldots, Y_m)$ of objects, and an object Z: if

- f_1 is a morphism from $X_{1,1}, X_{1,2}, \ldots$, and $X_{1,n}$ to Y_1;
- f_2 is a morphism from $X_{2,1}, X_{2,2}, \ldots$, and $X_{2,n}$ to Y_2;
- …;
- f_m is a morphism from $X_{m,1}, X_{m,2}, \ldots$, and $X_{m,n}$ to Y_m; and
- g is a morphism from $Y_1, Y_2, \ldots$, and Y_m to Z:

then there is a composite morphism $g(f_1, f_2, \ldots, f_m)$ from $X_{1,1}, X_{1,2}, \ldots, X_{1,n1}, X_{2,1}, X_{2,2}, \ldots, X_{2,n2}, \ldots, X_{m,1}, X_{m,2}, \ldots$, and $X_{m,nm}$ to Z. This must satisfy certain axioms:

- If m is 1, Z is Y, and g is the identity morphism for Y, then $g(f)$ must equal f;
- if n_1 is 1, n_2 is 1, …, n_m is 1, X_1 is Y_1, X_2 is Y_2, …, X_m is Y_m, f_1 is the identity morphism for Y_1, f_2 is the identity morphism for Y_2, …, and f_m is the identity morphism for Y_m, then $g(f_1, f_2, \ldots, f_m)$ must equal g; and
- an associativity condition (involving a further level of composition) that takes a long time to write down.

Multi-Kategorien setzen offenbar die in Toth (2010) erstmals skizzierte zahlentheoretische Einführung des Zeichens voraus:

ZR+ = (X, Y, Z) = (X, σX, $\sigma\sigma$X) := {{3, ..., n}, {2, ..., m}, {1, ..., o}}.

Das kann man aber auch so darstellen:

ZR+ = {{3, ..., n}, {2, ..., m}, {1, ..., o}} = {$\mathbb{N}\backslash\{1,2\}$, $\mathbb{N}\backslash\{1\}$, $\mathbb{N}$ },

wobei also die Objekte $\in \mathbb{N}$ sind und die Morphismen f_n und g aus den Morphismen β^o = (.)3(.) → (.)2(.) sowie α^o = (.)2(.) → (.)1(.) der Peirceschen kategoriellen Semiotik redefiniert werden (vgl. z.B. Toth 1997, S. 21 ff.).

2. Nun ist der kategorielle Basisbegriff der Operaden – sozusagen Verallgemeinerungen universeller Algebren, die selbst Verallgemeinerungen „bourbakischer Strukturen“ waren –, wenigstens was seine kategorientheoretische (weniger seine

ursprünglich topologische) Interpretation anbetrifft, auf dem soeben eingeführten Begriff der Multi-Kategorie basiert. Auch hier zitiere ich wieder aus Wikipedia:

In category theory, an **operad without permutations** (sometimes called a **non-symmetric**, **non-Σ** or **plain** operad) is a multicategory with one object. More explicitly, such an operad consists of the following:

- a sequence $(P(n))_{n\in\mathbb{N}}$ of sets, whose elements are called *n-ary operations*,
- for each integers n, k_1, ..., k_n a function

$$\begin{array}{ccc} P(n)\times P(k_1)\times\cdots\times P(k_n) & \to & P(k_1+\cdots+k_n) \\ (\theta,\theta_1,\ldots,\theta_n) & \mapsto & \theta\circ(\theta_1,\ldots,\theta_n) \end{array}$$

  called *composition*,
- an element 1 in $P(1)$ called the *identity*,

satisfying the following coherence properties:

- *associativity*:

$$\theta\circ(\theta_1\circ(\theta_{1,1},\ldots,\theta_{1,k_1}),\ldots,\theta_n\circ(\theta_{n,1},\ldots,\theta_{n,k_n}))=(\theta\circ(\theta_1,\ldots,\theta_n))\circ(\theta_{1,1},\ldots,\theta_{1,k_1},\ldots,\theta_{n,1},\ldots,\theta_{n,k_n})$$

- *identity*:

$$\theta\circ(1,\ldots,1)=\theta=1\circ\theta$$

(where the number of arguments correspond to the arities of the operations).

Die Familie der $P(n)_{n\in\mathbb{N}}$ sind in der Semiotik einfach wieder die drei Mengen $\{\mathbb{N}\backslash\{1,2\}, \mathbb{N}\backslash\{1\}, \mathbb{N}\}$. Die allgemein wie folgt definierten Morphismen:

A **morphism of operads** $f: P\to Q$ consists of a sequence

$$(f_n: P(n)\to Q(n))_{n\in\mathbb{N}}$$

which:

- preserves composition: for every *n*-ary operation θ and operations θ_1, ..., θ_n,

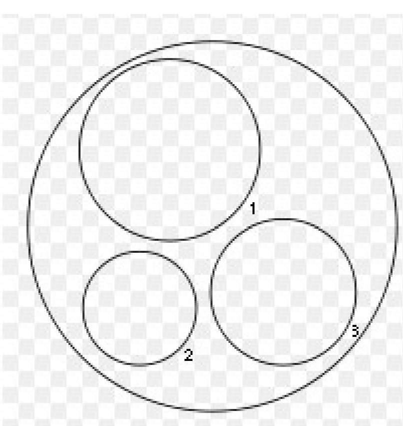
$$f(\theta\circ(\theta_1,\ldots,\theta_n))=f(\theta)\circ(f(\theta_1),\ldots,f(\theta_n))$$

- preserves identity:

  $f(1) = 1$.

Operads were originally defined topologically, by May, but his full definition requires symmetric group actions on the $P(n)$ that are suitably related to the maps θ_n. The permutation actions are additional structure that is vital to the original and most later applications.

sind genau gleich zu behandeln wie oben für allgemeine Multi-Kategorien bestimmt. Ein Problem sehe ich jedoch bei einer topologisch-semiotischen Einführung von Operaden, insofern in dem folgenden Scheiben-Modell von Markl, Shnider and Stasheff (2002) die Bedingung der „disjointness" der „Little-Something"-Operaden bestehen muss:



(aus: Markl, Shnider, Stasheff 2002),

da ja auch im zahlentheoretischen Zeichenmodell die Verschachtelung der monadischen, dyadischen und triadischen Relationen natürlich beibehalten ist.

Bibliographie

Markl, Martin/Snider, Steve/Stasheff, Jim, Operads in Algebra, Topology, and Physics. Univ. of North Carolina Press 2002

Toth, Alfred, Semiotisch-Relationale Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Ein zahlentheoretisches Zeichenmodell. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Semiotische Welten und Multi-Kategorien

1. Nach Peirce wird das Zeichen bekanntlich als

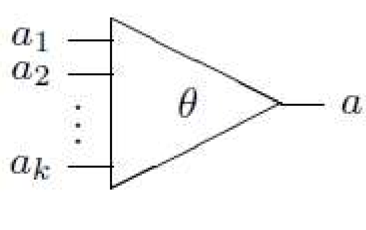
ZR = (M, O, I)

definiert, wobei hier M, O und I allein als Relationen aufgefasst werden, obwohl z.B. Walther (1979, S. 56) ausdrücklich vom M-Repertoire, vom O-Bereich und vom I-Feld spricht: Man erwartet in diesem Fall allerdings

ZR* = ({M}, {O}, {I}},

worin also die Relationen in natürlicher Weise als Mengen definiert sind. Erst mittels ZR* ist es z.B. möglich, eine semiotisch-modelltheoretische Erfüllungsrelation zu definieren, d.h. etwa zu entscheiden, ob „pluplubasch“ (H. Ball) ein Wort des Repertoires der deutschen Sprache ist oder nicht, ob eine Komposition wie „Rothändle-Schleswig-Holstein“ (G. Fanselow) im Objektbereich der deutschen Sprache definiert ist und etwa der Satz „Grüne Idee schlafen wütend“ (N. Chomsky) im Interpretantenfeld der deutschen Sprache zugelassen ist oder nicht.

2. Auf der Basis von ZR* können wir aber die einfachen 1-Kategorien, wie sie von Bense (1981, S. 124 ff.) in die Semiotik eingeführt worden waren, vergessen, denn es handelt sich bei ZR* in allen drei Bezüge, d.h. Relata, ja um die Abbildungen von Objekten mit mehr als 1 Element, d.h. um die Relevanz des folgenden Modells einer Multi-Kategorie aus Leinster (2003, S. vi):



und also nicht um ein Modell wie

X $\rightarrow_{\{\alpha,\beta\}}$ Y (mit X, Y $\in$ {1, 2, 3})

Entsprechend benötigen wir neue Morphismen, allgemein:

- f_1 is a morphism from $X_{1,1}$, $X_{1,2}$, ..., and $X_{1,n}$ to Y_1;
- f_2 is a morphism from $X_{2,1}$, $X_{2,2}$, ..., and $X_{2,n}$ to Y_2;
- ...;
- f_m is a morphism from $X_{m,1}$, $X_{m,2}$, ..., and $X_{m,n}$ to Y_m; and
- g is a morphism from Y_1, Y_2, ..., and Y_m to Z:

Wir können sie im Anschluss an die bisherige semiotische Tradition als α (1→2) und β (2→3) bezeichnen, entsprechend ihre Konversen und Kompositionen (α^o, β^o, $\beta\alpha$, $\alpha^o\beta^o$), die dann als $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, ..., \alpha_n$; $\beta_1, \beta_2, \beta_3, ..., \beta_n$, usw. erscheinen. Damit wird es möglich, mittels Multi-Kategorien ontologische Überkreuzrelationen zu berechnen, z.B.

$ZR = \{M_2, O_{25}, I_{37}\}$.

Will man die Mengen-Relationen-Schreibung aufgeben, kann man sich des in Toth (2010) präsentierten rein zahlentheoretischen Verfahrens bedienen, das von folgender Zeichendefinition ausgeht:

$ZR+ = (X, Y, Z) = (X, \sigma X, \sigma\sigma X) := \{\{3, ..., n\}, \{2, ..., m\}, \{1, ..., o\}\} =$

$ZR+ = \{\{3, ..., n\}, \{2, ..., m\}, \{1, ..., o\}\} = \{\mathbb{N}\backslash\{1,2\}, \mathbb{N}\backslash\{1\}, \mathbb{N}\}$.

Damit ist

$ZR = \{M_2, O_{25}, I_{37}\} = ZR+ = \{\{3, 4\}, \{2, 3, 4, ..., 26\}, \{1, ..., 37\}\}$, d.h.

$$\begin{pmatrix} [\varnothing, \varnothing, 3, 4] & & \\ [\varnothing, 2, 3, 4, \ldots\ldots, 26] & & \\ [1, 2, 3, 4, \ldots\ldots, 26 \ldots\ldots, 37] & & \end{pmatrix}$$

Dabei werden also von

$\{M_n\} \to \mathbb{N}$	Repertoirielle Mittel auf die natürlichen Zahlen
$\{O_m\} \to \{\mathbb{N}\backslash\{1\}\}$	Objekte aus Bereichen auf die natürlichen Zahlen ohne 1
$\{I_o\} \to$	Interpretanten aus Feldern auf die natürlichen Zahlen ohne 1, 2

also in mehrere Ontologien abgebildet.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Leinster, Tom, Higher Operads, higher Categories. Glasgow 2003

Toth, Alfred; Multi-Kategorien und Operaden in der Semiotik? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Die vollständige kategoriale semiotische Matrix

1. Ordnet man den 9 Subzeichen der semiotischen 3 $\times$ 3 Matrix Morphismen zu, so ist nicht das gesamte formale Potential dieser Morphismen beschrieben. Anders ausgedrückt: Man kann durch Zuordnung algebraischer Morphismen auf Subzeichen zeigen, dass diese das semiotische Universum nur fragmentarisch beschreiben. Genauer erhalten wir nämlich zuzüglich zu den folgenden nicht-identitiven Morphismen α, α^{o}, β, β^{o}, $\beta\alpha$, $\alpha^{o}\beta^{o}$ noch 6 weitere, die in der folgenden Tabelle vollständig dargestellt sind:

α: $1 \rightarrow 2$ $\qquad \alpha^{o}$: $2 \rightarrow 1$

$\beta\alpha$: $1 \rightarrow 3$ $\qquad \alpha^{o}\beta^{o}$: $3 \rightarrow 1$

β: $2 \rightarrow 3$ $\qquad \beta^{o}$: $3 \rightarrow 2$

α^{+}: $1 \leftarrow 2$ $\qquad \alpha^{o+}$: $2 \leftarrow 1$

$(\beta\alpha)^{+}$: $1 \leftarrow 3$ $\qquad (\alpha^{o}\beta^{o})^{+}$: $3 \leftarrow 1$

β^{+}: $2 \leftarrow 3$ $\qquad \beta^{o+}$: $3 \leftarrow 2$

Solange man Kategorien als Paare von Objekten mit Morphismen zwischen ihnen definiert, sind dabei sämtliche strukturellen Möglichkeiten ausgeschöpft.

2. Wie in den letzten 3 Berichten (Toth 2010) angezeigt, können die 12 vollständigen Morphismen zur Kategorisierung der Stratifikationsgrammatik angewandt werden. Wir wollen versuchen, sich in der Folge als stratifikationale Operatoren, d.h. als Knoten zu schreiben, wobei wir folgende Symbole verwenden:

△ ⊓ ◊ ◊

△ und ⊓ sind die seit Lamb (1966) bekannten Operatoren Konjunktion und Disjunktion. Der Diamant ◊ regelt die Simultaneität bzw. Alternanz verschiedener Inputs mit gleichen Ouputs (vgl. Lockwood 1972, S. 55 ff.). Während also der Diamant eine nicht-klassische sowohl-als-auch-Operation darstellt, stellt der

Alternanz-Operator ○ eine nicht notwendig transklassische weder-noch-Relation dar (Lamb 1998, S. 40).

An Typen gibt es, wie schon bei Lamb (1966, S. 9) aufgeteigt, aufwärtsgerichtete und abwärtsgerichtete Knoten, d.h. solche, bei denen der einfache Eingang oben bzw. unten ist. Wir verallgemeinern hier allerdings noch, insofern wir auf Typen mit sowohl multiplen Inputs als auch multiplen Outputs (M) zulassen (die im System der verbalen Zeichen allerdings sehr selten sein dürften). Zusammenfassend erhalten wir also folgende **vollständige kategoriale semiotische Matrix**:

	△	⊓	◊	○
M-1	´|` △´	´|` ⊓´	´|` ◊´	´|` ○´
1-M	´△´|`	´⊓´|`	´◊´|`	´○´|`
M-M	´|` △´|`	´|` ⊓´|`	´|` ◊´|`	´|` ○´|`

(Aus technischen Gründen konnten die „Schwänze“ leider nicht über bzw. unterhalb der Kategorien angebracht werden.)

3. In einem weiteren Schritt kann man diese „Schwanz“-Matrix nun in der Form herkömmlicher semiotischer Kategorien schreiben:

$$\begin{pmatrix} \alpha & \beta & \beta\alpha & \alpha^{o}\beta^{o} \\ \alpha^{o} & \beta^{o} & (\beta\alpha)^{+} & (\alpha^{o}\beta^{o}) \\ \alpha^{+} & \alpha^{o+} & \beta^{+} & \beta^{o+} \end{pmatrix}$$

sowie in der traditionellen Notation dyadischer Subzeichen mit ihren „Semiosen“ genannten Abbildungen (Morphismen):

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1\rightarrow 2 & 2\rightarrow 3 & 1\rightarrow 3 & 3\rightarrow 1 \\ \cline{3-4} 2\rightarrow 1 & 3\rightarrow 2 & 1\rightarrow 3 & 3\rightarrow 1 \\ \hline 1\leftarrow 2 & 2\leftarrow 1 & 2\leftarrow 3 & 3\leftarrow 2 \end{array}\right)$$

Dazu folgendes:

Die 6 Morphismen unterhalb der gestrichelten Linie sind trans-klassisch, d.h. Hetermorphismen, wie sie von Kaehr (2007) im Rahmen der polykontexturalen Diamantentheorie eingeführt worden waren. Die 6 Morphismen oberhalb der gestrichelten Linie sind genau die Morphismen der semiotischen 3×3-Matrix, so dass die vollständige kategoriale semiotischen Matrix also drei Typen von Morphismen vereinigt: Die Morphismen, ihre Konversen, aber auch die trans-klassisch „Konversen", die Heteromorphismen.

Vor allem aber ist die „vollständige" kategoriale semiotische Matrix eine **identitätsfreie** Matrix (sonst würde sie selbstverständlich auch keine Hetero-morphismen enthalten). Allerdings enthält sie, wie gesagt, die Konversen der herömmlichen Morphismen, die innerhalb monokontexturaler semiotischer Systeme mit ihren Dualen zusammenfassen: $(a.b)^o = \times(a.b) = (b.a)$. Damit enthält sie aber auch die Komplementären der Heteromorphismen (wie sich Kaehr aus-drückte), d.h. wir haben die vollständigen 4er-Reihen:

$(a\rightarrow b), (a\leftarrow b), (b\rightarrow a), (b\leftarrow a)$

für jedes a, b $\in$ {1, 2, 3} für jede semiotische 3×3-Matrix.

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007

Lamb, Sydney, Outlines of Stratificational Grammar. Washington D.C. 1966

Lamb, Sydney, Pathways of the Brain. The Hague 1998

Lockwood, David G., Introduction to Stratificational Linguistics. New York 1972

Toth, Alfred, Zur Kategorisierung der Stratifikationsgrammatik I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Die kategoriale Matrix als Untermatrix der semiotischen Spurenmatrix

1. Die Ergebnisse der von mir begründeten semiotischen Spurentheorie füllen einen Band meiner gesammelten Schriften (Toth 2010a). Ich möchte hier jedoch die Spur für einmal nicht deduktiv, sondern induktiv aus dem Begriff der semiotischen Kategorie einführen. Die Gründe dafür ergeben sich von selbst.

2. Setzt man zwei fundamentale semiotischen Morphismen (vgl. Bense 1981, S. 124 ff.) α und β, dann benötigt man für semiotische Kategorien u.a. die Inversen- und die Kompositionsbildung. Theoretisch erhält man damit

$\alpha, \alpha^{\circ}; \beta, \beta^{\circ}; \beta\alpha, \alpha^{\circ}\beta^{\circ}$,

aber auch die klassisch nicht-definierten Abbildungen $\beta^{\circ}\alpha^{\circ}$ und $\alpha\beta$, also natürlich 8 und nicht nur 6 Kombinationen. Da die Konversenbildung bei den letzten Kompositionen gegen die Definition klassischer Kategorien verstösst, kann man auch $(\beta\alpha)^{+}$ und $(\alpha\beta)^{+}$ schreiben. Damit erweist sich aber auch das nicht-klassisch erweiterte kategoriale System als fragmentarisch, und wir bekommen 4 weitere nicht-klassische Morphismen

$\alpha^{+}, \beta^{+}; \alpha^{\circ+}, \beta^{\circ+}$.

zusammen also genau 12 klassisch-transklassiche Morphismen, mit denen wir die folgende identitätsfreie 3×4-Matrix füllen:

$$\begin{pmatrix} \alpha & \beta & \beta\alpha & \alpha^{\circ}\beta^{\circ} \\ \alpha^{\circ} & \beta^{\circ} & (\beta\alpha)^{+} & (\alpha^{\circ}\beta^{\circ}) \\ \alpha^{+} & \alpha^{\circ+} & \beta^{+} & \beta^{\circ+} \end{pmatrix}$$

3. Die am Ende des letzten Kapitels in Morphismenschreibung gegebene Matrix kann man numerisch auch wie folgt darstellen:

$1 \rightarrow 2$	$2 \rightarrow 3$	$1 \rightarrow 3$	$3 \rightarrow 1$
$2 \rightarrow 1$	$3 \rightarrow 2$	$1 \rightarrow 3$	$3 \rightarrow 1$
$1 \leftarrow 2$	$2 \leftarrow 1$	$2 \leftarrow 3$	$3 \leftarrow 2$

Daraus resultiert natürlich, dass für eine Kategorie minimal ein Paar von Objekten (a, b) sowie eine Abbildung $\rightarrow$ zwischen ihnen nötig sind. Wie aber bekanntlich Mac Lane (1972, S. iii) bemerkte, ist die Kategorientheorie das „Rechnen mit Pfeilen". D.h. es spricht nichts Prinzipielles dagegen, neu eine neue mathematische Einheit aus einem Objekt sowie einer Abbildung zu definieren:

Spur := (a, $\rightarrow$)

Im Falle der semiotischen 3×3-Matrix haben wir natürlich a $\in$ {1, 2, 3}. Damit kann aber nun jedes Objekt a in 4 Formen auftreten:

1. $\rightarrow$a   3. a$\rightarrow$

2. $\leftarrow$a   4. a$\leftarrow$

M.a.W.: Jedes der 9 Subzeichen der 3×3-Matrix kann nun auf 4^2 = 16 Weisen dargestellt werden, das ergibt also 144 dyadische Spuren aus 4 monadischen Spuren.

Da natürlich

Kategorie := ((a, b), $\rightarrow$) gilt mit

1. (a $\rightarrow$ b)   3. (a $\leftarrow$ b)

2. (b $\rightarrow$a)   4. (b $\leftarrow$ a),

wobei nur im transklassischen Falle 1. und 4. sowie 2. und 3. zusammenfallen (Toth 2010b), ergibt sich, dass die kategoriale Matrix eine Untermatrix der semiotischen Spurenmatrix ist.

Bibliographie

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Äpfel und Birnen. Bd. 2: Spuren. Tuscon, AZ, 2010a

Toth, Alfred, Die vollständige kategoriale semiotische Matrix. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010b

Die vollständige semiotische Spurenmatrix

1. Während eine Kategorie aus einem Paar von Objekten sowie einer Abbildung zwischen ihnen besteht

Kat = ((a, b), →),

besteht eine Spur aus einem Objekt sowie einer Abbildung

Spur = (a, →).

Jede Kategorie ist daher eine Spur, während das Umgekehrte nicht gilt. Eine Spur ist allgemeiner und abstrakter als eine Kategorie. So wie man die Mathematik auf dem Begriff der Kategorie aufbauen kann, könnte man sie also auf dem Begriff der Spur aufbauen.

2. Eine Spur kann in genau 4 Varianten auftreten:

1. a→ 3. →a

2. a← 4. ←a,

d.h. es gibt also voraus- und rückwärtsweisende Spuren. Die Konverse einer Spur definiert sich als

$(a\rightarrow)^{o} = (a\leftarrow)$.

Das Duale einer Spur ist definiert durch

$\times(a\rightarrow) = (\leftarrow a)$,

d.h. die Spur und ihr Duales sind also symmetrisch. Um die Transformation

$(a\rightarrow) \rightarrow (\rightarrow a)$

bedarf es also einer weiteren Operation, wir nennen sie Spiegelung (σ). Somit können durch Konversion, Dualisation und Spiegelung also alle 4 Grundtypen von Spuren dargestellt bzw. ineinander überführt werden.

3. Wir konstruieren nun die vollständige semiotische Spurenmatrix. Wie die vollständige kategoriale Matrix, die sie als Untermatrix enthält (Toth 2010), ist sie identitätsfrei, und zwar trotz der Konversen und Dualia sowie weiterer Symmetrien. Wir können demnach a→ und →a als morphismische Spuren (Spur + morphismische Konverse) und a← sowie ←a als heteromorphe Spuren (heteromorphe Spur + heteromorphe Konverse) bezeichnen:

	→a	←a	a→	a←	→b	←b	b→	b←
→a	→a→a	→a←a	→aa→	→aa←	→a→b	→a←b	→ab→	→ab←
←a	←a→a	←a←a	←aa→	←aa←	←a→b	←a←b	←ab→	←ab←
a→	a→→a	a→←a	a→a→	a→a←	a→→b	a→←b	a→b→	a→b←
a←	a←→a	a←←a	a←a→	a←a←	a←→b	a←←b	a←b→	a←b←
→b	→b→a	→b←a	→ba→	→ba←	→b→b	→b←b	→bb→	→bb←
←b	←b→a	←b←a	←ba→	←ba←	←b→b	←b←b	←bb→	←bb←
b→	b→→a	b→←a	b→a→	b→a←	b→→b	b→←b	b→b→	b→b←
b←	b←→a	b←←a	b←a→	b←a←	b←→b	b←←b	b←b→	b←b←

Diese Matrix bildet also das Fundament des noch zu konstruierenden spurentheoretischen semiotischen Universums.

An n-Spuren sind innerhalb der Semiotik zunächst die Bi-Spuren zu behandeln, welche die morphismischen Übergänge zwischen den 64 Paaren von Morphismen festlegen. An Multi-Spuren wird man solche bezeichnen, bei denen mehr als 1 Paar von Morphismen im Input der als Automat aufgefassten semiotischen n-Spur vorhanden ist.

Spuren werden entsprechenden den Kategorien komponiert, z.B.

(b←←a) ○ (b←b→) = b←b←←a,

wobei hier vorausgesetzt wurde, dass ← eine höhere „Valenz" besitzt als→, denn dann lautete das obige Kompositum (b←←a) ○ (b←b→) = b←b←a.

Bibliograhie

Toth, Alfred Die kategoriale Matrix als Untermatrix der semiotischen Matrix: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Die triadische kategoriale Matrix als Untermatrix der oktadischen semiotischen Spurenmatrix

1. Eine semiotische Kategorie kann im einfachsten Fall durch

Kat = ((a, b), $\rightarrow$),

d.h. ein a $\in$ DOM, ein b $\in$ COD und einen Morphismus definiert werden, gesetzt, die Kompositionen, Assoziationen und Identitäten sind definiert (vgl. z.B. Schubert 1970, S. 1 ff.).

Dagegen benötigt man zur Definition einer semiotischen Spur

Sp = (a, $\rightarrow$)

nur ein a $\in$ {1, 2, 3} sowie eine beliebige Abbildung $\rightarrow_x$ mit x $\in$ {α, β} (da natürlich bei einer triadischen Relation zwei Abbilungstypen genügen) (vgl. Toth 2010a).

2. Das bedeutet jedoch nicht, dass Sp $\subset$ Kat gilt, denn vgl.

a$\rightarrow$, a$\leftarrow$; $\rightarrow$a, $\leftarrow$a,

d.h. a kann im vierfacher Gestalt auftreten, entsprechend b, womit wir a.b´s der foglenden Form bekommen

a$\rightarrow$b, a$\leftarrow$b, b$\rightarrow$a, b$\leftarrow$a,

von denen die zweite und vierte im klassischen semiotischen Kategoriensystem jedoch nicht definiert sind.

3. Wenn man nun alle möglichen Kombinationen von dyadischen Spuren zusammenstellt, erhält man folgende vollständige semiotische Spurenmatrix (Toth 2010b):

	→a	←a	a→	a←	→b	←b	b→	b←
→a	→a→a	→a←a	→aa→	→aa←	→a→b	→a←b	→ab→	→ab←
←a	←a→a	←a←a	←aa→	←aa←	←a→b	←a←b	←ab→	←ab←
a→	a→→a	a→←a	a→a→	a→a←	a→→b	a→←b	a→b→	a→b←
a←	a←→a	a←←a	a←a→	a←a←	a←→b	a←←b	a←b→	a←b←
→b	→b→a	→b←a	→ba→	→ba←	→b→b	→b←b	→bb→	→bb←
←b	←b→a	←b←a	←ba→	←ba←	←b→b	←b←b	←bb→	←bb←
b→	b→→a	b→←a	b→a→	b→a←	b→→b	b→←b	b→b→	b→b←
b←	b←→a	b←←a	b←a→	b←a←	b←→b	b←←b	b←b→	b←b←

Wir können die Morphismen vereinfachen, indem wir festsetzen:

x→ := α →x := $\acute{\alpha}$

x← := α^{o} ←x := $\acute{\alpha}^{o}$ ($x \in \{a, b\}$),

wobei $\alpha \in$ MORPH, $\alpha \in$ HETEROMORPH ist (vgl. Kaehr 2007).

Damit erhalten wir die obige Matrix in folgender Gesalt:

	$\acute{\alpha}$	$\acute{\alpha}^{o}$	α	α^{o}	β'	β'^{o}	β	β^{o}
$\acute{\alpha}$	$\acute{\alpha}\,\acute{\alpha}$	$\acute{\alpha}\,\acute{\alpha}^{o}$	$\acute{\alpha}\,\alpha$	$\acute{\alpha}\,\alpha^{o}$	$\acute{\alpha}\,\beta'$	$\acute{\alpha}\,\beta'^{o}$	$\acute{\alpha}\,\beta$	$\acute{\alpha}\,\beta^{o}$
$\acute{\alpha}^{o}$	$\acute{\alpha}^{o}\,\acute{\alpha}$	$\acute{\alpha}^{o}\,\acute{\alpha}^{o}$	$\acute{\alpha}^{o}\alpha$	$\acute{\alpha}^{o}\alpha^{o}$	$\acute{\alpha}^{o}\beta'$	$\acute{\alpha}^{o}\beta'^{o}$	$\acute{\alpha}^{o}\beta$	$\acute{\alpha}^{o}\beta^{o}$
α	$\alpha\,\acute{\alpha}$	$\alpha\,\acute{\alpha}^{o}$	$\alpha\alpha$	$\alpha\alpha^{o}$	$\alpha\beta'$	$\alpha\beta'^{o}$	$\alpha\beta$	$\alpha\beta^{o}$
α^{o}	$\alpha^{o}\,\acute{\alpha}$	$\alpha^{o}\,\acute{\alpha}^{o}$	$\alpha^{o}\alpha$	$\alpha^{o}\alpha^{o}$	$\alpha^{o}\beta'$	$\alpha^{o}\beta'^{o}$	$\alpha^{o}\beta$	$\underline{\alpha^{o}\beta^{o}}$
β'	$\beta'\,\acute{\alpha}$	$\beta'\,\acute{\alpha}^{o}$	$\beta'\alpha$	$\beta'\alpha^{o}$	$\beta'\beta'$	$\beta'\beta'^{o}$	$\beta'\beta$	$\beta'\beta^{o}$
β'^{o}	$\beta'^{o}\,\acute{\alpha}$	$\beta'^{o}\,\acute{\alpha}^{o}$	$\beta'^{o}\alpha$	$\beta'^{o}\alpha^{o}$	$\beta'^{o}\beta'$	$\beta'^{o}\beta'^{o}$	$\beta'^{o}\beta$	$\beta'^{o}\beta^{o}$
β	$\beta\,\acute{\alpha}$	$\beta\,\acute{\alpha}^{o}$	$\underline{\beta\alpha}$	$\beta\alpha^{o}$	$\beta\beta'$	$\beta\beta'^{o}$	$\beta\beta$	$\beta\beta^{o}$
β^{o}	$\beta^{o}\,\acute{\alpha}$	$\beta^{o}\,\acute{\alpha}^{o}$	$\beta^{o}\alpha$	$\beta^{o}\alpha^{o}$	$\beta^{o}\beta'$	$\beta^{o}\beta'^{o}$	$\beta^{o}\beta$	$\beta^{o}\beta^{o}$

Nur die eingerahmten 16 Spurenpaare sind innerhalb monokontexturaler Systeme überhaupt definierbar, d.h. in solchen, die keine Heteromorphismen kennen. Allerdings enthält die semiotische 3×3-Matrix nur die 2, die zusätzlich unterstrichen sind, stellt also ein sehr unbedeutendes Fragment eines Fragments der vollständigen Spurenmatrix dar.

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007. Digitalisat: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond-Theory-Collection.pdf

Toth, Alfred, Äpfel und Birnen. Bd. 2.: Spuren. Tucson, AZ 2010 (= 2010a)

Toth, Alfred, Die vollständige semiotische Spurenmatrix. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010b

Kleine Arithmetik der semiotischen oktadischen Spurenmatrix

1. Eine semiotische Kategorie kann im einfachsten Fall durch

Kat = ((a, b), →),

d.h. ein a ∈ DOM, ein b ∈ COD und einen Morphismus definiert werden, gesetzt, die Kompositionen, Assoziationen und Identitäten sind definiert (vgl. z.B. Schubert 1970, S. 1 ff.).

Dagegen benötigt man zur Definition einer semiotischen Spur

Sp = (a, →)

nur ein a ∈ {1, 2, 3} sowie eine beliebige Abbildung $\rightarrow_x$ mit x ∈ {α, β} (da natürlich bei einer triadischen Relation zwei Abbilungstypen genügen) (vgl. Toth 2010a).

2. Das bedeutet jedoch nicht, dass Sp ⊂ Kat gilt, denn vgl.

a→, a←; →a, ←a,

d.h. a kann im vierfacher Gestalt auftreten, entsprechend b, womit wir a.b´s der foglenden Form bekommen

a→b, a←b, b→a, b←a,

von denen die zweite und vierte im klassischen semiotischen Kategoriensystem jedoch nicht definiert sind.

3. Wenn man nun alle möglichen Kombinationen von dyadischen Spuren zusammenstellt, erhält man folgende vollständige semiotische Spurenmatrix (Toth 2010b):

	→a	←a	a→	a←	→b	←b	b→	b←
→a	→a→a	→a←a	→aa→	→aa←	→a→b	→a←b	→ab→	→ab←
←a	←a→a	←a←a	←aa→	←aa←	←a→b	←a←b	←ab→	←ab←
a→	a→→a	a→←a	a→a→	a→a←	a→→b	a→←b	a→b→	a→b←
a←	a←→a	a←←a	a←a→	a←a←	a←→b	a←←b	a←b→	a←b←
→b	→b→a	→b←a	→ba→	→ba←	→b→b	→b←b	→bb→	→bb←
←b	←b→a	←b←a	←ba→	←ba←	←b→b	←b←b	←bb→	←bb←
b→	b→→a	b→←a	b→a→	b→a←	b→→b	b→←b	b→b→	b→b←
b←	b←→a	b←←a	b←a→	b←a←	b←→b	b←←b	b←b→	b←b←

Wir können nun die Morphismen vereinfachen, indem wir festsetzen:

x→ := α →x := $\acute{\alpha}$

x← := α^{0} ←x := $\acute{\alpha}^{0}$ (x $\in$ {a, b}),

wobei $\alpha \in$ MORPH, $\alpha' \in$ HETEROMORPH ist (vgl. Kaehr 2007).

Damit erhalten wir die obige Matrix in folgender Gesalt:

	$\acute{\alpha}$	$\acute{\alpha}^{0}$	α	α^{0}	β'	β'^{0}	β	β^{0}
$\acute{\alpha}$	$\acute{\alpha}\,\acute{\alpha}$	$\acute{\alpha}\,\acute{\alpha}^{0}$	$\acute{\alpha}\,\alpha$	$\acute{\alpha}\,\alpha^{0}$	$\acute{\alpha}\,\beta'$	$\acute{\alpha}\,\beta'^{0}$	$\acute{\alpha}\,\beta$	$\acute{\alpha}\,\beta^{0}$
$\acute{\alpha}^{0}$	$\acute{\alpha}^{0}\,\acute{\alpha}$	$\acute{\alpha}^{0}\,\acute{\alpha}^{0}$	$\acute{\alpha}^{0}\alpha$	$\acute{\alpha}^{0}\alpha^{0}$	$\acute{\alpha}^{0}\beta'$	$\acute{\alpha}^{0}\beta'^{0}$	$\acute{\alpha}^{0}\beta$	$\acute{\alpha}^{0}\beta^{0}$
α	$\alpha\,\acute{\alpha}$	$\alpha\,\acute{\alpha}^{0}$	$\alpha\alpha$	$\alpha\alpha^{0}$	$\alpha\beta'$	$\alpha\beta'^{0}$	$\alpha\beta$	$\alpha\beta^{0}$
α^{0}	$\alpha^{0}\,\acute{\alpha}$	$\alpha^{0}\,\acute{\alpha}^{0}$	$\alpha^{0}\alpha$	$\alpha^{0}\alpha^{0}$	$\alpha^{0}\beta'$	$\alpha^{0}\beta'^{0}$	$\alpha^{0}\beta$	$\underline{\alpha^{0}\beta^{0}}$
β'	$\beta'\,\acute{\alpha}$	$\beta'\,\acute{\alpha}^{0}$	$\beta'\alpha$	$\beta'\alpha^{0}$	$\beta'\beta'$	$\beta'\beta'^{0}$	$\beta'\beta$	$\beta'\beta^{0}$
β'^{0}	$\beta'^{0}\,\acute{\alpha}$	$\beta'^{0}\,\acute{\alpha}^{0}$	$\beta'^{0}\alpha$	$\beta'^{0}\alpha^{0}$	$\beta'^{0}\beta'$	$\beta'^{0}\beta'^{0}$	$\beta'^{0}\beta$	$\beta'^{0}\beta^{0}$
β	$\beta\,\acute{\alpha}$	$\beta\,\acute{\alpha}^{0}$	$\underline{\beta\alpha}$	$\beta\alpha^{0}$	$\beta\beta'$	$\beta\beta'^{0}$	$\beta\beta$	$\beta\beta^{0}$
β^{0}	$\beta^{0}\,\acute{\alpha}$	$\beta^{0}\,\acute{\alpha}^{0}$	$\beta^{0}\alpha$	$\beta^{0}\alpha^{0}$	$\beta^{0}\beta'$	$\beta^{0}\beta'^{0}$	$\beta^{0}\beta$	$\beta^{0}\beta^{0}$

Man kann allerdings nicht weiter gehen:

Wir definieren als „Basispuren“:

a := a→ = α

b:= b→ = β

sowie die beiden spurentheoretischen Operationen

K = Konversion: K(X) = X^{o}

S = Spiegelung (Reflexion): S(X→) = →X

Damit kann man die oktadische Matrix noch stärker vereinfacht darstellen, z.B. lautet dann die letzte Zeile:

β^{o}	β^{o} ά	β^{o} ά^{o}	$\beta^{o}\alpha$	$\beta^{o}\alpha^{o}$	$\beta^{o}\beta'$	$\beta^{o}\beta'^{o}$	$\beta^{o}\beta$	$\beta^{o}\beta^{o}$
Kb	KbSa	KbSKa	Kba	KbKa	KbSb	KbSKb	Kbb	KbKb

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007. Digitalisat: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond-Theory-Collection.pdf

Schubert, Horst, Kategorien. 2 Bde. Heidelberg 1970

Toth, Alfred, Äpfel und Birnen. Bd. 2.: Spuren. München 2010 (= 2010a)

Toth, Alfred, Die oktadische semiotische Spurenmatrix. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010b

Die Struktur von AFA-Zeichenklassen

1. Dass man die von Peirce relational und ordinal (logisch und mathematisch) eingeführte Definition des Zeichens auch mengentheoretisch fassen kann, ist natürlich alles andere als neu. Allerdings ist das Zeichen nicht einfach eine Menge, bestehend aus M, O und I oder aus {M}, {O} und {I}, sondern das Verhältnis von Ober- und Untermengen muss natürlich dem Inklusionsprinzip der relational-ordinalen Definition folgen, wie sie Bense (1979, S. 53) bisher am klarsten gegeben hatte:

ZR = (M, ((M → O), (M → O → I))) ≌

ZR = {M, {{M, O}, {M, O, I}}}.

Wie man sieht, gibt es also in einer ZR drei mengentheoretische Einbettungsebenen:

1. $\{X\{\_\__{.3}$

2. $\{X\{\ \{\_\__{.2}$

3. $\{X\{\{\{\_\__{.1}$,

und zwar für jede der drei trichotomischen Peirce-Zahlen eine, während die Position von X (X ∈ {1., 2., 3.}) jeweils für eine der drei triadischen Peirce-Zahlen reserviert ist.

2. Der Ausgangspunkt für diese, wie man sehen wird, sehr nützliche Unterscheidung liegt im Umstand, dass „gebrochene" Kategorien (die durch kartesische Multiplikation „ganzer" Kategorien entstehen), in jeglicher Beziehung fragwürdig sind. Während allerdings eine Teilmenge von ihnen

(1.1)

(2.1), (2.2)

(3.1), (3.2), (3.3),

also die Menge aller Subzeichen (a.b) mit b <= a, wenigstens valenztheoretisch korrekt gebildet sind (so kann z.B. in (3.1) die Drittheit eine Erstheit binden), sind die übrigen Subzeichen vollends unsinnig, denn z.B. wie sollte in (1.2) die Erstheit eine Zweitheit binden?

Man kann solche unsinnigen relationalen Bindungen allerdings dadurch „retten“, dass man, wie wir es oben taten, verschiedene Einbettungsebenen für die gebundenen trichotomischen Peirce-Zahlen annimt:

(a.1) = {1, {{{1}}}}

(a.2) = {1, {{2}}}

(a.3) = {1, {3}}

Genuine Subzeichen (identitive Morphismen) könnte man aber auch einfacher behandeln, vgl.

(1.1) = {1, 1}, (2.2) = {2, 2}, (3.3.) = {3, 3},

denn nach Aczels AFA (1988, S. 6) gilt

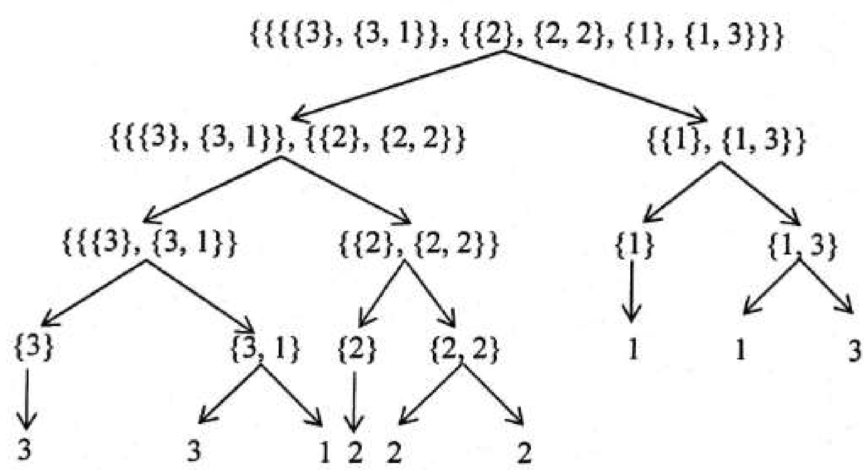
Ω = {Ω} = {Ω, Ω},

d.h. die im Zermelo-Fraenkelschen System (mit FA) paradoxe Menge, die sich selbst enthält, ist in einem AFA-System nicht nur existent, sondern sogar eindeutig bestimmt. Das bedeutet also

(1.1) = {1, 1} = {1},

und das ist ja gerade die genuine Erstheit (bzw. Zweitheit, Drittheit).

3. Wie bereits in Toth (2006, S. 19) gezeigt worden waren, wird eine Zeichenklasse wie z.B. (3.1 2.2 1.3) in einer mengentheoretischen Semiotik mit AFA anstatt FA wie folgt abgeleitet:



Damit ergeben sich als allgemeine zugrunde liegende Strukturen:

(1) für Zkln: (3.3.a 2.2.b 1.1.c)

(2) für Rthn: (c.11 b.2.2 a.3.3)

Berücksichtigen wir wieder die verschiedenen Einbettungsebenen, bekommen wir

(3) für die Triaden: $\{\{a\ \{_3\{_2\{_1\, b\ _1\}_2\}_3\}$

(4) für die Trichotomien: $\{\{b\ \{_1\{_2\{_3\, a\ _3\}_2\}_1\}$

Das Inklusionsgesetz der Linearität der Trichotomien lässt sich danach wie folgt formulieren:

$ZR = \{\{3\{_3\{_2\{_1\, a\ _1\}_2\}_3\},\ 2\{_3\{_2\{_1\, b\ _1\}_2\}_3\}\ 2\{_3\{_2\{_1\, c\ _1\}_2\}_3\}$

mit $\{_3\{_2\{_1\, a\ _1\}_2\}_3\} \leq \{_3\{_2\{_1\, b\ _1\}_2\}_3\} \leq \{_3\{_2\{_1\, c\ _1\}_2\}_3\}$.

Bibliographie

Acel, Peter, Non-Well-Founded Sets. Cambridge, UK, 1988

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. 2. Aufl Klagenfurt 2008

Pathologische Dyaden

1. Die Menge der dyadischen Subzeichen der semiotischen 3×3 Matrix lässt sich in zwei Untermengen teilen;

1.1. in die Menge

(1.1)

(2.1), (2.2)

(3.1), (3.2), (3.3)

der valenztheoretisch korrekt gebildeten und in die Komplementärmenge

(1.2), (1.3)

(2.3)

der valenztheoretisch inkorrekt gebildeten „gebrochenen" Kategorien. (So kann z.B. in 2.1 eine Zweitheit eine Erstheit bilden, aber in der Konversen 1.2 kann eine Erstheit keine Zweitheit binden.)

2. Um dieses Problem zu lösen, wurden in Toth (2010) 3 Einbettungsgrade der trichotomischen Peirce-Zahlen eingeführt:

1. $\{X\{\_\__{.3}$

2. $\{X\{\ \{\_\__{.2}$

3. $\{X\{\{\{\_\__{.1}$,

ausgehend von der Überlegung, dass in der von Bense definierten verschachtelten Zeichenrelation

ZR = (M, ((M → O), (M → O → I))) ≌ {M, {{M, O}, {M, O, I}}}

die Erstheit auf einer Einbettungsebene (n-2), die Zweitheit auf einer Einbettungsebene (n-1) und die Erstheit sich auf der Einbettungsebene (n) befinden. Da hier eine Mengentheorie mit AFA (Anti-Foundation Axiom) vorliegt, kann man letzteres sehr bequem damit beweisen, dass in solchen Mengentheorie

$\Omega = \{\Omega\} = \{\Omega, \Omega\}$

gilt. Es ist also in Sonderheit (a.a) = {a, a} = a, also die genuinen Subzeichen koinzidieren mit den entsprechenden Primzeichen (diese Tatsache wurde versteckt übrigens von Kaehr 2008 bei der Kontextuierung der Dyaden verwendet, indem „Primzeichen" dieselben Kontexturenzahlen bekommen wie die entsprechendne genuinen Subzeichen, d.h. identitiven Morphismen!).

3. Damit bekommen wir also „korrekt" gebildete gebrochene Kategorien, d.h. Dyaden der Form

(a.1) = {1, {{{1}}}}

(a.2) = {1, {{2}}}

(a.3) = {1, {3}},

abstrakt also das folgende Schema

(a.b) = $\{X, \{_3\ \{_2\ \{_1 Y\ _1\}\ _2\}\ _3\}$ ($X \in$ tdP = {1., 2., 3.}, $Y \in$ ttP = {.1, .2, .3})

Somit können wir einige schöne, (vorerst?) nutzlose pathologische Dyaden dadurch konstruieren, dass wir die Koinzidenzen

3 ≡ {{{, 2 ≡ {{, 1 ≡ {

gegenseitig vertauschen:

Was für eine semiotische Bedeutung hätten pathologische Subzeichen wie

{3, {{1}}, {2, {{{3}}, {1{1}} ?

Immerhin scheint sich hier anzudeuten, dass „Spalten" bestehen zwischen den drei Fundamentalkategorien, dass diese somit nicht diskrete Punkte auf einem Zahlenstrahl sind, sondern vielmehr in Intervallen zu liegen scheinen.

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html (2008)

Toth, Alfred, Pathologische Mengeninklusionen mit AFA. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Wie viele Dimensionen hat ein Zeichen?

1. Nach Morris (1988) hat ein Zeichen die drei Dimensionen Syntaktik (Syntax), Semantik, Pragmatik. Nach einer verwandten Konzeption von Walther (1979, S. 138 ff.) kann die Leistung von Zeichen hinbicklich ihrer Formation, Information und Kommunikation eingeteilt werden. Offenbar entspricht also die „Leistung" eines Zeichens dessen „Dimension" (vgl. Toth 1997, S. 23 ff.).

2. Damit stellt sich die Frage, ob ein solches, nennen wir es: dimensionales Zeichenmodell mit Hilfe der mathematischen Kategorientheorie erfassbar ist. Für eine Kategorie benötigt man ja neben Morphismen (Abbildungen) auch Objekte, auch wenn Henry Hiz sicher recht hatte, wenn er feststellte: „The ability of asserting a relation between two objects does not require the ability of recognizing in each object separately a property which makes them so related" (1964, S. 98). Nun setzt aber das dimensionale Zeichenmodell ein folgendes mengentheoretisches Schema voraus:

ZR = {M, {M, O}, {{M, O, I}}.

In der Semiotik sind also Objekte sensu stricto nur die FREIEN Objekte, als solche taucht also nur M auf. O erscheint ja nur innerhalb der Bezeichnungs- (M → O) und Bedeutungsfunktion (O → I), I nur innerhalb der Bedeutungsfunktion. Das O ist ein internes semiotisches Objekt, es ist keinesfalls die Abbildung des externen, bezeichneten, d.h. ontologischen Objektes, denn dieser Prozess würde die gesamte Zeichenrelation voraussetzen und nicht bloss die Dyaden (M → O). Streng genommen bedeutet letzterer Ausdruck bloss die Relation einer Mittelrelation zu einer Objektrelation, ist also bereits eine Relation über Relationen, denn nach der Definition von ZR sind die drei Partialrelationen stufenartig ineinander verschachtelt, was die Zeichendefinition ja zirkulär macht (Bense 1979, S. 53). In Sonderheit werden also in ZR keine M´s irgendwelchen 0´s zugeordnet, denn diese O´s gibt es am Anfang der Semiosen eben noch gar nicht. Die Zuordnungen sind also vielmehr

(1) M → {M, O}

(2) $\{M, O\} \rightarrow \{M, O, I\}$

(3) $M \rightarrow \{M, O, I\}$,

das sind aber bei (1) und (3) voreindeutig-mehrnachdeutige und bei (2) mehrvordeutige-mehrnachdeutige Abbildungen, d.h. man muss hier zu n- und Multi-Kategorien ausweichen (Bénabou 1967). Was Bense (1981, S. 124 ff.) in seinen „Bemerkungen über semiotische und algebraische Kategorien“ eingeführt hat, hat rein gar nichts mit der von ihm selbst gegebenen verschachtelten Zeichendefinition (1979, S. 53, 67) zu tun.

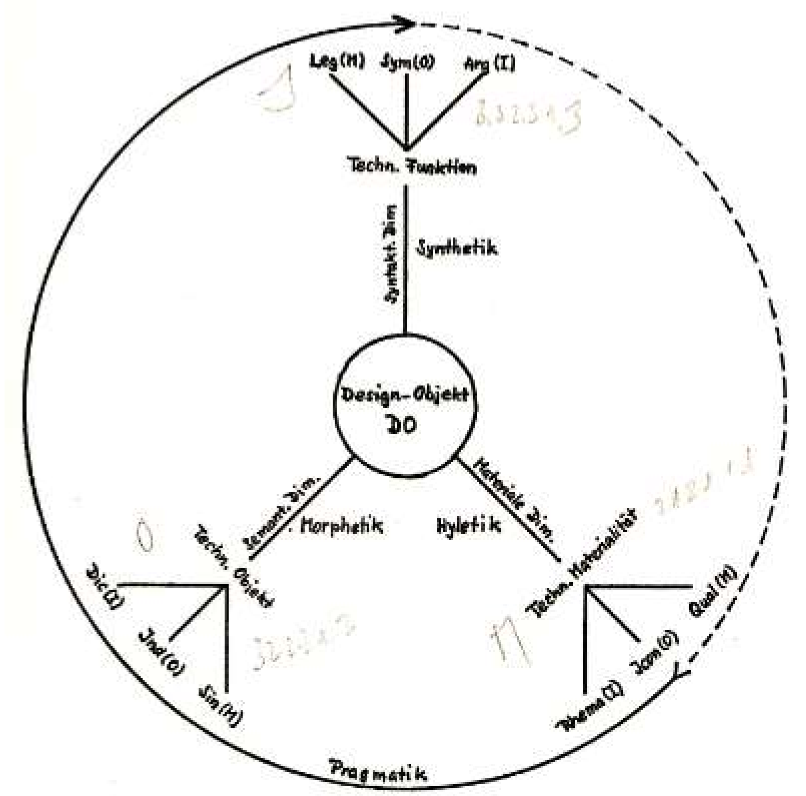
3. Identifizieren wir, wie dies gängiger semiotischer Praxis entspricht, die semiotische Dimension mit der Valenz eines Zeichenbezugs, dann kommen wir also darauf, dass das Zeichen nicht 3, sondern 4 Dimensionen besitzt:

1-dimensional: M

2-dimensional: $\{M \rightarrow O\}$, $\{O \rightarrow I\}$

3-dimensional: $\{M \rightarrow O \rightarrow I\}$

Diesem Modell scheint nun tatsächlich bereits ein frühes Modell Benses zu entsprechen, nämlich das „Schema der semiotischen Bestimmung des Designobjektes und seiner technischen Freiheitsgrade bzw. Dimensionen in Zeichenklassen“ (1971, S. 81):



Bense bemerkt hier allerdings, dass „die Pragmatik als eine Art resultierender Totaldimension der triadischen Dimensionalität des Dsesignobjektes, d.h. als gerichteter Graph, die drei Baumgraphen der Zeichenklassen verbindet“ (1971, S. 82). Das bedeutet also, dass wir nun noch eine 5. Zeichendimension unterscheiden müssen (die zugehlrigen Abbikldungen sind kompositorisch in den obigen enthalten):

?-dimensional: (I → M)

Wie die ausgezeichnete Kreislinie in Benses Graphik zeigt, geht (I → M) selbst-verstndlich über 3 Dimensionen, allerdings wird eine, wie die gestrichelte Kreislinie zeigt, quasi übersprungen. Die Gebrauchsfunktion (I → M) ist also eine triadische Funktion im dyadischen Kleid. Interpretieren wird aber das Bensesche Modell z.B. mit der Knotentheorie, dann geht die „Resultante“ (I → M) im nicht-planaren Graph durch 3 Dimensionen.

Wie man erkennt, hat jeder nicht-planare Graph des triadischen Zeichenmodells also 5 Dimensionen, wobei {M} die Menge der 1-stelligen Relationen und {M → O}m {O → I} die Menge der 2-stelligen Relatioben sind sowie {I → M}.

Nimmt man noch die Ebene der „disponiblen Relationen“ des „ontologischen Raumes“ dazu (Bense 1975, S. 45 f., 65 f.), so dass wir also von der Semiose („Metaobjektivation“, Bense 1967, S. 9)

$\Omega \rightarrow$ ZR({M, {{M, O}, {M, O, I}}}

ausgehen, so ergeben sich mit Zuziehung der 0-relationalen kategorialen (externen, bezeichneten) Objekte O^0 total 6 Dimensionen.

Bibliographie

Bénabou, Jean, Introduction to bicategories I. In: Lecture Notes in Mathematics 47, 1967, S. 1-77 (= Reports of the Midwest Category Seminar)

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Hiz, Henry, The role of paraphrase in grammar. In: Monograph Series in Language and Linguistics 17, 1964, S. 97-104

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Morris, Charles W., Grundlagen der Zeichentheorie. Frankfurt am Main 1988

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Tübingen 1979

Einführung in die spurentheoretische Semiotik

1. Während die Minimalbedingungen für eine (algebraische) Kategorie ein Element aus einer Domäne, ein Element aus einer Codomäne genannten Menge sowie eine Morphismus genannte Abbildung zwischen beiden Elementen sind (Schubert 1970)

$Cat = (a \in A, b \in B, \rightarrow)$,

benötigt man für eine Spur lediglich ein irgendwie geartetes mathematisches Objekt sowie eine „Richtung“ (Toth 2010)

$Sp = (x \in X, \rightarrow)$.

Spuren sind damit nichts anderes als gerichtete Objekte, wobei sie kraft ihrer Richtungsangaben „reduzierte Abbildungen“ und damit natürlich Zeichen sind. Im Gegensatz zu Zeichen als nicht-reduzierten Abbildungen sind bei Spuren die Abbildungen jedoch mehrfach-eindeutig. Es ist also nicht ganz korrekt zu sagen, jede Spur sei eine Kategorie; dies trifft nur dann zu, wenn die Abbildung einfach-eindeutig, also ein Grenzfall, ist. Beim Übergang von einer Spur zu einer Kategorie geht daher die immanente Mehrdeutigkeit der Spur zu Gunsten der mathematischen Eindeutigkeit verloren; umgekehrt tritt beim Übergang von einer Kategorie auf eine Spur mit dem Verlust der mathematischen Eindeutigkeit eine Erweiterung des semiotischen Referenzspektrums ein.

2. Betrachtet man die Spur jedoch als Reduktion einer Kategorie bzw. die Kategorie als Erweiterung einer Spur, dann kann man die Spur wie folgt definieren

$Sp = (x \in X, y \in Y, \rightarrow, \leftarrow)$.

Man kann dann X = A (Domäne) und y = B (Codomäne) setzten, wobei sowohl X als auch Y als auch beide Mengen leer sein dürfen. Um die Spur aber weiterhin von einer Kategorie zu unterscheiden, muss in diesem Fall jedoch zusätzlich die inverse Richtung eingeführt werden. Im einzelnen betrachten wir also folgende 6 Gruddtypen:

$a_i\rightarrow$, $a_i\leftarrow$; $a_{i\rightarrow}$, $a_{i\leftarrow}$; $a_{i\rightarrow}\rightarrow$, $a_{i\leftarrow}\leftarrow$, mit $a \in \{\varnothing., 1., 2., 3.\}$, $i \in \{.\varnothing, .1, .2, .3\}$.

Wenn also i = ∅ ist, dann haben wir einfache Spuren (a = 1./.1, a = 2./.2, a = 3./.3), wenn i ≠ ∅, dann sprechen wir von zusammengesetzten Spuren. Wegen 0 können Spuren also z.B. in den Gestalten $a_{\varnothing\rightarrow}/a_{\varnothing\leftarrow}$; $\varnothing_{i\rightarrow}/\varnothing_{i\leftarrow}$, jedoch auch als $\varnothing(\rightarrow)_{\varnothing(\rightarrow)}/\varnothing(\rightarrow)_{\varnothing(\leftarrow)}$ auftreten.

Da jede Spur in 6 Grundtypen auftreten kann und es 4 x 4 = 16 kombinatorische Möglichkeiten für jeden Grundtyp gibt, gibt es also total 6 x 16 = **96 Typen von Spuren**.

3.1. Da somit jedes Primzeichen in der von Bense (1980) gegebenen Definition des Zeichens als einer Primzeichenrelation

ZR = (.1., .2., .3.)

in total 96 Typen von Spuren auftreten kann, ergibt sich bereits für ZR eine Menge von 3 x 96 = **288 monadischen Spurentypen**.

3.2. Da jedes Subzeichen ein kartesisches Produkt zweier Primzeichen darstellt und da es in der kleinen semiotischen Matrix 9 Subzeichen gibt, bekommen wir 9 x 96^2 = **82´944 dyadische Spurentypen**.

3.3. Da jede Zeichenrelation aus 3 Subzeichen besteht und es 27 bzw. 10 Zeichenrelationen gibt (je nachdem, ob man die Inklusionsordnung a ≤ b ≤ c auf (3.a 2.b 1.c) anerkennt oder nicht), haben wir 27/10 x 96^3 = 23´887´872 / 8´847´360, und dies natürlich sowohl im Teilsystem der Zeichenklassen sowie der Realitätsthematiken, d.h. wir haben **47´775´744 / 17´694´720 triadische Spurentypen**, d.h. also auch dann, falls man nur die sog. Peirceschen Zeichenklassen akzeptiert, haben wir über 17 Millionen Möglichkeiten, ein Objekt als Spur eines Zeichens mathematisch mit Hilfe der hier eingeführten Spurentheorie zu analysieren.

3.4. Da in der von Bense (1975, S. 105) eingeführten Grossen Matrix die Basiseinheit, d.h. das „Subzeichen", ein kartesisches Produkt zweier Subzeichen der kleinen Matrix ist und daher die Form

F = ((a.b) (c.d))

hat, ist also die Menge aller F gleich der Menge aller dyadischen Kombinationen(a.b) x (c.d), d.h.

{F} = {(a.b) (c.d)}

und beträgt bereits 96^2 = 9´216 dyadische Kombinationen. Wenn wir kleinere „clusters" überspringen, haben wir also bei 729 Zeichenklassen (Steffen 1980)

729 x ((96^2) x (96^2) x (96^2)) = 729 x 782´757´789´696,

und d.h. **über 1 Billiarde wohlunterscheidbarer semiotischer Spuren** als Analyse-modell.

4. Ersetzt man jedoch die mengentheoretische ZF-Definition des Zeichens

ZR = (M, O, I)

durch die AFA-Definition (vgl. Acel 1988)

ZR* = {M, {M, O}, {M, O, I}},

die genau der von Bense (1979, S. 53, 67) gegebenen selbstenthaltenden und daher zirkulären Zeichendefnition entspricht dann reduzieren sich die Zahlen in der grossen Matrix auf 10 x 96 = 960 M-Bezüge, auf 10 x 96^2 = 92´160 (M-O)-Bezüge, und auf 8´847´360 (M-O-I)-Bezüge.

Bei der kleinen Matrix bleibt natürlich alles beim Alten, ausser, dass sich mit der Matrix auch die kartesischen Produkte, d.h. die Subzeichen, wie folgt verändern:

	M	{M, O}	{M, O, I}
M	MM	M{M, O}	M{M, O, I}
{M, O}	{M, O}M	{M, O}{M, O}	{M, O} {M, O, I}
{M, O, I}	{M, O, I}M	{M, O, I}{M, O}	{M, O, I}{M, O, I}

Die Bildung von AFA-Zeichenklassen funktioniert dann wie folgt:

Zkl = {{M, O, I}.a, {M, O}.b, M.c}

mit a, b, c $\in$ {M, {M, O}, {M, O, I}} und a $\leq$ b $\leq$ c (denn hier gilt natürlich {M, O, I} $\not\subset$ {M, O} $\not\subset$ M).

Bibliographie

Aczel, Peter, Non-Well-Founded Sets. Cambridge, UK, 1988

Bense, Max, Die Einführung der Primzechen. In: Ars Semeiotica 3, 1980

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Schubert, Horst, Kategorien I. Heidelberg 1970

Steffen, Werner, Der Iterationsraum der Grossen Matrix. In: Semiosis 25/26, 1982

Toth, Alfred, Gerichtete Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Ein Notationssystem für die spurentheoretische Semiotik

1. Nach einigen Vorarbeiten (Toth 2010a), wurde die spurentheoretische Semiotik in Toth (2010b) systematisch eingeführt. Grob gesagt, ist eine Spur eine Menge, bestehend aus mindestens 1 Objekt sowie einer Abbilung

$Sp = (x \in X, \rightarrow)$.

Sieht man von der Richtung der Abbildung ab, können also folgende 4 Grundtypen unterschieden werden:

1. x_i 3. $x_{i\rightarrow}$

2. $x_i\rightarrow$ 4. $x\rightarrow_{i\rightarrow}$

Anders gesagt: Eine Spur ist ein Objekt, bei dem das Objekt, seine Abbildung oder beide gerichtet sein können. Die „Nullstufe“ liegt bei 1 vor.

2. Um ein möglichst redundanzfreies Notationssystem zu bekommen, gehen wir von einer Positionierung aus, die aus einer oberen und einer unteren Position besteht:

$$\begin{array}{l} x \\ \hline \rightarrow \end{array}$$

Damit können wir 4 Grundtypen wie folgt dargestellt werden:

$$\begin{array}{llll} x/y & x\rightarrow & x & x\rightarrow \\ \hline & y & y\rightarrow & y\rightarrow \end{array}$$

Konverse Abbildung werden einfach (wie in der Kategorientheorie) durch Umkehrung der Pfeile dargestellt:

$$\begin{array}{llll} x/y & x\leftarrow & x & x\leftarrow \\ \hline & y & y\leftarrow & y\leftarrow \end{array}$$

Da sowohl bei Spuren wie bei Kategorien (Morphismen) die folgenden 3 semiotischen Typen auftreten:

1 --> 2

2 -->> 3

1 -->>> 3

setzen wir folgende Mengen von Abbildungen an:

A = (-->, -->>, -->>>),

es ist also

A^{o} = (<--,<< --, <<<--).

Mit x, y $\in$ {$\varnothing$, 1, 2, 3} kann damit die gesamte semiotische Spurentheorie in eindeutiger Weise notiert werden.

Bibliographie

Toth, Alfred, Gesammelte Schriften zur mathematischen Semiotik. Bd. 4: Äpfel und Birnen. Bd. 4/2: Spuren. München 2010 (= 2010a)

Toth, Alfred, Einführung in die spurentheoretische Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010b

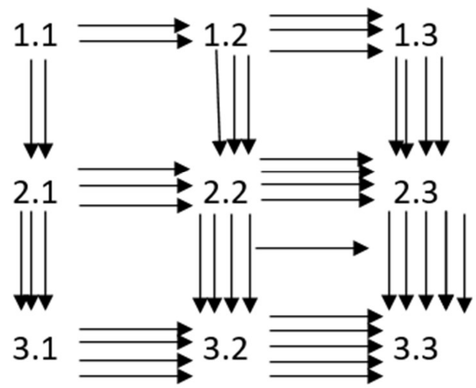
Multisimpliziale Mengen als Prägarben

1. Unter einer Garbe (abelscher Gruppen) über einem topologischen Raum versteht man jede offene Teilmenge des Basisraumes, welche bestimmten Restriktions-homomorphismen unterliegt. Im Gegensatz zu einer Garbe besitzt eine Prägarbe keine „lokalen Daten“ (vgl. Miraglia 2006). Zu semiotischen abelschen Gruppen vgl. Toth (2006, S. 37 ff.), zu semiotischen Bündeln und Garben vgl. Toth (2006, S. 29 f.).

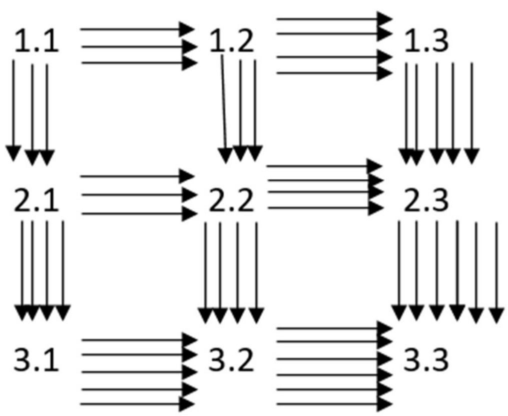
2. Die Darstellung multisimplizialer Mengen als Prägarben kann in der Semiotik mit einem gewissen theoretischen Gewinn deshalb benutzt werden, da man aus ihr bestimmte Algorithmen ableiten kann, mit denen sich alternative Darstellungen semiotischer Matrizen (und damit der Ordnungsstruktur der Subzeichen) ergeben. Dabei wird anstatt von gewöhnlichen von n-Kategorien ausgegangen, d.h. von höheren Kategorien, die mehrfache Inputs bei stets einem einzigen Output zulassen (vgl. Cheng/Lauda 2004, S. 2 ff.). Während also bei 1-Kategorien von einem Domänen-Element $a \in A$ zu einem Codomänen-Element $b \in B$ stets ein einziger, genau bestimmter Morphismus führt, gibt es eine Menge von Morphismen zwischen $a, b, c, ..., n \in A$ und $b \in B$ bei n-Kategorien.

3. Die Prägarben-Darstellung funktioniert, wie ich nun zeige, auf drei Arten: Man kann die Anzahl von zwischen A(Dom) und B(Codom) abbildenden Morphismen 1. von der Domäne und 2. von der Codomäne abhängig machen. 3. Kann man mit Hilfe der Prägarben-Darstellung semiotische Matrizen so ordnen, dass die Umgebungen eines Subzeichens (a.b) stets genau einer der folgenden Fälle umfasst: (a+1.b), (a.b+1), (a-1.b), (a.b-1).

3.1. A(Dom)-induierte Prägarben-Darstellung



3.2. B(Codom)-induierte Prägarben-Darstellung



Für die Umgebungen jedes (a.b) gilt also

U(a.b) (A-Dom) = U(a(+1).b(+1)) (B-Codom)

bzw.

U(a.b) (B-Codom) = U(a(-1).b(-1)) (A-Dom)

3.3. Damit sind jedoch die (a.b) selber redundant, wenn die Prägärben sind für jedes (a.b) bzw. U(a.b) eindeutig bestimmt. Semiotisch kann man damit die Subzeichen vollständig durch Prägarben ersetzen (und damit eine interessante kategorientheoretische Grothendieck-Topologie konstruieren!). Wenn wir nun die kleine semiotische Matrix Benses so ordnen, dass für jedes (a.b) einer der folgenden 4 Fälle gilt

(a+1.b), (a.b+1), (a-1.b), (a.b-1),

dann erhalten wir z.B. folgende Darstellung unter mehreren (wobei die Aufgabe in der Bestimmung der Anzahl der verschiedenen Darstellungen und ihrem gegenseitigen Nicht-Isomorphie-Beweis beruht):

$$\begin{pmatrix} \downarrow\downarrow\downarrow\downarrow\downarrow\downarrow & \downarrow\downarrow\downarrow\downarrow\downarrow & \downarrow\downarrow\downarrow\downarrow \\ \downarrow\downarrow\downarrow\downarrow\downarrow & \downarrow\downarrow\downarrow\downarrow & \downarrow\downarrow\downarrow \\ \downarrow\downarrow\downarrow\downarrow & \downarrow\downarrow\downarrow & \downarrow\downarrow \end{pmatrix} \cong \begin{pmatrix} 3.3 & 2.3 & 2.2 \\ 3.2 & 3.1 & 2.1 \\ 1.3 & 1.2 & 1.1 \end{pmatrix}$$

Bibliographie

Cheng, Eugenia/Lauda, Aaron, Higher-dimensional categories. IMA-Workshop, University of Cambridge, 2004

Miraglia, Francisco, An Introduction to Partially Ordered Structures and Sheaves. Monza 2006

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008

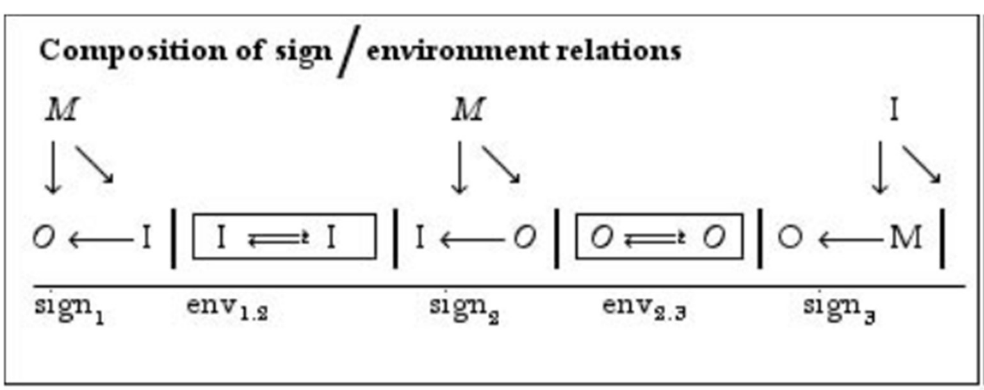
Der semiotische Zusammenhang von matching conditions in (Bi-) Zeichenreihen

1. Nach Kaehr (2009) treten Zeichen im polykontexturalen Zusammenhang immer mit ihren „Spiegelzeichen“ zusammen auf, wobei der Zusammenhang zwischen einem Zeichen und seinem Spiegelzeichen durch sog. „matching conditios“ geleistet wird. Hierbei werden homogene und heterogene Fälle unterschieden, wobei der Zusammenhang kategorienweise durch je einen Morphismus und seinen entsprechenden „Heteromorphismus“ im Rahmenmodell einer Diamantenstruktur gegeben ist. Die heteromorphismische Relation kann damit als die Umgebung jeder morphismischen Relation bestimmt werden. Die Verkettung von Bi-Zeichen nennt Kaehr (im völligem Untrschied zur üblichen strukturalistischen Verwendung des Terminus) „Textem“:

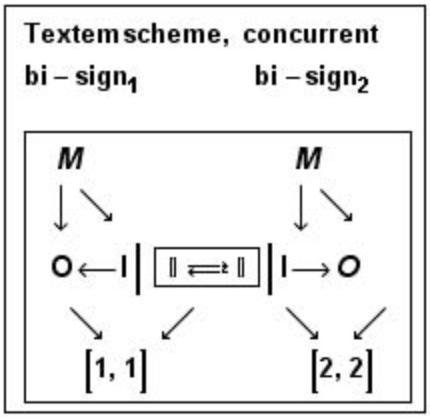
texteme :

$$\begin{aligned}
&\mathit{diamond} = (\text{sign} + \text{environment})\\
&\mathit{bi-sign} = (\text{diamond} + 2-\text{anchor})\\
&\mathit{texteme} = (\text{composed bi}-\text{signs} + \text{chiasm}).
\end{aligned}$$

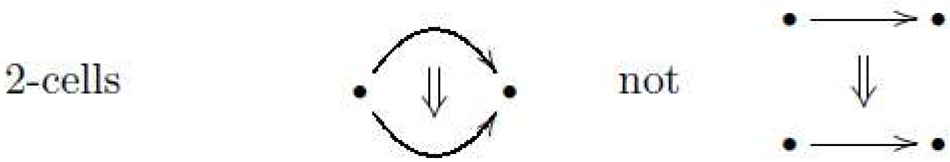
Die folgende Darstellung aus Kaehr (2009, S. 6) zeigt den Anfang einer Zeichenreihe, wobei für jedes Zeichen seine heteromorphismische Umgebung eingezeichnet ist:



2. Schaut man sich nun ein Bi-Zeichen an



so führen hier von M → O nicht nur eine, sondern zwei Abbildungen, nämlich einmal der Morphismus M → I und einmal der Heteromorphismus M → I´ (mit der matching condition I ⇄ I´. Kategorientheoretisch handelt es sich hier also um eine Bikategorie der Form



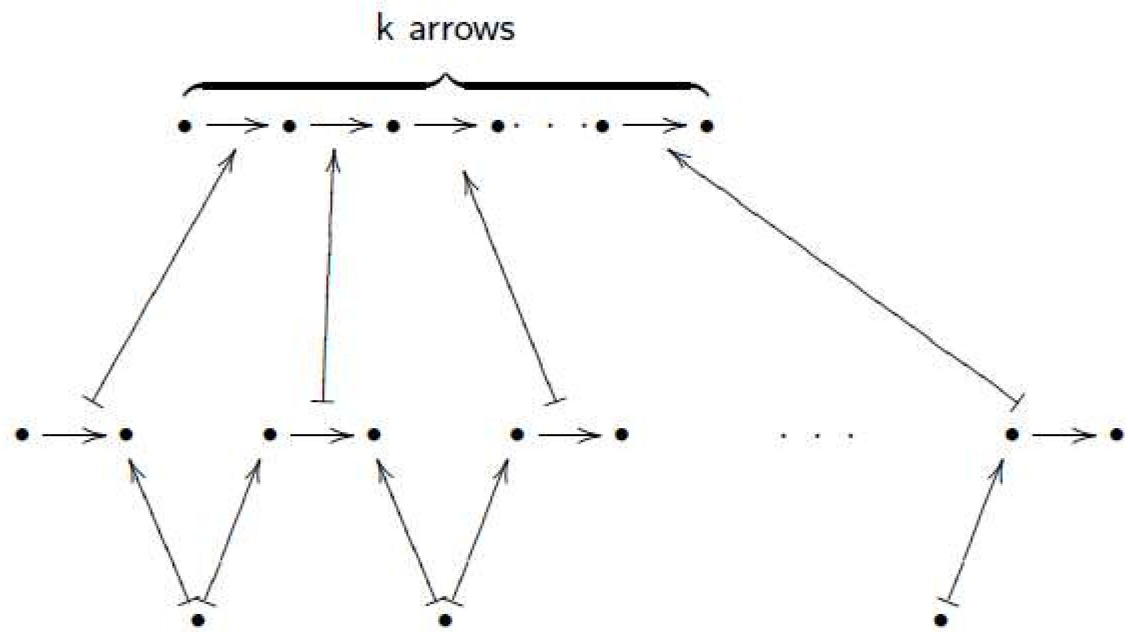
(Cheng/Lauda 2004, S. 2), also um eine n-Kategorie, bei der mit zunehmendem n die Assoziativitätsbedingungen die Rolle der Kompositionen und Identitäten übernehmen. (Dieser Verlust an Stringenz hat eine gewisse Parallele beim Übergang von Körpern zu Schiefkörpern im Zahlenbereich, wo ja gerade ebenfalls die Assoziationsbedingungen eine tragende Rolle spielen.)

$X(0), X(1)$	Data: objects and morphisms
$X(2)$	Structure: composition
$X(k) \quad k \geq 3$	Properties: asserting that associativity holds

(Cheng/Lauda 2004, S. 73).

Im Rahmen der höherdimensionalen Kategorientheorie ergibt sich nun aber die Möglichkeit, die Zusammenhänge nicht nur der Bi-Zeichen in Kaehrschen

Textemen, sondern selbst die Zusammenhänge zwischen den matching conditions zu „berechnen“. Dabei gehen wir von der folgenden Skelettdarstellung von Bi-Zeichenreihen aus, die Cheng und Lauda völlig unabhängig von der Semiotik für sog. Segal-Kompositionskarten gegeben hatten:



Hier werden also in semiotischer Interpretation gerade die machting conditions, d.h. Paare von Morphismen und Heteromorphismen, auf ihren inner-textematischen Zusammenhang bestimmt. Schematisch kann man das wie folgt ausdrücken:

$$M^n \equiv O^{n+1} \equiv M^{n+1} \equiv O^{n+2} \equiv M^{n+2} \equiv O^{n+2} \equiv \ldots$$

$$\Downarrow$$

$$(M^n \equiv O^{n+1}) \rightarrow (M^{n+1} \equiv O^{n+2}) \rightarrow (M^{n+2} \equiv O^{n+2}) \equiv \ldots$$

Bibliographie

Cheng, Eugenia/Lauda, Aaron, Higher Dimensional Categories. Cambridge, UK, 2004

Kaehr, Rudolf, Diamond Text Theory. Glasgow 2009, http://www.thinkartlab.com/CCR/2009/02/diamond-text-theory.html

Semiotische Morphismen als Vermittlungen von Kardinalität und Ordinalität

1. Die Peircesche Zeichenrelation

ZR = (3.a 2.b 1.c)

besteht aus zwei Basisrelationen:

einer kardinalen tradischen Relation

kZR = (3., 2., 1.)

und einer ordinalen trichotomischen Relation

oZR = (.a, .b, .c), a, b, c $\in$ {1, 2, 3}.

Während kZR eine strenge Totalordnung ist:

oZR = (3. > 2. > 1.),

ist oZR eine Halbordnung:

oZR = (.a ≤ .b ≤ .c),

ferner ist kZR immer aufsteigend, oZR immer absteigend.

Bei der dualen Realitätsthematik werden die Relationen konvertiert:

ZR^o = (c.1 b.2 a.3)

kZR^o = (.1, .2, .3)

oZR^o = (c., b., a.)

2. Kardinale und ordinale Relation verhalten sich dabei qua Zeichenklasse und Realitätsthematik wie Subjekt- und Objektpol (S, O) der Erkenntnisrelation, denn jedes Subzeichen lässt sich in der Form

(a.b) = [S, O] bzw. $(a.b)^o$ = (b.a) = [O, S]

darstellen, und es ist somit natürlich

S = kZR

O = oZR,

d.h. die Struktur

[S, -], [S, -], [S, -]

einer ZR ist die Struktur der Subjektrelation und als solche die kardinale Struktur, während die Struktur

[-, O], [-, O], [-, O]

einer ZR^o die Struktur der Objektrelation ist und als solche die ordinale Struktur.

3. Es ist nun möglich, die bereits von Bense (1981, S. 124 ff.) eingeführten semiotischen Kategorien als relationale Vermittlungszahlen, kurz: als Relationszahlen (Bense 1981, S. 26 f.) zwischen den kardinale und den ordinalen Zahlen einzuführen. Dabei gelten die üblichen Zuordnungen, die jetzt allerdings auf 4 Möglichkeiten pro Abbildung modifiziert werden können:

α := (1.) → (2.), (.1) → (.2), (1.) → (.2), (.1) → (.2)

β := (2.) → (3.), (.2) → (.3), (2.) → (.3), (.2) → (.3)

Für die Komposition gilt:

$\beta\alpha$ = (1.) → (3.), (.1) → (.3), (1.) → (.3), (.1) → (.3),

und wie oben bereits allgemein dargestellt für Konversionen die „Umkehrung der Pfeile“ (Mac Lane).

Bibliographie

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Semiotische Monomorphien?

1. Rudolf Kaehr hat in einer weiteren Arbeit, die man nur als bahnbrechend bezeichnen kann, zwischen „First and second- order approaches to morphogrammatics“ unterschieden. Während man in der Morphogrammatik der 1. Ordnung Morphogramme vor allem als Kenogramm-Sequenzen und deren Äquivalenz durch ihre Länge bestimmte, besteht die erste der beiden wesentlichen Neuerungen der Morphogrammatik der 2. Ordnung darin, dass man nun anstatt von der Länge von den Operatoren auf Kenogramm-Sequenzen oder Morphogrammen selbst ausgeht: „A first striking result of such an application is the intriguing insight and construction of the possibility of the *sameness* of morphograms of different kenomic complication, i.e. different length” (Kaehr 2010, S. 3). Hier setzt nun gleich die zweite der beiden Neuerungen in der Morphogrammatik der 2. Ordnung ein: „Morphograms as such are in fact unconceivable. What might be achieved is to observe and register the results of interactions with and between morphograms. Hence, different morphograms might give similar responses to interactions. This leads to a new concept of equivalence, similarity and bisimilarity: Two morphograms are morphogrammatically equivalent if their parts (monomorphies) are indistinguishable. This forms an operational and interactional or even interventional equivalence for all sorts of algorithms and machines” (Kaehr 2010, S. 3 f.).

2. Im folgenden wird der Vorschlag gemacht, die Zeichenklassen der Peirceschen Semiotik als Ketten von Fundamentalkategorien zu schreiben, und zwar so, dass gleiche Kenogramme zusammenstehen und jede Kette in progressiver Ordnung notiert ist:

3.1 2.1 1.1 → $\boxed{1\,1\,1\,1}\boxed{2}\boxed{3}$

3.1 2.1 1.2 → $\boxed{1\,1\,1}\boxed{2\,2}\boxed{3}$

3.1 2.1 1.3 → $\boxed{1\,1\,1}\boxed{2}\boxed{3\,3}$

3.1 2.2 1.2 → $\boxed{1\,1}\boxed{2\,2\,2}\boxed{3}$

3.1 2.2 1.3 → $\boxed{1\,1}\boxed{2\,2}\boxed{3\,3}$

3.1 2.3 1.3 → $\boxed{1\,1}\boxed{2}\boxed{3\,3\,3}$

3.2 2.2 1.2 → $\boxed{1}\boxed{2\,2\,2\,2}\boxed{3}$

3.2 2.2 1.3 → $\boxed{1}\boxed{2\,2\,2}\boxed{3\,3}$

3.2 2.3 1.3 → $\boxed{1}\boxed{2\,2}\boxed{3\,3\,3}$

3.3 2.3 1.3→ $\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3\,3\,3\,3}$

Wie man erkennt, sind die Abbildungen der Zeichenklassen auf die „morphogrammatischen“ Ketten eindeutig. Da jede Zeichenklasse die Form

Zkl = (a.b c.d e.f) mit a ≠ c ≠ e

hat (nur die Triaden, nicht aber die Trichotomien müssen paarweise verschieden sein, da für die letzteren gilt: b ≤ d ≤ f), besteht also jedes „semiotische Morphogramm“ aus drei „semiotischen Monomorphien“. Alle Monomorphien sind homogen (z.B. [1], [22], [3333]), wobei Monaden [a], Dyaden [22], Triaden [333] und Tetraden [3333] aufscheinen können. Heterogene Monomorphien wären nichts anderes als die bekannten Primzeichen, Subzeichen und Zeichenklassen,m unter denen jedoch wiederum die homogenen („genuine Subzeuchen“ bzw. „identische Semiosen“oder auch „identitive Morphismen“ genannt) einen speziellen Platz einnehmen.

3. Noch eine Bemerkung zur Dekomposition von „semiotischen Morphogrammen“, die ja eines der bedeuenden ungelösten Probleme der Semiotik darstellt. In der folgenden Tabelle wird das „semiotische Morphogramm“ auf der linken Seite durch Veränderung seiner Länge, auf der rechten Seite durch Veränderung der Position seiner Bestandteile schrittweise dekomponiert. Ob dieser mein Versuch etwas taugt, würde ich gerne – wie alles in dieser Arbeit (worauf ja das Fragezeichen im Titel bereits Bezug nimmt) der Kritik vorlegen:

Bsp.: 3.1 2.3 1.3 → $\boxed{1\,1 \mid 2 \mid 3\,3\,3}$

112333	6! = 720 Permutationen)	
11233 3	5! + 1 = 121	
1123 33	4! + 2! = 26	
112 333	3! + 3! = 12	abzgl. ident.
1 12 333	1! + 2! + 3! = 9	Perm.
1 1 2 333	1! + 1! + 2! + 3! = 7	
1 1 2 3 33	1! + 1! + 2! + 1! + 2! = 7	
1 1 2 3 3 3	1! + 1! + 1! + 1! + 1! + 1! = 6	

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Sketch of a typology of abstract memristic machines. In: ThinkartLab, http://memristors.memristics.com/Machines/Orientation/orientation.pdf (2010)

Operatoren an semiotischen Monomorphien

1. Wenn wir die in Toth (2010) eingeführten semiotischen Monomorphien betrachten, so fällt uns die folgende besonders auf:

3.1 2.2 1.3 →

①①	②②	③③

denn das zugrundeliegende, abstrakte („kenogrammatische") Schema (aabbcc) ist gleichfalls gültig für die sog. Peircesche Kategorienklasse, so dass man geneigt ist zu sagen: **Eigenrealität und Kategorienrealität sind kenogrammatisch identisch.** [1]

Hier liegt also eine identische Operation auf der Monomorphie vor:

$\mathfrak{I}$(112233) = (112233).

2. Keine der anderen semiotischen Monomorphien stehen in einer Identitätsrelation zueinander. Allerdings ist es möglich, mit Hilfe der semiotischen Morphismen (vgl. z.B. Toth 1997, S. 21 ff.) die Strukturschemata ineinander zu überführen, z.B.

(3.1 2.1 1.1) → (3.1 2.1 1.2):

α_4(111123) = (111223)

(3.1 2.1 1.2) → (3.1 2.1 1.3)

β_5(111223) → (111233)

(3.1 2.1 1.1) → (3.1 2.1 1.3)

$\beta_5\alpha_4$(111123) = (111233), usw..

wobei der tiefgestellte Index die Position des Wertewechsels darstellt.

3. Es ist naheliegend, sich als nächstes die Frage zu stellen, ob es möglich sei, mit Hilfe kategorientheoretischer Operatoren nicht nur die Wertbelegungen der Strukturschemata, sondern die letzteren selbst zu manipulieren.

---

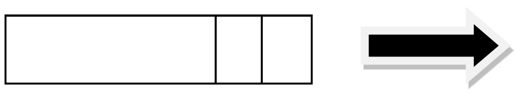
[1] Dieses Theorem ist der wichtigste semiotische Satz, der jemals aufgestellt wurde. Ich möchte hier betonen, dass er nicht hätte gefunden werden können, wenn nicht Rudolf Kaehrs Arbeiten zu den Monomorphien polykontexturaler Systeme vorgelegen hätten; vgl. v.a. Kaehr (2008).

Gehen wir nochmals aus von

(3.1 2.1 1.1) → (3.1 2.1 1.2):

α_4(111123) = (111223),

so entspricht dieser Werte-Transition die folgende strukturelle Transition:

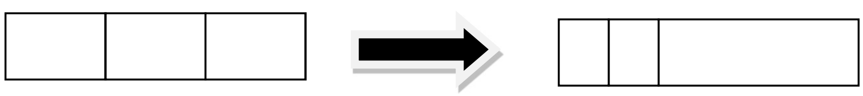


Der Werte-Transition

(3.1 2.2 1.3) → (3.3 2.3 1.3):

$\alpha_2\beta_3\beta_4$(112233) → (123333)

korrespondiert die Struktur-Transition



Nun ist es klar, dass zwischen Werten und Strukturen eineindeutige Abbildungen bestehen, denn man sollte sich nicht täuschen lassen, dass die Peircesche Semiotik, von der wir ausgegangen waren, in ihrem Grunde monokontextural ist, auch wenn es uns gelungen ist, mit einem „Trick“ die Zeichen- durch die für polykontexturale Systeme geforderte Strukturkonstanz zu ersetzen; unklar ist allerdings, ob es möglich sei, mit nicht-besetzten Strukturschemata allein zu rechnen. Ferner muss man, wenn man die Strukturschemata, wie in Toth (2010), mit „Kenogrammen“ besetzt, z.B.

□□	■■■	△

unbedingt von der Gesamtmenge der 3^3 = 27 möglichen triadischen Zeichenrelationen ausgehen, da sonst wiederum eine eineindeutige Korrespondenz zwischen Strukturschema und (von Werten abstrahierte) Kenogrammen besteht. Ordnungstheoretisch bedeutet dies die Aufhebung der Limitation

(3.a 2.b 1.c) mit a ≤ b ≤ c,

i.a.W. a > b > c und alle weiteren Kombinationen sind nun möglich, mengentheoretisch gesprochen also Exklusion anstatt Inklusion n-ter trichotomischer Werte in (n+1)ten. Ein weiterer Schritt in der Befreiung der Mathematik aus ihrem „logozentrischen“ Prokrustesbett ist dann die Elimination des Triadizitätsgesetzes, das besagt, dass in der Struktur

(a.b c.d e.f)

a ≠ b ≠ c

sein muss (paarweise Verschiedenenheit der triadischen Werte), und zwar so, dass genau ein x ∈ {a, b, c) den Wert 3, ein anderes den Wert 2 und das letzte den Wert 1 annehmen muss, weshalb wir ja oben (3.a 2.b 1.c) geschrieben hatten. Noch weiter gehen könne man z.B. dadurch, dass man die Peano-Basis der Primzeichen aufgibt, d.h. die lineare Progression der natürlichen Zahlen

(0,) 1, 2, 3, ...,

die natürlich auch den Zeichenrelationen zugrunde liegt, dadurch erweitert, dass man auch Nicht-Peano-Folgen wie z.B. die Fibonacci-Zahlen, die Lukas-Folge, Folgen von Potenzen usw. als Basis für die semiotischen Relationszahlen zulässt.[2]

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Morphogrammatics of change. Glasgow 2008

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

---

[2] M.W, ist diese Restriktion auf die stillschweigend vorausgesetzte Peano-Zahlen-Folge selbst in der Keno- und Morpohogrammatik noch vorhanden, d.h. dann, wenn die Kenos und Morphogramme mit Zahlen anstatt mit „Zeichen“ geschrieben werden, also etwa bei 00011 anstatt aaabb. Auch wenn es sich bei 00011 ≠ 11 nicht um eine Peano-Struktur handelt, setzen die von Günther eingeführten Proto-, Deutero- und Trito-Zahlen noch immer die, freilich verallgemeinerte, Nachfolgebeziehung der Peano-Zahlen voraus, die z.B. bei den Potenzfolgen aufgehoben ist, obwohl diese selbst „monokontextural“ sind.

Toth, Alfred, Semiotische Monomorphien? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Der Zusammenhang von Zeichen

1. Die monokontexturale Bense-Semiotik kennt nur zwei Arten des Zusammenhangs von Zeichen:

1.1. Zusammenhang durch gemeiname Subzeichen, z.B.

Z [(<u>3.1</u> 2.1 1.1), (<u>3.1</u> 2.2 1.2))] = (3.1)

1.2. Zusammenhang durch gemeinsame Semiosen, z.B.

Z [(3.1 <u>2.3 1.3</u>), (3.2 <u>2.3 1.3</u>)] = (2.3 → 1.3)

Da eine Semiose eine Abbildung (Morphismus) zweier Subzeichen ist, setzt 1.2 immer 1.1 voraus. Allerdings können nach Bense die Subzeichen selber nicht nur als Objekte, sondern auch als Morphismen aufgefasst werden; Objekte sind dann nicht die Dyaden, sondern die Monaden.

2. Nun stellen jedoch M, O und I nach Bense (1986, S. 17 ff.) „Tripel-Universen" dar. Allerdings sind diese Universen nicht diskret, sondern wegen

ZR = (M, ((M → O), (O → I)))

gilt:

$(\underline{U}_M \subset (\underline{U}_O \subset \underline{U}_I))$.

Auf der Ebene der Peirce-Zahlen sind die Verhältnisse jedoch leicht verschieden, denn wie man sich anhand der semiotischen Matrix

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

leicht überzeugt, gilt ja für die Triaden

$(\underline{U}_{1.} \subset \underline{U}_{2.} \subset \underline{U}_{3.})$,

wogegen für die Trichotomien gilt

($\underline{U}_{.1} \subseteq \underline{U}_{.2} \subseteq \underline{U}_{.3}$).

Nun betrachten wir aber die kontexturellen Vermittlungen der triadischen Semiotik, die auf der Basis ihrer 4 2-kontexturellen Semiotiken beruht (Kaehr 2009, S. 9:

3 – contextural semiotic matrix

$$Sem^{(3,2)} = \begin{pmatrix} MM^{(3,2)} & .1_{1.3} & .2_{1.2} & .3_{2.3} \\ 1_{1.3} & \mathbf{1.1_{1.3}} & \mathbf{1.2_{1}} & \mathbf{1.3_{3}} \\ 2_{1.2} & \mathbf{2.1_{1}} & \mathbf{2.2_{1.2}} & \mathbf{2.3_{2}} \\ 3_{2.3} & \mathbf{3.1_{3}} & \mathbf{3.2_{2}} & \mathbf{3.3_{2.3}} \end{pmatrix}$$

Im Teilbereich von ($\underline{U}_{1.} \subset \underline{U}_{2.} \subset \underline{U}_{3.}$) gilt:

$\underline{U}_{11} \cap \underline{U}_{21} \neq \emptyset$ $\quad$ $\underline{U}_{21} \cap \underline{U}_{22} \neq \emptyset$ $\quad$ $\underline{U}_{31} \cap \underline{U}_{32} = \emptyset$

$\underline{U}_{21} \cap \underline{U}_{31} = \emptyset$ $\quad$ $\underline{U}_{22} \cap \underline{U}_{23} \neq \emptyset$ $\quad$ $\underline{U}_{32} \cap \underline{U}_{33} \neq \emptyset$

wogegen im Teilbereich ($\underline{U}_{.1} \subseteq \underline{U}_{.2} \subseteq \underline{U}_{.3}$) gilt

$\underline{U}_{11} \cap \underline{U}_{12} \neq \emptyset$ $\quad$ $\underline{U}_{21} \cap \underline{U}_{22} \neq \emptyset$ $\quad$ $\underline{U}_{31} \cap \underline{U}_{32} = \emptyset$

$\underline{U}_{12} \cap \underline{U}_{13} = \emptyset$ $\quad$ $\underline{U}_{12} \cap \underline{U}_{23} \neq \emptyset$ $\quad$ $\underline{U}_{32} \cap \underline{U}_{33} \neq \emptyset$

Was für Schlüsse können hieraus gezogen werden? Erstens sind die Verhältnisse für die Tripeluniversen völlig unabhängig von den Peirce-Zahlen, denn sie sind strukturell identisch. Zweitens aber stehen wir vor der semiotisch erregenden Tatsache, dass sowohl im trichotomischen

$(1.2)_1 \subset (1.3)_3$

als auch im triadischen Fall

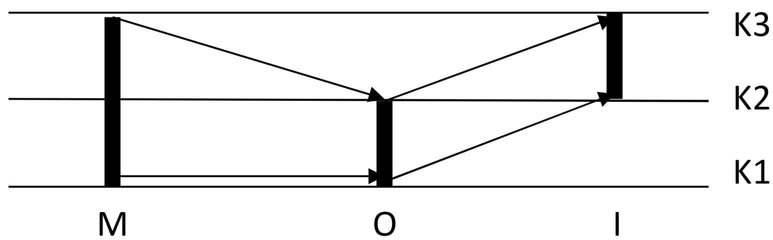
$(1.3)_3 \subset (2.3)_2$

zwei Teiluniversen, obwohl sie ineinander topologisch enthalten sind, in verschiedenen Kontexturen liegen können, und zwar obwohl hier keine Spur von semiotischer (via Subzeichen oder Semiosen) bzw. kontextureller Mediation vorliegt!

Wenn wir jedoch nochmals zur Zeichendefinition (Bense 1979, S. 53) zurückgehen

$ZR = (M_{1.3}, ((M_{1.3} \rightarrow O_{1.2}), (O_{1.2} \rightarrow I_{2.3}))),$

so erkennen wir, dass hier noch alles in Ordnung ist, denn alle Kategorien sind nicht nur durch Mengeninklusion, sondern auch durch kontexturellen Zusammenhang miteinander verbunden:



Ich möchte diese Pathologie als Satz formulieren dürfen:

Theorem: Semiotische Teilsysteme können, obwohl sie topologisch ineinander enthalten sind, in verschiedenen Kontexturen liegen.

Der Grund für ihr Auftreten dürfte in den von mir schon in früheren Arbeiten bemerkten, ebenfalls pathologischen, „gebrochenen" Kategorien liegen, die Peirce erfunden hat. Man bedenke einmal, dass eine Kategorie ein Denkuniversale ist. Nun basiert die gesamte Semiotik darauf, dass aus solchen Denkuniversalen „kartesische Produkte" gebildet werden. – Diese ganze Thematik, die hier angerissen wurde, ist indessen noch sehr weit von irgendwelchen Lösungen entfernt, so dass ich an dieser Stelle vorderhand abbreche.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Repräsenation und Fundierung der Realitäten. Baden-Baden 1986

Kaehr, Rudolf, Polycontexturality of signs? In: Diamond Semiotic Short Studies, S. 251 ff. http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Short%20Studies/Diamond%20Semiotic%20Short%20Studies.pdf (2009)

Kontexturierte Peirce-Zahlen als Domänen und als Codomänen

1. Stellen Sie sich einen Lattenzaun vor mit n Latten. Um aus diesen n Latten einen Zaun zu verfertigen, der diesen Namen verdient, wird man die n Latten so anordnen, dass damit auch (n-1) Zwischenräume, wir nennen sie: Zwischenlatten, entstehen. Genau genommen besteht also ein Lattenzaun aus n Latten sowie (n-1) Zwischenlatten. Hat eine Menge n, deren Elemente qualitativ gleich sind, bei jeder Permutation immer (n-1) Zwischenräume? Verlangen Sie von Ihrem Lattenzaun, dass die Zwischenlatte immer den Raum von 2 Latten umfasst. Dann ist also (n-1) = 2n, d.h. n = 2n +1. Was wissen wir überhaupt von dem Nichts als Platzhalter des Seins bzw. von dem aus Unterbrüchen des Nichts definierten Sein?

2. Im folgenden wollen wir einen bedeutenden Schritt weitergehen, indem wir die Objekte, d.h. die Latten, von der einen („irdischen“) Kontextur befreien. Eine Latte kann also in mehr als einer Kontextur erscheinen. Eine Kontextur ist aber der Geltungsbereich aus Positivität und Negativität, d.h. sie schliesst das Nichts ein. Jede Latte partizipiert demnach durch ihre Kontexturierung als Objekt am Nichts, d.h. am Jenseits der Latte, das als Zwischenraum definiert wurde. Damit wird also nun ein mathematischer Zusammenhang hergestellt zwischen den n Latten und den (n-1) Zwischenräumen, der weit jenseits der Arithmetik liegt. Streng genommen hätten wir die Frage, wieviel wir wirklich wissen über Latten und Zwischenlatten schon längst dahingehend beantworten sollen, dass sie an sich schon zwei verschiedenen Kontexturen angehören, etwa so wie Äpfel und Birnen, zwischen denen ja jegliche Arithmetik verboten ist, wie man aus den Anfängen des Mathematikunterrichts weiss. Daraus folgt jetzt also, dass man nicht nur die Latten, sondern auch die Zwischenlatten kontexturieren muss, also das Nichts, das zwischen dem Sein der Objekte steht. Was schliesslich die Relation der Latten und Zwischenlatten betrifft, so ist sie bidirektional, d.h. man kann beim Bau eines Zauns natürlich sowohl von den Latten als auch von den Zwischenräumen ausgehen.

3. Ein Subzeichen ist das kartesische Produkt aus zwei Monaden, von Bense (1980) als Primzeichen bezeichnet:

$(a.b) = a. \times .b$ mit $a, b, \in \{1, 2, 3\}$,

wobei der rechte Punkt P^{ρ} und der linke Punkt P^{λ} den Morphismus $(a \rightarrow b)$ abkürzen:

$<a. \in P^{\rho}, .b \in P^{\lambda}> =: (a \rightarrow b) = \rightarrow_{\alpha,\beta}$.

Für Kontexturen K wollen wir kleine Buchstaben verwenden: i, j, k, ... $\in$ K. Nach dem oben Gesagten haben wir dann also

$<a._{i.j} \in P^{\rho}, .b_{k.l} \in P^{\lambda}> =: (a \rightarrow b) = \rightarrow_{\alpha,\beta <i,j> \rightarrow <k,l>}$.

Einfach gesagt, gibt es also die folgenden Abbildungsmöglichkeiten zwischen kontexturierten Subzeichen:

$a_{ij} \rightarrow b_{kl}$ $\quad$ $a_{ij} \rightarrow b_{lk}$ $\quad$ $a_{ji} \rightarrow b_{lk}$ $\quad$ $a_{ij} \rightarrow b_{jk}$

$a_{ij} \leftarrow b_{kl}$ $\quad$ $a_{ij} \leftarrow b_{lk}$ $\quad$ $a_{ji} \leftarrow b_{lk}$ $\quad$ $a_{ij} \leftarrow b_{jk}$

Aufgaben.

1. Die Gleichsetzung der oberen und der unteren Reihe von Abbildungen bedeutet die Verwechslung von Latten und Zwischenlatten.

2. „Die Existenz ist nicht hier und nicht dort, sie ist dazwischen“ (Max Bense, Fernsehsendung zum 60. Geburtstag 1979 produziert von SWF, Regie: Georg Bense).

4. Sei a $\in$ tdPz (triadische Peirce-Zahlen) und b $\in$ ttPz (trichotomische Peirce-Zahlen). Dann kann man die tdPz und die ttPz jeweils als Zeile und Spalte einer im triadischen Falle quadratischen 3×3-Matrix notieren und erhält auf diese Weise die folgende, von Kaehr (2008, S. 6) gegebene kategorial-semiotische Matrix:

	1	2	3
1	$1 \rightarrow 1_{1.3}$	$1 \rightarrow 2_1$	$1 \rightarrow 3_3$
2	$2 \rightarrow 1_1$	$2 \rightarrow 2_{1.2}$	$2 \rightarrow 3_2$
3	$3 \rightarrow 1_3$	$3 \rightarrow 2_2$	$3 \rightarrow 3_{2.3}$

Wegen der oben gegebenen 8 möglichen Abbildungen ergibt sich aber als weitere Matrix jene, bei der statt der Codomänen die Domänen kontexturiert sind:

	1	2	3
1	$1_{1.3} \rightarrow 1$	$1_1 \rightarrow 2$	$1_3 \rightarrow 3$
2	$2_1 \rightarrow 1$	$2_{1.2} \rightarrow 2$	$2_2 \rightarrow 3$
3	$3_3 \rightarrow 1$	$3_2 \rightarrow 2$	$3_{2.3} \rightarrow 3$

Zwei weitere Matrizen ergeben sich durch „Umkehrung der Pfeile“ (Latten vs. Zwischenlatten!):

	1	2	3
1	$1 \leftarrow 1_{1.3}$	$1 \leftarrow 2_1$	$1 \leftarrow 3_3$
2	$2 \leftarrow 1_1$	$2 \leftarrow 2_{1.2}$	$2 \leftarrow 3_2$
3	$3 \leftarrow 1_3$	$3 \leftarrow 2_2$	$3 \leftarrow 3_{2.3}$

	1	2	3
1	$1_{1.3} \leftarrow 1$	$1_1 \leftarrow 2$	$1_3 \leftarrow 3$
2	$2_1 \leftarrow 1$	$2_{1.2} \leftarrow 2$	$2_2 \leftarrow 3$
3	$3_3 \leftarrow 1$	$3_2 \leftarrow 2$	$3_{2.3} \leftarrow 3$

5. Weil in monokontexturalen Systemen $\times(a.b) = (a.b)^{o} = (b.a)$ gilt, ist also die Transponierte einer semiotischen Matrix gerade jene, bei der Zeilen und Spalten vertauscht sind:

$$\begin{pmatrix} 1 \to 1_{1.3} & 1 \to 2_1 & 1 \to 3_3 \\ 2 \to 1_1 & 2 \to 2_{1.2} & 2 \to 3_2 \\ 3 \to 1_3 & 3 \to 2_2 & 3 \to 3_{2.3} \end{pmatrix}^T =$$

$$\begin{pmatrix} 1 \to 1_{1.3} & 2 \to 1_1 & 3 \to 1_3 \\ 1 \to 2_1 & 2 \to 2_{1.2} & 3 \to 2_2 \\ 1 \to 3_3 & 2 \to 3_2 & 3 \to 3_{2.3} \end{pmatrix}$$

Strukturell gilt also $M^T = M$, d.h. es werden unkontexturierte Primzeichen der Domäne auf kontexturierte Primzeichen der Codomäne durch Morphismen abgebildet, die von den Domänen zu den Codomänen führen (ρ-Direktional).

Auf jeden Fall aber handelt es suich bei den vier semiotischen Matrizen um 4 verschiedene semiotische Systeme und nicht nur um Varianten von Kaehrs $cat^{(3)}(Sem^{(3,2)})$.

Bibliographie

Bense, Max, Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3, 1980

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. www.thinkartlab.com, 2010

Subzeichen als Abbildungen von Primzeichen aus Domänen und Codomänen mit permutierten Kontexturenzahlen

1. Ein Subzeichen ist das kartesische Produkt aus zwei Monaden, von Bense (1980) als Primzeichen bezeichnet:

$(a.b) = a. \times .b$ mit $a, b, \in \{1, 2, 3\}$,

wobei der rechte Punkt P^ρ und der linke Punkt P^λ den Morphismus $(a \rightarrow b)$ abkürzen:

$<a. \in P^\rho, .b \in P^\lambda> =: (a \rightarrow b) = \rightarrow_{\alpha,\beta}$.

Für Kontexturen K wollen wir kleine Buchstaben verwenden: $i, j, k, ... \in K$. Nach dem oben Gesagten haben wir dann also

$<a._{i.j} \in P^\rho, .b_{k.l} \in P^\lambda> =: (a \rightarrow b) = \rightarrow_{\alpha,\beta <i,j>\rightarrow<k,l>}$.

Einfach gesagt, gibt es also die folgenden Abbildungsmöglichkeiten zwischen kontexturierten Subzeichen:

$a_{ij} \rightarrow b_{kl}$ $\quad a_{ij} \rightarrow b_{lk}$ $\quad a_{ji} \rightarrow b_{lk}$ $\quad a_{ij} \rightarrow b_{jk}$

$a_{ij} \leftarrow b_{kl}$ $\quad a_{ij} \leftarrow b_{lk}$ $\quad a_{ji} \leftarrow b_{lk}$ $\quad a_{ij} \leftarrow b_{jk}$

2. Da für n-kontexturale (semiotische) Systeme gilt, dass (n-1)-stellige Kontexturenzahlen nur bei genuinen Subzeichen (identitiven Morphismen) aufscheinen, da ferner jede Zeichenklasse (mit Ausnahme der genuinen Kategorienklasse, der Hauptdiagonalen der semiotischen Matrix) maximal 1 genuines Subzeichen enthält, folgt, dass die kontexturalzahlige Struktur einer allgemeinen Zeichenklassen einer der folgenden drei Strukturen folgt:

$Zkl = (3.a_{ijk}\ 2.b_{ij}\ 1.c_{kl})$

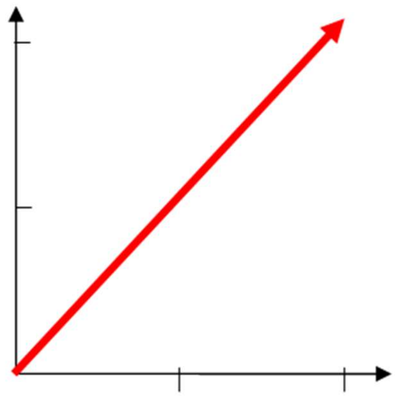
$Zkl = (3.a_{ij}\ 2.b_{ijk}\ 1.c_{kl})$

$Zkl = (3.a_{ij}\ 2.b_{kl}\ 1.c_{ijk})$

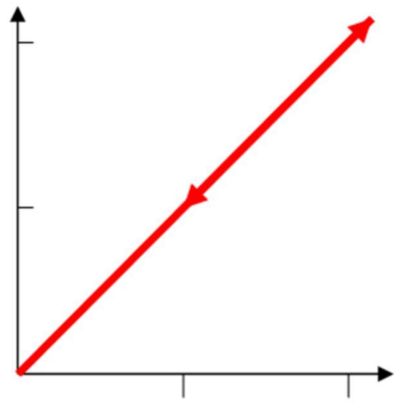
(wobei i, j, k nicht paarweise verschieden sein müssen).

$\wp$(i.j.k) = {(i.j.k), (i.k.j), (k.i.j), (k.j.i), (j.k.i), (j.i.k)}:

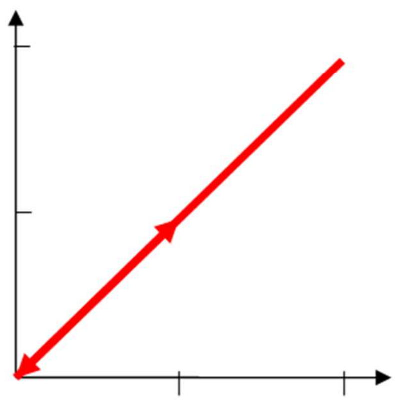
(i.j.k)



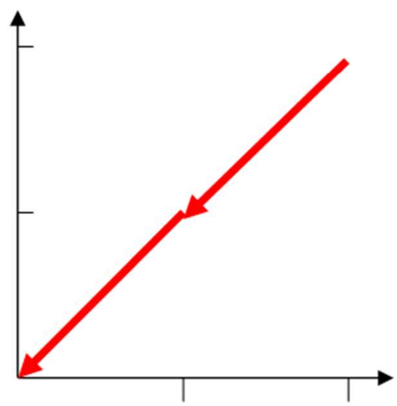
(i.k.j)



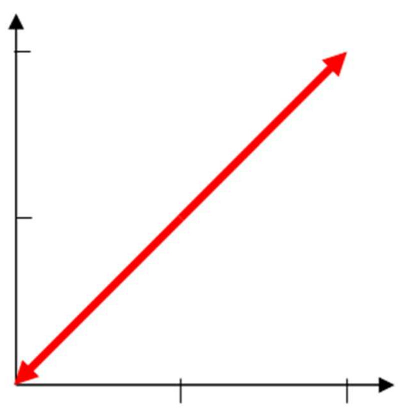
(k.i.j)



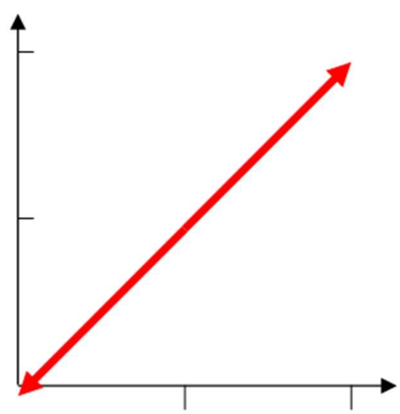
(k.j.i)



(j.i.k)

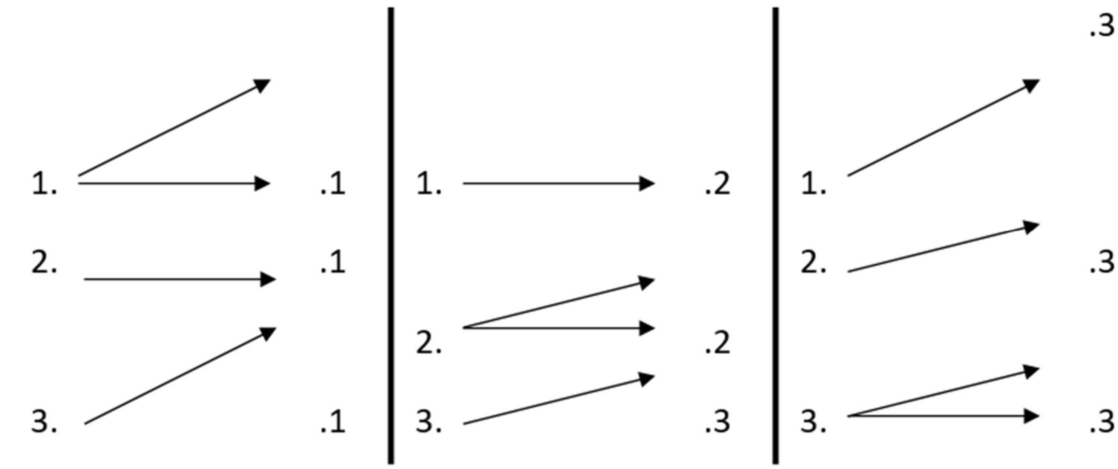


(j.k.i)



3. Sei a $\in$ tdPz (triadische Peirce-Zahlen) und b $\in$ ttPz (trichotomische Peirce-Zahlen). Dann kann man die tdPz und die ttPz jeweils als Zeile und Spalte einer im triadischen Falle quadratischen 3×3-Matrix notieren und erhält auf diese Weise die folgende, von Kaehr (2008, S. 6) gegebene kategorial-semiotische Matrix:

	1	2	3
1	$1 \rightarrow 1_{1.3}$	$1 \rightarrow 2_{1}$	$1 \rightarrow 3_{3}$
2	$2 \rightarrow 1_{1}$	$2 \rightarrow 2_{1.2}$	$2 \rightarrow 3_{2}$
3	$3 \rightarrow 1_{3}$	$3 \rightarrow 2_{2}$	$3 \rightarrow 3_{2.3}$



Dasselbe p.p. (vgl. Toth 2010) für die übrigen 3 Matrizen bzw. semiotischen Systeme:

	1	2	3
1	$1_{1.3} \rightarrow 1$	$1_{1} \rightarrow 2$	$1_{3} \rightarrow 3$
2	$2_{1} \rightarrow 1$	$2_{1.2} \rightarrow 2$	$2_{2} \rightarrow 3$
3	$3_{3} \rightarrow 1$	$3_{2} \rightarrow 2$	$3_{2.3} \rightarrow 3$

	1	2	3
1	$1 \leftarrow 1_{1.3}$	$1 \leftarrow 2_{1}$	$1 \leftarrow 3_{3}$
2	$2 \leftarrow 1_{1}$	$2 \leftarrow 2_{1.2}$	$2 \leftarrow 3_{2}$
3	$3 \leftarrow 1_{3}$	$3 \leftarrow 2_{2}$	$3 \leftarrow 3_{2.3}$

	1	2	3
1	$1_{1.3} \leftarrow 1$	$1_1 \leftarrow 2$	$1_3 \leftarrow 3$
2	$2_1 \leftarrow 1$	$2_{1.2} \leftarrow 2$	$2_2 \leftarrow 3$
3	$3_3 \leftarrow 1$	$3_2 \leftarrow 2$	$3_{2.3} \leftarrow 3$

Bibliographie

Bense, Max, Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3/3, 1980

Toth, Alfred, Kontexturierte Peirce-Zahlen als Domänen und als Codomänen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Drei semiotische Matrizen über Zustandsmengen

1. Die Coalgebra, einer der jüngsten Disziplinen der Mathematik (und eine der wenigen, die nicht aus der Mathematik selbst entstanden sind) ist basiert auf einer Menge von Zuständen („states“), die auf Strukturen abgebildet werden. Offenbar passiert hier also das Gegenteil dessen, was in der Algebra gemacht wird: X → F(X) anstatt F(X) → X (vgl. zur leichten Einführung z.B. Jacobs 2005), und woraus sich das häufig verwendete Präfix Co- erklärt, das freilich bereits in der Co-Domäne, dem „Bildbereich“ zu finden ist, das sich der Kategorientheorie verdankt und damit die wichtigste Verknüpfung der Coalgebra andeutet. Wie man aus der Grundlegung einer Menge von Zuständen anstatt Elementen, Punkten, Räumen usw. vermutet, ist die Coalgebra ein Kind der Computerwissenschaft.

2. Im folgenden werden, entsprechend der Unterscheidung zwischen triadischen, tirchotomischen und diagonalen Peircezahlen (Toth 2009), drei Matrizen vorgeschlagen, wie man semiotische Zustandsmengen definieren könnte.

2.1. Transformation der trichotomischen Peirce-Zahlen der semiotischen Matrix in die semiotische Zustandsmatrix I:

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} \square & 1.1 & \square & 1.2 & \square & 1.3 \\ \square & 2.1 & \square & 2.2 & \square & 2.3 \\ \square & 3.1 & \square & 3.2 & \square & 3.3 \end{pmatrix}$$

Sem. Zust.M.I ist also nach links durch Zustände, nach rechts durch Subzeichen (Objekte bzw. Morphismen, d.h. Semiosen) abgeschlossen.

2.2. Transformation der triadischen Peirce-Zahlen der semiotischen Matrix in die semiotische Zustandsmatrix II:

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} \square & \square & \square \\ 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ \square & \square & \square \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ \square & \square & \square \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

Sem. Zust.M.II ist nach oben durch Zustände, nach unten durch Subzeichen (Objekte bzw. Morphismen, d.h. Semiosen) abgeschlossen.

2.3. Transformation der diagonalen Peirce-Zahlen der semiotischen Matrix in die semiotische Zustandsmatrix III:

$$\begin{array}{cccccc} & \square & & \square & & \square \\ \square & 1.1 & \square & 1.2 & \square & 1.3 \\ & \square & & \square & & \square \\ \square & 2.1 & \square & 2.2 & \square & 2.3 \\ & \square & & \square & & \square \\ \square & 3.1 & \square & 3.2 & \square & 3.3 \end{array}$$

Sem. Zust.M.III ist nach links und oben durch Zustände, nach rechts und unten sowohkl durch Zustände als auch durch Subzeichen (Objekte bzw. Morphismen, d.h. Semiosen) abgeschlossen.

Bibliographie

Jacobs, Bart, Coalgebra. Nijmegen 2005 (Ms.)

Toth, Alfred, Kleine Peirce-Zahlen-Arithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Kartesische Multiplikation als Spezialfall morphismischer Abbildung

1. Die von Bense (1980) definierten Primzeichen

PZ = (.1., .2., .3.)

sind doppeldeutig; darauf weisen die bheiden Punkte vor und nach den Ziffern. Streng genommen müssten wir also schreiben

PR = (.1, 1., .2, 2., .3, 3.),

denn

.1 ǂ 1.

.2 ǂ 2.

.3 ǂ 3.

Sie werden durch kartesische Multiplikation jeweils nach dem Schema

SZ = a. $\times$ .b = a.b (a, b $\in$ (1, 2, 3))

zu einem sog. Subzeichen (SZ) komponiert.

2. Nun ist Komposition eine kategorientheoretische Abbildung, und wie man spätestens seit Kaehrs Entdeckung der Heteromorphismen der Saltatoren-Theorie (korrespondierend denMorphismen der Kategorientheorie, vgl. Kaehr 2008) weisst, gibt es meistens mehr als eine Abbildung zwischen zwei Objekten.

Im Falle von PR gibt es rein theoretisch 4 Möglichkeiten:

a.b

.ab

ab.

a..b.

Definieren wir mit Freyd und Scedrov (1989, S. 3):

□x := dom(x)

y□ := codom(y)

xy := Komposition von x und y

xy gdw x□ = □y,

dann haben wir also die folgenden morphismischen Entsprechung der Kompositionen semiotischer Objekte:

1.1 = x□y

.11 = □xy

11. = xy□□

1..1 = x□□y

Es folgt, dass die kartesische Multiplikation 1.1 = x□y ein Sonderfall unter 4 möglichen morphismischen Abbildungen zwischen Objekten ist. In Sonderheit sei darauf hingeweisen, dass

[(1.1) = x□y] ǂ [(1..1) = x□□y],

was man zum Anlass nehmen sollte, darüber nachzudenken, was überhaupt ein kartesisches Produkt ist.

Bibliographie

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica III/3, 1980

Freyd, Peter J./Scedrov Andre, Categories, Allegories. New York 1989

Spuren, Keime und Zustandsmengen

1. Die Coalgebra, einer der jüngsten Disziplinen der Mathematik (und eine der wenigen, die nicht aus der Mathematik selbst entstanden sind) ist basiert auf einer Menge von Zuständen („states“), die auf Strukturen abgebildet werden.

2.1. Transformation der trichotomischen Peirce-Zahlen der semiotischen Matrix in die semiotische Zustandsmatrix I:

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} \square & 1.1 & \square & 1.2 & \square & 1.3 \\ \square & 2.1 & \square & 2.2 & \square & 2.3 \\ \square & 3.1 & \square & 3.2 & \square & 3.3 \end{pmatrix}$$

2.2. Transformation der triadischen Peirce-Zahlen der semiotischen Matrix in die semiotische Zustandsmatrix II:

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} \square & \square & \square \\ 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ \square & \square & \square \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ \square & \square & \square \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

2.3. Transformation der diagonalen Peirce-Zahlen der semiotischen Matrix in die semiotische Zustandsmatrix III:

$$\begin{pmatrix} & \square & & \square & & \square \\ \square & 1.1 & \square & 1.2 & \square & 1.3 \\ & \square & & \square & & \square \\ \square & 2.1 & \square & 2.2 & \square & 2.3 \\ & \square & & \square & & \square \\ \square & 3.1 & \square & 3.2 & \square & 3.3 \end{pmatrix}$$

3.1. Bedeute wie üblich Sp(ur), Ke(im), Cat(egorie), und seien wie üblich

$Sp = (x \in X, \rightarrow)$

$Ke = (y \in Y, \rightarrow)$

$Cat = (x \in X, y \in Y, \rightarrow)$

Es gilt:

$$\left.\begin{array}{lll} 1. \times 0.1 = 1_1 & 2. \times 0.1 = 2_1 & 3. \times 0.1 = 3_1 \\ 2. \times 0.2 = 1_2 & 2. \times 0.2 = 2_2 & 3. \times 0.2 = 3_2 \\ 3. \times 0.3 = 1_3 & 2. \times 0.3 = 2_3 & 3. \times 0.3 = 3_3 \end{array}\right\} \text{Spuren}$$

$$\left.\begin{array}{lll} .1 \times 0.1 = {}_11 & .2 \times 0.1 = {}_21 & .3 \times 0.1 = {}_31 \\ .2 \times 0.2 = {}_12 & .2 \times 0.2 = {}_22 & .3 \times 0.2 = {}_32 \\ .3 \times 0.3 = {}_13 & .2 \times 0.3 = {}_23 & .3 \times 0.3 = {}_33 \end{array}\right\} \text{Keime}$$

Kategorien entstehen also durch Zusammensetzung von Spuren und Keimen bzw. umgekehrt:

$Cat = (x_{\rightarrow} \square\square\, {}_{y}{\rightarrow}) = (x \rightarrow y), x \in X, y \in Y.$

3.2. Es ist

$\times$(Sp) = Ke; $\times$(Ke) = Sp.

Damit erhalten wir zwei 2-elementige Mengen:

Sp = $\{1_1; 1^1\}$

Ke = $\{{}_11; {}^11\}$,

Wir haben dann also

$1_1 \circ {}_11 = (1.1)$

$1_1 \circ 1_1 = (1.1.)$

${}_11 \circ 1_1 = (.11.)$

${}_11 \circ {}_11 = (.1.1)$.

und somit zwei homogene Matrizen für Spuren

$$\begin{pmatrix} 1_1 & 1_2 & 1_3 \\ 2_1 & 2_2 & 2_3 \\ 3_1 & 3_2 & 3_3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1^1 & 1^2 & 1^3 \\ 2^1 & 2^2 & 2^3 \\ 3^1 & 3^2 & 3^3 \end{pmatrix}$$

und zwei homogene Matrizen für Keime

$$\begin{pmatrix} {}_11 & {}_21 & {}_31 \\ {}_12 & {}_22 & {}_32 \\ {}_13 & {}_23 & {}_33 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} {}^11 & {}^21 & {}^31 \\ {}^12 & {}^22 & {}^32 \\ {}^13 & {}^23 & {}^33 \end{pmatrix}$$

4. Man kann nun die Ergebnisse dieser Studie insofern zusammenfassen, als man in die Zustände der semiotischen Zustandsmatrizen Spuren bzw. Keime einsetzt, und zwar korrespondieren offenbar die Spuren den Semiosen und die Keime den Retrosemiosen und im erweiterten, polykontexturalen Sinne die Semiosen den Morphismen und die Retrosemiosen den Heteromorphismen. Dabei erkennt man, dass man in semiotischen Zustandsmatrizen aus Nullstellen auf dem Hinweg aufbricht, aber nicht auf dem Rückweg aus ihnen aufbricht, sondern lediglich an

ihnen ankommt bzw. zu ihnen zurückkehrt. Das „Nichts“ ist also immer und nur dort, wo ein semiotischer Prozess entsteht (die der Semiose vorangehende Kenose bzw. Meontik), aber er endet stets im Vermittelt-Sein der Semiotik.

Literatur

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007. Digitalisat: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond-Theory-Collection.pdf

Ansätze zu einer Theorie der Bifunktorialität in der Semiotik

1. Bereits bei den Zeichenklassen, die über der Grossen Semiotischen Matrix konstruiert werden und deren Grundschema wie folgt ausschaut

GZkl = (3.a 3.b 2.c 2.d 1.e 1.f),

stellt sich die Frage, welche Objekte hier wie aufeinander abgebildet werden und ob nicht auch die Morphismen zwischen den Objekten auf eine Art aufeinander abgebildet werden müssen. GZkl enthält als eingebettete die entsprechende Zkl

Zkl = 3.a 2.c 1.e,

wobei wir hier als Menge der Objekte O = {3.a, 2.c, 1.e} und als Menge der Morphismen M = {(3.a) → (2.c), (2.c) → (1.e)} haben, d.h. wir bewegen uns soweit also noch im Bereich der (gewöhnlichen) 1-Kategorien.

2. Wenn wir hingegen von GZkl ausgehen, haben wir jeweils zwei Positionen für die Triaden, d.h. die eine von beiden bestimmt die andere (wobei es Sache der Konvention ist, welche primär und welche sekundär ist). In anderen Worten: Während die in GZkl eingebettete triadische Grundstruktur Zkl seriell geordnet ist, sind die „sekundären Triaden“ jeweils zu ihren „primären Triaden“ parallel. Wir können GZkl daher auch wie folgt darstellen:

$$\begin{array}{llll} & (3.b \quad 2.b \quad 1.d) & \Big\updownarrow & \text{parallel} \\ \text{GZkl} = & (3.a \quad 2.c \quad 1.e) & & \longrightarrow \text{seriell.} \end{array}$$

Daraus folgt, dass wir folgende zusätzlichen Morphismen haben zwischen Objekten:

(3.b) → (3.a)

(2.b) → (2.c)

(1.d) → (1.e),

nennen wir sie γ, δ, ε. Diese bestimmen nun aber ferner die 1-kategorialen Morphismen

(3.a) → (2.c) := α

(2.c) → (1.e) := β,

und zwar haben wir passend zu den 2-kategorialen Objekten dann folgende 2-kategoriale Morphismen:

$$\begin{tikzcd}
(3.b) \arrow[r, "\alpha'"] \arrow[d, "\gamma"'] \arrow[dr, phantom, "\Downarrow A"] & (2.c) \arrow[r, "\beta'"] \arrow[d, "\delta"] \arrow[dr, phantom, "\Downarrow B"] & (1.e) \arrow[d, "\varepsilon"] \\
(3.a) \arrow[r, "\alpha"'] & (2.d) \arrow[r, "\beta"'] & (1.f),
\end{tikzcd}$$

d.h. die „parallelen“ Pfeile sind wie folgt definiert:

A := (α´ → α)

B := (β´ → β).

3. Zum theoretischen Hintergrund vgl. den folgenden Text aus Kaehr (2010):

3.2. Monoidal categories

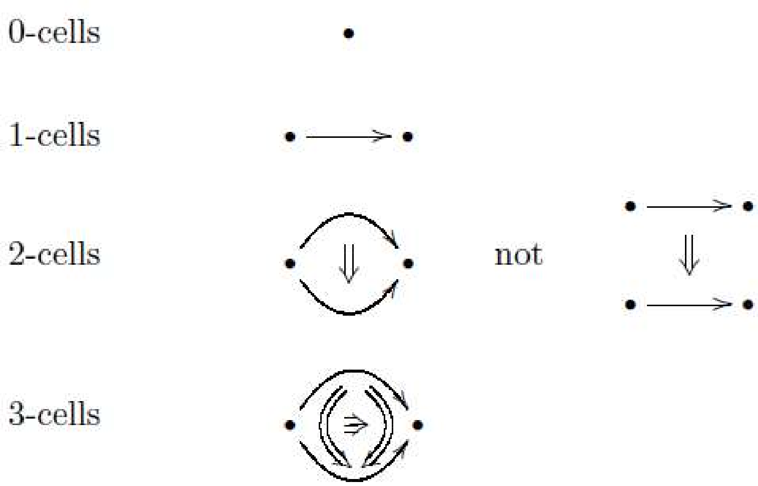
3.2.1. Bifunctoriality

Monoidal categories might be considered as another strategy to introduce *multitude* within the framework of a Grothendieck universe. A multitude over objects of a universe is established by the introduction of a new type of composition: *yuxtaposition*.
This yuxtaposition, which is a parallel operation in contrast to the serial operation of composition, is considered as of the same level of abstraction as the fundamental operation of composition. This gets its reason with a change of strategy from an *abstract* mathematical to a more *concrete* physical modeling of operations and processes, i.e. *serial* for composition ($\circ$) and *parallel* for yuxtaposition ($\otimes$). With the obvious condition of strictness that no composition becomes a yuxtaposition and vice versa, no yuxtposition becomes a composition.

$$CAT_{BIF} = \left(obj, \circ, \otimes\right)$$

The great advantage of this subversive approach to category theory is the introduction of an inter-relation between composition and yuxtaposition inscribed as bifunctoriality.

sowie folgende Darstellung über die Zellen voin n-Kategorien bei Cheng (2004):



4. Wie man erkennt, haben wir in der Semiotik also die „verbotenen“ 2-Zellen der rechten Struktur im obigen Bild vor uns; nochmals gezeigt anhand unseres Beispiels:

$$\begin{tikzcd}
(3.b) \arrow[r, "\alpha'"] \arrow[d, "\gamma"] \arrow[dr, phantom, "\Downarrow A"] & (2.c) \arrow[r, "\beta'"] \arrow[d, "\delta"] \arrow[dr, phantom, "\Downarrow B"] & (1.e) \arrow[d, "\varepsilon"] \\
(3.a) \arrow[r, "\alpha"] & (2.d) \arrow[r, "\beta"] & (1.f),
\end{tikzcd}$$

wobei dies also die allgemeine 2-kategorientheoretische Struktur von Benses sog. „erweiterten“ Zeichenklassen der „Grossen Semiotik Matrix“ ist.

4.1. Eine erste weitere verwandte Struktur finden wir in der Architektursemiotik Arins (1981):

12.13 DIE FEINDIFFERENZIERUNGEN DES SYMBOLISCHEN RAUMES BZW. DES ARCHITEKTONISCHEN EINZELZEICHENS MIT DEM RHEMATISCHEN INTERPRETANTEN (3.1).

Da die Objektwelt nicht allein durch Zeichenklassen und durch ihre Differenzierungen präzise erfaßt werden kann, wurden hier Feindifferenzierungen untersucht. Einzelraum als Zeichen ist: (3.1 2.3 1.3).

	M 1.	O 2.	I 3.
	1.1	1.2	1.3
$\boxed{3.1}$	2.1	2.2	2.3
	3.1	3.2	3.3

	M 1.	O 2.	I 3.
	1.1	1.2	1.3
$\boxed{2.3}$	2.1	2.2	2.3
	3.1	3.2	3.3

	M 1.	O 2.	I 3.	
	1.1	1.2	1.3	–1.(M)
$\boxed{1.3}$	2.1	2.2	2.3	–2.(O)
	3.1	3.2	3.3	–3.(I)

ABB. 12.13.A.
ALLGEMEINES SCHEMA DER DIFFERENZIERUNG EINER ZEICHENKLASSE DURCH MULTIPLIKATION IHRER SUBZEICHEN MIT DENEN DER KLEINEN MATRIX NACH BENSE

I: Interpretanten-Bezug.

$\boxed{3.1}$ — M, O, I

1.1 MM 1.2 MO 1.3 MI	Dies ist hier zur "Wahrnehmung" und zur "möglichen Interpretation" erforderlich.

Differenzierung:
3.1 1.2
IM MO (semiotisch)
NM MW (modal)

M: Jeder Einzelraum ist als Mittel ein singuläres Mittel und diese Singularität ist dominierend. Sie läuft über 2.Heit zu SinZ.(1.2). Damit haben wir hier ein objektorientiertes Mittel, d.h. ein Objekt als Zeichen vor uns. Da aber der rhematische Interpretant (3.1) des Zeichens über ein Objekt-Zeichen (1.2) läuft und durch dieses bestimmt wird, so haben wir hier ein singuläres Zeichen, SinZ. über offenen Interpretantensystemen. Daher ist die Differenzierung ein SinZ.-Rhema.

214

Hier wird also die eine „subsidiäre" Parallelstelle auf 3 (primäre, sekundäre, tertiäre Subzeichen) ausgeweitet, wobei jeweils alle 9 Subzeichen aus allen Bezügen in

Frage kommen. Als allgemeines Strukturschema einer derartig konstruierten Zeichenklasse ergibt sich also

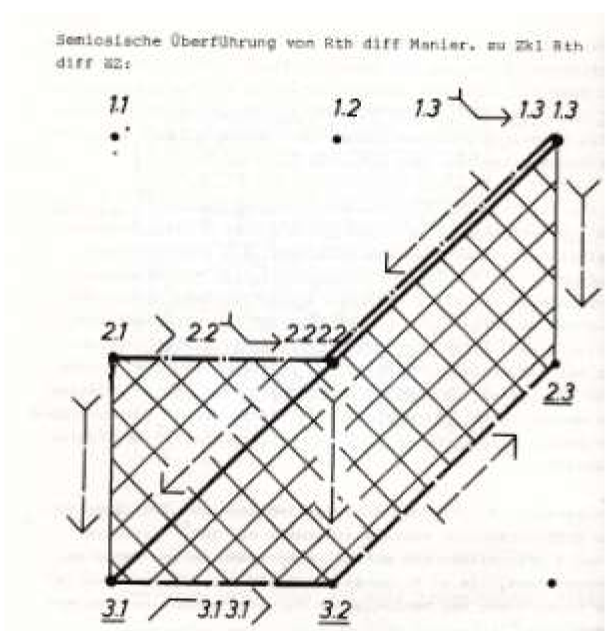
	(1.1)	(1.1)	(1.1)		(1.1)	(1.1)	(1.1)		(1.1)	(1.1)	(1.1)
	...	....	...		...	...	...		...	...	...
<u>(3.a)</u>	(2.2)	(2.2)	(2.2)	<u>(2.b)</u>	(2.2)	(2.2)	(2.2)	<u>(1.c)</u>	(2.2)	(2.2)	(2.2)
	...	...	...		...	....	...		...	...	...
	(3.3)	(3.3)	(3.3)		(3.3)	(3.3)	(3.3)		(3.3)	(3.3)	(3.3)

und als allgemeines Kategorienschema:

(3.a)→(a.b) → (c.d)→ (e.f)→(2.b)→(g.h)→(i.j)→(k.l)→ (1.c) →(m.n) → (o.p) → (q.r)

(3.a) $\xrightarrow{\alpha}$ (2.b) $\xrightarrow{\beta}$ (1.c)

4.2. Eine zweite weitere verwandte Struktur finden wir in der Kunstsemiotik Steffens (1981):



In diesem Modell wird von sog. „generativen Einflussfeldern“ primärer, sekundärer, ..., n-ärer Subzeichen auf die Hauptsubzeichen, d.h. auf diejenigen der in einer GZkl eingebetteten Zkl ausgegangen (Steffen 1981, S. 8 ff.). Da das Arinsche Modell ein maximales Modell ist, was die Auswahl der Subzeichen sowohl als auch der semiotischen Dimensionen betrifft, bringt das Steffensche Modell nichts Neues für die Theorie der semiotischen Bifunktorialität.

Bibliographie

Arin, Ertekin, Objekt- und Raumzeichen in der Architektur. Diss. Ing. Stuttgart 1981

Cheng, Eugenia/Lauda, Aaron, Higher-Dimensional Categories. http://www.cheng.staff.shef.ac.uk/guidebook/guidebook-new.pdf (2004)

Kaehr, Rudolf, From Universe to Polyverses. In: http://works.bepress.com/cgi/viewcontent.cgi?article=1041&context=thinkartlab (2010)

Steffen, Werner, Zum semiotischen Aufbau ästhetischer Zustände von Bildwerken. Diss. phil. Stuttgart 1981

Peirce-Zahlen und Morphismen

1. Wie üblich (vgl. z.B. Toth 2008), unterscheiden wir zwischen triadischen (tdP) und trichotomischen Peirce-Zahklen (ttP):

tdP = {1., 2., 3.}

ttP = {.1, .2, .3}

Damit haben wir also

tdP $\times$ ttP = ZR = {.1., .2., .3.}.

2. Nun ist (vgl. z.B. Toth 1993, S. 21 ff.):

α := 1. → 2. = 1.2

β := 2. → 3 = 2.3

$\beta\alpha$ = 1. → 3. = 1.3

Allerdings sind Subzeichen der Form (a.b) nur ein Spezialfall unter 4:

a.b

.ab

ab.

a..b,

wobei a.b ǂ a..b, denn a..b = J(a, b), also die Juxtaposition der Primzeichen a und b, während a.b das kartesische Produkt aus a. und .b ist und die ersten drei Fälle als Kompositionen bezeichnet werden können.

3. Mit Hilfe der „klassischen“ semiotischen Kategorientheorie können wir also streng genommen nicht einmal kartesische Produkte bilden, denn

a $\times$ b = a. $\times$ .b ǂ a. $\times$ b. ǂ .a $\times$ .b.

Was wir ebenfalls nicht entscheiden können, ist, ob auch

$.a \rightarrow .b := \alpha$

gilt und wir somit eine Doppeldeutigkeit

$$\alpha := \begin{cases} (a. \rightarrow b.) \\ \\ (.a \rightarrow .b) \end{cases}$$

haben (oder ob gar (a. → b.) falsch ist).

4. Definieren wir mit Freyd und Scedrov (1989, S. 3):

□x := dom(x)

y□ := codom(y)

xy := Komposition von x und y

xy gdw x□ = □y,

dann haben wir also die folgenden morphismischen Entsprechung der Kompositionen semiotischer Objekte:

1.1 = x□y

.11 = □xy

11. = xy□□

1..1 = x□□y,

wobei der letzte Fall (1..1) bereits als Juxaposition, die übrigen Fälle dagegen als echte kategorientheoretische Kompositionen behandelt wurden.

4.1. Fall (1.1)

Auch dieser Fall ist Doppeldeutig, denn es kann sich in Benses Terminologie um

(1) die Semiose (1 → 1) oder (2) um die Retrosemiose (1 ← 1) handeln. Im ersten Fall liegt mit Kaehr ein Morphismus, im zweiten Fall ein Heeeromorphismus vor:

(1.1) =: (1. → .1) = $id_{\rho\lambda}$ (= $id^{\rightarrow}$)

$(1.1) =: (1. \leftarrow .1) = id_{\lambda\rho}$ $(= id^{\leftarrow})$

4.2. Fall (.11)

$(.11) = (.1 \rightarrow .1) = (.1 \leftarrow .1) = id_{\lambda\lambda}$

4.3. Fall (11.)

$(11.) = (1. \rightarrow 1.) = (1. \leftarrow 1.) = id_{\rho\rho}$

Bibliographie

Frey, Peter/Scedrov, Andre, Categories, Allegories. New York 1989

Toth, Alfred, Kleine Peirce-Zahlen-Arithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008

Die Diamantenrelation als Relation über Relationen

1. Während die Peircesche Zeichenrelation, als „Relation über Relationen“ geschrieben, wie folgt aussieht:

ZR = (M, ((M, M → O), (M → O → I)))

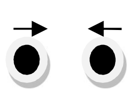
wird die Kaehrsche Diamantenrelation der Peirceschen Zeichenrelation wie folgt notiert:

Diam(ZR) = ((A | a), (A → B | c), (A → B → C | b_2 ← b_1),

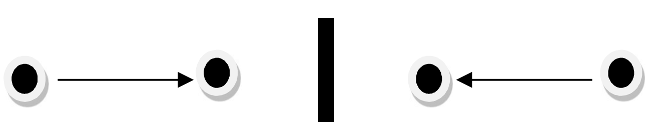
wobei bei a zwischen a^{λ} und a^{ρ} zu unterscheiden ist. Der wesentliche Unterschied zwischen ZR und Diam(ZR) liegt also in Berücksichtigung der „heteromorphen“ Relationen, d.h. der zeicheninternen Umgebungen, die in monokontexturalen Semiotiken mit den entsprechenden „Homomorphen“ zusammenfallen (vgl. z.B. (2.2 → 1.3) = (1.3 → 2.2), d.h. $(2.2 \rightarrow 1.3)^{\circ}$ = (2.2 ← 1.3), jedoch $(2.2_{\alpha.\beta} \rightarrow 1.3_{\gamma}) \rightarrow (1.3_{\gamma} \rightarrow 2.2_{\beta.\alpha})$, d.h. $(1.3_{\gamma} \rightarrow 2.2_{\alpha.\beta})^{\circ}$ ǂ $(1.3_{\gamma} \rightarrow 2.2_{\beta.\alpha})$).

2. Wir können Diam(ZR) wie folgt darstellen:

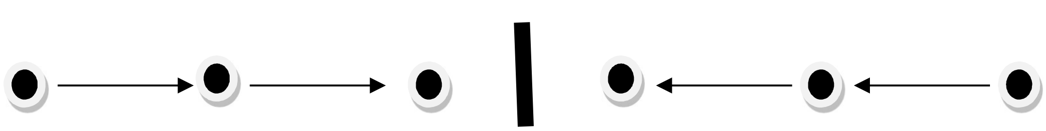
(A | a):



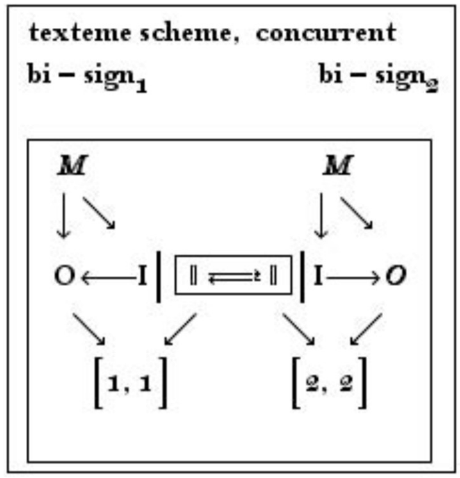
(A → B | c)



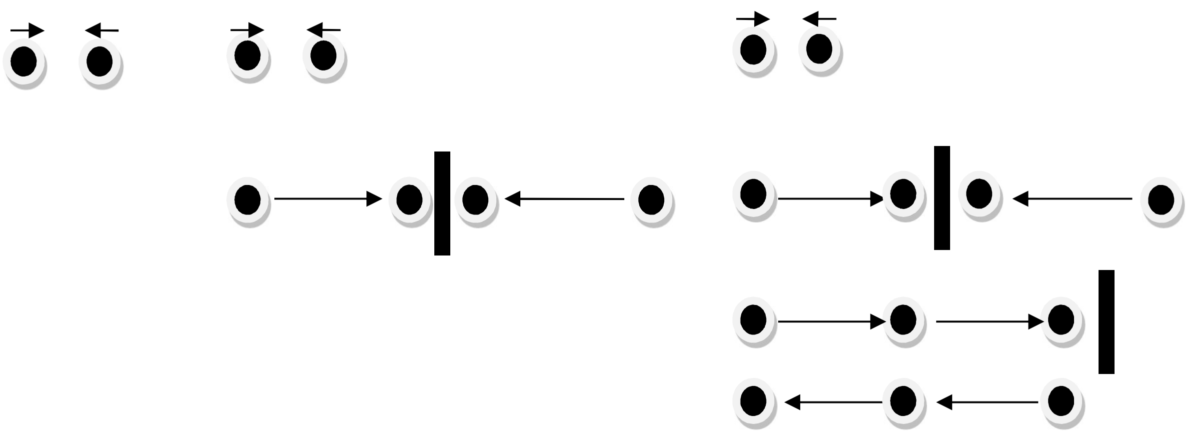
(A → B → C | b_2 ← b_1)



Im triadischen Falle gibt es also 3 Möglichkeiten, die drei Kategorien der morphismischen und der heteromorphismischen Relation zu „matchen“. Bei monadisch-kontexturellem Zeichenzusammenhang entsteht also das Kaehrsche „Bi-Sign“, das für homogenes I-Matching wie folgt aussieht (Bild aus Kaehr 2009):



3. Damit können wir die semiotische Diamantenrelation als Relation über Relationen wie folgt darstellen (vgl. Bense 1979, S. 53):



Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Kaehr, Rudolf, Xanadu´s textemes. In: ThinkArtLab, http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadu-textemes.pdf, 2009

Die Einführung der Primzeichen mit mehrdimensionalen Kategorien

1. Bekanntlich gleicht die Einführung der Primzeichen der Wirkung des Sukzessionsoperators σ auf die Null als Anfangselement und die 1 als σ(0), so dass man durch vollständige Induktion aus der Zahl n immer die nachfolgende Zahl (n+1) erzeugen kann:

0, σ(0) = 1, σ(1) = 2, σ(2) = 3, usw.,

vgl. dazu Bense 1975, S. 168 ff., 1981, S. 17 ff., 1983, S. 192 ff.

2. Wie Bense jedoch korrekt bemerkt hatte, stellt die Peircesche Zeichendefinition ein Inklusionsschema dar, insofern die Erstheit in der Zweit- und Drittheit und die Zweitheit in der Drittheit enthalten ist, vgl. Bense (1979, S. 53):

ZR = (1, ((1 → 2), (1 → 2 → 3))),

wobei Bense von einer „Relation über Relationen“ spricht.

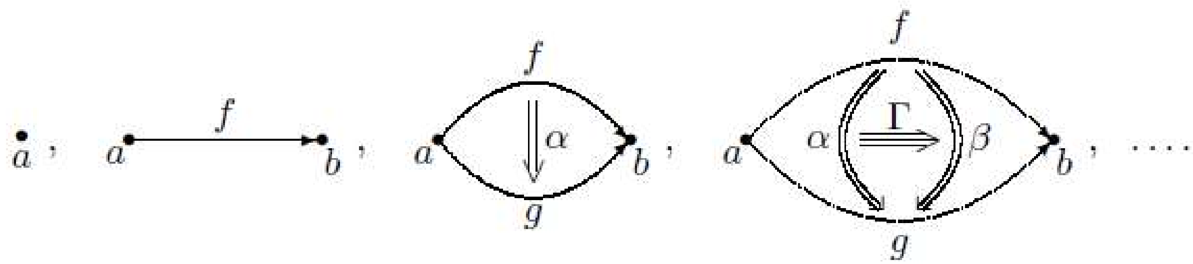
3. Die Einführung des Zeichens als (1-)Kategorie durch Bense (1981, S. 124 ff.):

ZR = (1 $\rightarrow_{\alpha}$ 2 $\rightarrow_{\beta}$ 3)

ist daher ungenügend, da zur Darstellung der „verschachtelten“ Relationen mehrdimensionale Kategorien benötigt werden, wie sie z.B. bereits von Mac Lane (1972, S. 192) benutzt worden waren:

$$0 \xrightarrow{\delta_0} 1 \underset{\delta_1}{\overset{\delta_0}{\rightrightarrows}} 2 \overset{\longrightarrow}{\rightrightarrows} 3, \ldots, \qquad \delta_0, \ldots, \delta_n : n \to n+1.$$

Bei dieser Formel ist es im Grunde unwichtig, ob man (z.B. Bense 1975, S. 65 ff.) folgend, die „Nullheit“ in die Peircesche Zeichendefinition einbettet oder nicht; man kann ja einfach 0 := 1, 1 := 2, 2 := 3 setzen. Im ersten Fall hat man ein Gebilde aus 1 1-dimensionalen, 1 2-dimensionalen und 1 3-dimensionalen Kategorien, im zweiten Falle werden nur n-Kategorien für n = 2 erreicht. Da es schwerwiegende Gründe für die Annahme einer Nullheit gibt (vgl. z.B. Toth 2008), benutzen wir also gerade die Mac Lanesche Darstellung zur n-kategorialen Einführung der Primzeichen: Von der Nullheit zur Erstheit führt dann ein Morphismus δ_0, dieser wird jedoch „parallel“ zur Abbildung von 1 → 2 durch δ_1 (und wiederum von 2 → 3 durch δ_2) „mitgeführt“. Anders ausgedrückt: Die Nullheit ist sowohl in der Erstheit, als auch in der Zweitheit und Drittheit enthalten, die Erstheit ist in der Zweitheit und Drittheit, und die Zweitheit ist in der Drittheit enthalten. Repränsentation beruht also auf „Generierung“, und Generierung auf „Mitführung“ seit Adam und Eva. Genau dem Mac Laneschen Schema entspricht die schöne Illustration von 0-, 1-, 2- und 3-Kategorien bei Leinster (2003, S. 14):



Es ist somit absehbar, dass man kategorientheoretische Semiotik auch auf dem bisher höchsten Niveau von n-Kategorien betreiben kann.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Leinster, Tom, Higher Operads, Higher Categories. Glasgow 2003

Mac Lane, Saunders, Kategorien. Berlin 1972

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008

Zur Einführung von Kategorien in die Semiotik

1. Leopold (1990, S. 95) definiert die semiotische Kategorie wie folgt:

$\underline{S}$: $1 \rightarrow_{\alpha} 2 \rightarrow_{\beta} 3$

und die dazu duale Kategorie als

$\underline{S^o}$: $3 \rightarrow_{\beta^o} 2 \rightarrow_{\alpha^o} 1$.

Hier sind 3 gravierende Probleme zu nennen, auf die wir sogleich zurückkommen werden:

1. In $\underline{S}$ und S^o ist die Definition der Objeke ungenügend.

2. Als Beispiele werden nur Triaden, aber keine Trichtominen berücksichtigt.

3. Die Definition der Realitätsthematik als dualer Kategorie ist falsch.

2. Zunächst zur ungenügenden Definition der Objekte: Es gibt zwei Sorten von Primzeichen, die triadischen

tdP = (1.,2.,3.}

und die trichotomischen

ttP = {.1, .2, .3},

die sich durch ihre Ordnungsrelation unterscheiden:

O(tdP) = (1. < 2. < 3.),

O(ttP) = (.1 ≤ .2 ≤ .3).

Wegen der Möglichkeit der Gleichheit subsequenter ttP ist die Peircesche Zeichenrelation eine „Relation über Relationen“, wie sich Bense (1979, S. 53) ausdrückte:

ZR = (1, ((1 → 2), (1 → 2 → 3))).

3. Konkret gesagt, bietet also die herkömmliche semiotische Kategoriendefinition keine Möglichkeit, die jeweils zwei folgenden Fälle zu unterscheiden:

α := (1. → 2.)

? := (.1 → .2),

und ebenfalls ist es nicht möglich, die jeweils folgenden beiden Fälle auseinanderzuhalten:

? := (1. → .2)

? := (.1 → 2.).

3. Nun zu den Realitätsthematiken als „dualen Kategorien": Nach übereinstimmendem Usus (vgl. z.B. Mac Lane 1972, S. 96) enthält die zu einer Kategorie C duale Kategorie C^o einfach kontravariante anstatt kovarianter Funktoren, d.h. wenn C = (a → b → c), dann ist C^o = (a ← b ← c), d.h. aber wir haben bei Zeichenklassen und Realitätsthematiken die folgende Situation:

C_{ZKL} = ((3→a) → (2→b) →(1→c))

$C_{RTH} = C_{ZKL}{}^o$ = ((3←a) ← (2←b) ←(1←c)),

d.h. aber, wir brauchen nicht nur invertierbare Morphismen, sondern auch **invertierbare Objekte**. Die „dualen" Kategorien, wie sie zu Beginn der 90er Jahre in die Semiotik eingeführt worden waren, sind also lediglich konverse Kategoien.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Leopold, Cornelie, Kategorientheoretische Konzeption der Semiotik. In: Semiosis 57/58, 1990, S. 93-100

Mac Lane, Saunders, Kategorien. Berlin 1972

Semiotische Kategorien mit invertierten Objekten

1. In der semiotischen Kategorientheorie (z.B. Leopold 1990) wird zwischen der semiotischen Kategorie $\underline{S}$ und ihrer dualen Kategorie $\underline{S}^o$ unterschieden:

$\underline{S}$: 3. → 2. → 1.

$\underline{S}^o$: .3 ← .2 ← .1

Während S ausschliesslich kovariante Morphismen hat, hat $\underline{S}^o$ ausschliesslich kontravariante. Man kann sich also zunächst zwei „gemischte" Kategorien ansehen:

$\underline{S}^?$: .3 ← .2 → .1

$\underline{S}^{??}$: .3 → .2 ← .1

2. Da in der Semiotik die Basisrelation n-adischer Relationen für n ≥3 die Dyaden sind (n = 2), müssen wir jedoch auch mit invertierbaren Objekten rechnen. Diese ergeben sich zwangslos in der Semiotik dadurch, dass das Subzeichen zugleich statisch und dynamisch konzipiert ist.

Damit erhalten wir 6 Kombinationen von Zkln-Rthn/Rthn-Zkln mit je gemischten invertierten Objekten, die in jeweils 3 Kombinationen mit kon- und kontravarianten Abbildungen dieser Objekte auftreten können:

(3.↔1.) →(2.↔2.) → (1.↔3.) (3.↔1.) → (2.↔2.) ←(1.↔3.)

(3.↔1.) ← (2.↔2.) ←(1.↔3.)

(3.→←.1) →(2. →←.2) →(1.↔3.) (3.→←.1) →(2. →←.2) ←(1.↔3.)

(3.→←.1) ←(2. →←.2) ←(1.↔3.)

(3.→←.1) →(2.↔.2) →(1.↔.3) (3.→←.1) →(2.↔.2) ←(1.↔.3)

(3.→←.1) ←(2.↔.2) ←(1.↔.3)

(3.→←.1)→ (2. →←.2) →(1.→←.3)

(3.→←.1)→ (2. →←.2) ←(1.→←.3)

(3.→←.1) ←(2. →←.2) ←(1.→←.3)

(3.↔.1) →(2.↔.2) →(1.→←3.)

(3.↔.1)→ (2.↔.2) ←(1.→←3.)

(3.↔.1)← (2.↔.2) ←(1.→←3.)

(3.↔.1) →(2.→←.2) →(1.→←.3)

(3.↔.1)→ (2.→←.2) ←(1.→←.3)

(3.↔.1)← (2.→←.2) ←(1.→←.3)

Bibliographie

Leopold, Cornelie, Kategorientheoretische Konzeption der Semiotik. In: Semiosis 57/58, 1990, S. 93-100

Semiotische Kategorien mit gemischten Dimensionen

1. Gemischte 1-dimensionale Kategorien

Seien

$\underline{S}$: 3. $\rightarrow$ 2. $\rightarrow$ 1.

$\underline{S}^{o}$: .3 $\leftarrow$ .2 $\leftarrow$ .1.

Während S ausschliesslich kovariante Morphismen hat, hat $\underline{S}^{o}$ ausschliesslich kontravariante. Man kann sich also zunächst zwei „gemischte“ Kategorien vorstellen:

$\underline{S}^{?}$: .3 $\leftarrow$ .2 $\rightarrow$ .1

$\underline{S}^{??}$: .3 $\rightarrow$ .2 $\leftarrow$ .1

2. Gemischte invertierbare/duale Objekte

Da in der Semiotik die Basisrelation n-adischer Relationen für n ≥3 die Dyaden sind (n = 2), müssen wir jedoch auch mit invertierbaren Objekten rechnen. Diese ergeben sich zwanglos in der Semiotik dadurch, dass das Subzeichen zugleich statisch und dynamisch konzipiert ist:

(3.$\leftrightarrow$1.) $\rightarrow$(2.$\leftrightarrow$2.) $\rightarrow$ (1.$\leftrightarrow$3.)

(3.$\leftrightarrow$1.) $\rightarrow$ (2.$\leftrightarrow$2.) $\leftarrow$(1.$\leftrightarrow$3.)

(3.$\leftrightarrow$1.) $\leftarrow$ (2.$\leftrightarrow$2.) $\leftarrow$(1.$\leftrightarrow$3.)

(3.$\rightarrow\leftarrow$.1) $\rightarrow$(2. $\rightarrow\leftarrow$.2) $\rightarrow$(1.$\leftrightarrow$3.)

(3.$\rightarrow\leftarrow$.1) $\rightarrow$(2. $\rightarrow\leftarrow$.2) $\leftarrow$(1.$\leftrightarrow$3.)

(3.$\rightarrow\leftarrow$.1) $\leftarrow$(2. $\rightarrow\leftarrow$.2) $\leftarrow$(1.$\leftrightarrow$3.)

(3.→←.1) →(2.↔.2) →(1.↔.3)

(3.→←.1) →(2.↔.2) ←(1.↔.3)

(3.→←.1) ←(2.↔.2) ←(1.↔.3)

(3.→←.1)→ (2. →←.2) →(1.→←.3)

(3.→←.1)→ (2. →←.2) ←(1.→←.3)

(3.→←.1) ←(2. →←.2) ←(1.→←.3)

(3.↔.1) →(2.↔.2) →(1.→←3.)

(3.↔.1)→ (2.↔.2) ←(1.→←3.)

(3.↔.1)← (2.↔.2) ←(1.→←3.)

(3.↔.1) →(2.→←.2) →(1.→←.3)

(3.↔.1)→ (2.→←.2) ←(1.→←.3)

(3.↔.1)← (2.→←.2) ←(1.→←.3)

3. Höhere Dimensionen bei Objekten und Morphismen

Anstatt von linearer gehen wir nun von räumlicher Anordnung der Zeichenrelationen aus, damit ergeben sich folgende 6 Möglichkeiten:

- horizontal triadische: a.

- horizontal trichotomische: .a

- vertikal triadische: ȧ

-vertikal trichotomische: ạ

- hinten/vorne triadische: à

-hinten/vorne trichotomische: á.

Diese lassen sich zu 6^2 = 21 Kombinationen verbinden, die in folgender Tabelle zusammengefasst sind:

a.a.

a..a .a.a

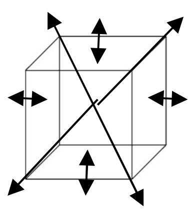
a.ȧ .aȧ ȧ ȧ

a.ạ .aạ ȧạ ạạ

a.à .aà ȧà ạà àà

a. á .aá ȧá ạá àá áá

Wir können als vereinfachtes Modell verwenden:



und als dessen Abkürzung das Symbol ⌂ vor bzw. hinter jede in Frage kommenden Stelle einer Dyade schreiben:

⌂ ⌂

⌂3 ⌂ ⌂⌂

⌂ ⌂

Damit ergeben sich also pro Dyade 8^2 = 64 Kombinationen und pro Triade 64^3 = 262´144.

Bibliographie

Toth, Alfred, Zur Einführung der Kategorien in die Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Kategorien bei Stiebingschen Zeichenklassen

1. Eine Stiebingsche Zeichenklasse (benannt nach dem früh verstorbenen Mathematiker und Semiotiker Hans Michael Stiebing, vgl. Stiebing 1978, S. 77) ist eine 3-dimensionale Zeichenklasse der allgemeinen Form

3Zkl = (a.b.c d.e.f g.h.i),

wobei

DZ = {a, d, g}

die Dimensionszahlen sind. Man bettet Peircesche (2-dimensionale) Zeichenklassen in Stiebingsche Zeichenklassen ein, indem man setzt

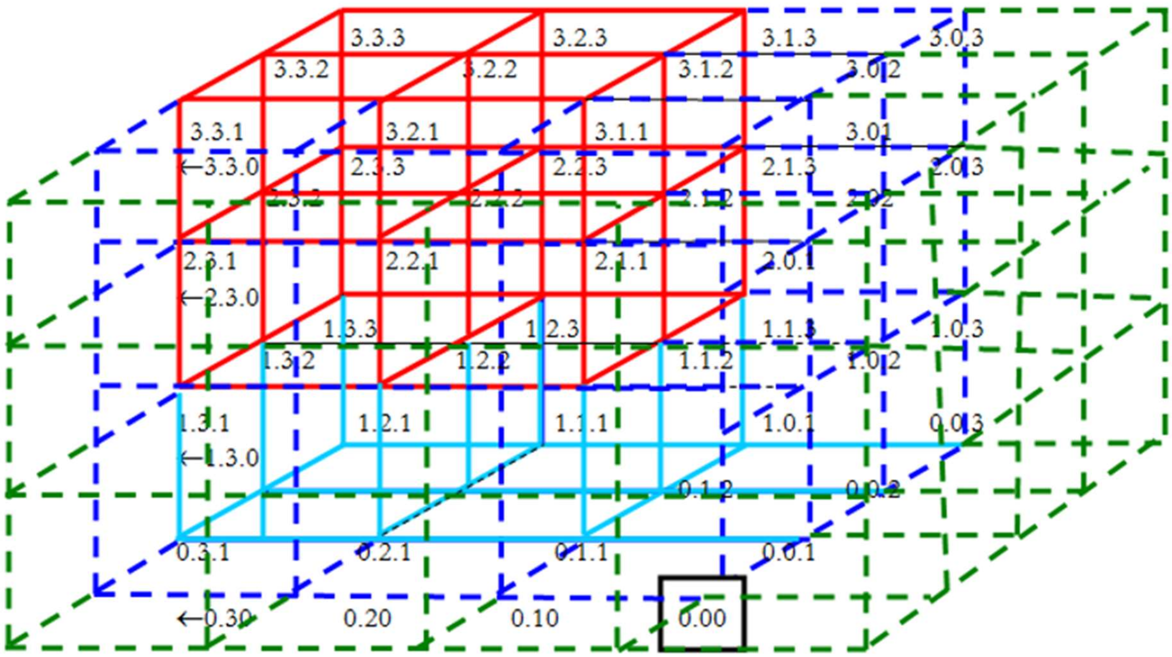
b = 3, e = 2, h = 1

und erhält auf diese Weise die triadische Normalform

3-Zkl(NF) = (a.3.b c.2.d e.1.f),

wobei o.B.d.A. gilt, a, ..., f $\in$ {1, 2, 3}.

Im folgenden Bild aus einer meiner früheren Arbeiten präsentiere ich ein stark ausgebautes Modell eines semiotischen Stiebingschen Raumes, indem ich a → 0, b → c → 0 werden lasse für jeden Punkt (a, b, c) des semioitischen Raumes, so dass sich also der absolute Nullpunkt des Raumes a am rechten vorderen Ende des blauen Teilraumes befindet. Der Stiebingsche Teilraum selbst ist rot markiert, der grüne Raum ist die Erweiterung sowohl des roten als auch des blauen Teilraums:



2. Wie man leicht erkennt, genügen zum Aufau Stiebingscher Zeichenklassen 3-Kategorien:

$$0 \xrightarrow{\delta_0} 1 \underset{\delta_1}{\overset{\delta_0}{\rightrightarrows}} 2 \substack{\rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow} 3, \ldots, \qquad \delta_0, \ldots, \delta_n : n \to n + 1.$$

Wir wollen sie wie folgt definieren:

$\delta_0 := (0 \to 1)$ $\qquad$ $\delta_1 \circ \delta_0 = (0 \to 2)$

$\delta_1 := (1 \to 2)$ $\qquad$ $\delta_2 \circ \delta_1 = (1 \to 3)$

$\delta_2 := (2 \to 3)$ $\qquad$ $\delta_2 \circ \delta_0 = (0 \to 3)$

Die Dimensionszahlen selbst, anstatt sie „aus dem Nichts" hinzuschreiben, kann man (nach einem Vorschlag von Lawvere 1997, S. 2) als punktierte Objekte

$1 \to^0 T$

$2 \to^0 T$

$3 \rightarrow^{0} T$

einführen. Für die inversen und die komponierten Morphismen gilt das Übliche:

$\delta_0^o := (0 \leftarrow 1)$	$\delta_1^o \circ \delta_0^o = (0 \leftarrow 2)$
$\delta_1^o := (1 \leftarrow 2)$	$\delta_2^o \circ \delta_1^o = (1 \leftarrow 3)$
$\delta_2^o := (2 \leftarrow 3)$	$\delta_2^o \circ \delta_0^o = (0 \leftarrow 3)$

Bibliographie

Lawvere, F. William, Toposes of laws of motion. Transcript from video, Montréal, Sept. 27, 1997

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Punktierte, gerichtete und invertierte Objekte

1. Semiotische Objekte (die Peirceschen „Universalkategorien“ Erstheit, Zweitheit, Drittheit) können als punktierte Objekte eingeführt werden (Lawvere 1997, S. 2):

$1 \rightarrow_0 T$

$2 \rightarrow_0 T$

$3 \rightarrow_0 T$

Dies ist eine Formalisierung der von Fichte rein metaphysisch eingeführten „thetischen Setzung“.

2. Spuren, Keime und Kategorien. Wir setzen:

$Sp = (x \in X, \rightarrow)$

$Ke = (y \in Y, \rightarrow)$

$Cat = (x \in X, y \in Y, \rightarrow)$

Eine Spur ist damit eine Kategorie ohne Urbildbereich, ein Keim ist eine Kategorie ohne Bildbereich. Damit ist eine Kategorie aus einem Spuren- und einem Keimteil zusammengesetzt. Formal kann man die Enstehung von Spuren aus der kartesischen Multiplikation von Triaden und präsemiotischen Trichotomien erklären:

$1. \times 0.1 = 1_1$	$2. \times 0.1 = 2_1$	$3. \times 0.1 = 3_1$
$2. \times 0.2 = 1_2$	$2. \times 0.2 = 2_2$	$3. \times 0.2 = 3_2$
$3. \times 0.3 = 1_3$	$2. \times 0.3 = 2_3$	$3. \times 0.3 = 3_3$

Dagegen entstehen Keime aus der kartesischen Multiplikation von Trichotomien und präsemiotischen Trichotomien:

$.1 \times 0.1 = {}_11$	$.2 \times 0.1 = {}_21$	$.3 \times 0.1 = {}_31$
$.2 \times 0.2 = {}_12$	$.2 \times 0.2 = {}_22$	$.3 \times 0.2 = {}_32$

$.3 \times 0.3 = {}_{1}3$ $\quad\quad$ $.2 \times 0.3 = {}_{2}3$ $\quad\quad$ $.3 \times 0.3 = 33$

Kategorien entstehen also durch Zusammensetzung von Spuren und Keimen bzw. umgekehrt:

Cat = $(x_{\rightarrow}$ ⍰⍰ ${}_{y}\rightarrow) = (x \rightarrow y),\ x \in X,\ y \in Y$.

Im einzelnen haben wir:

$(1.1) = \mathrm{id}1 \quad \rightarrow \quad 1_{\rightarrow 1}$

$(1.2) = \alpha \quad \rightarrow \quad 1_{\rightarrow 2}$

$(1.3) = \beta\alpha \quad \rightarrow \quad 1_{\rightarrow 3}$

$(2.1) = \alpha^{\circ} \quad \rightarrow \quad 2_{\rightarrow 1} = 1_{\leftarrow 2}$

$(2.2) = \mathrm{id}2 \quad \rightarrow \quad 2_{\rightarrow 2}$

$(2.3) = \beta \quad \rightarrow \quad 2_{\rightarrow 3}$

$(3.1) = \alpha^{\circ}\beta^{\circ} \quad \rightarrow \quad 3_{\rightarrow 1} = 1_{\leftarrow 3}$

$(3.2) = \beta^{\circ} \quad \rightarrow \quad 3_{\rightarrow 2} = 2_{\leftarrow 3}$

$(3.3) = \mathrm{id}3 \quad \rightarrow \quad 3_{\rightarrow 3}$

Mit Hilfe dieser Entsprechungen können wir sog. Spurenmatrizen aufstellen:

$$\begin{pmatrix} \varnothing_{\rightarrow 1} & 1_{\rightarrow 1} & 1_{\rightarrow 2} & 1_{\rightarrow 3} \\ \varnothing_{\rightarrow 2} & 1_{\leftarrow 2} & 2_{\rightarrow 2} & 2_{\rightarrow 3} \\ \varnothing_{\rightarrow 3} & 1_{\rightarrow 3} & 2_{\leftarrow 3} & 3_{\rightarrow 3} \end{pmatrix} \quad \left(\begin{array}{c:c:c} 1_{\rightarrow \varnothing} & 2_{\rightarrow \varnothing} & 3_{\rightarrow \varnothing} \\ 1_{\rightarrow 1} & 2_{\rightarrow 1} & 3_{\rightarrow 1} \\ 1_{\rightarrow 2} & 2_{\rightarrow 2} & 3_{\rightarrow 2} \\ 1_{\rightarrow 3} & 2_{\rightarrow 3} & 3_{\rightarrow 3} \end{array}\right)$$

3. Nullzeichen (Nullspuren, Nullkeime). Bisher können wir Zeichenklassen mit folgenden Objekten bilden:

1. Zeichenklassen der Form Zkl = (3.a 2.b 1.c)

2. Realitätsthematiken der Form Rth = (c.1 b.2 a.3)

3. Zeichenklassen-Spuren der Form $Zkl_{Sp} = (3_{\rightarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\rightarrow c})$

4. Realitätsthematiken-Spuren der Form $Rth_{Sp} = (1_{\rightarrow c}\ 2_{\rightarrow b}\ 3_{\rightarrow a})$

5. Zeichenklassen-Spuren mit inversen Abbildungen der Form

   $Zkl_{Sp} = (3_{\leftarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 1_{\leftarrow c}), (3_{\leftarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$, usw.

6. Realitätsthematiken-Spuren mit inversen Abbildungen der Form

   $Rth_{Sp} = (1_{\leftarrow c}\ 2_{\leftarrow b}\ 3_{\leftarrow a}), (1_{\rightarrow c}\ 2_{\leftarrow b}\ 3_{\rightarrow a})$, usw.

7. Spuren-Zeichenklassen der Form $Zkl_{Sp} = (\rightarrow a_3 \rightarrow b_2 \rightarrow c_1)$

8. Spuren-Realitätsthematiken der Form $Rth_{Sp} = (\rightarrow c_1 \rightarrow b_2 \rightarrow a_3)$

9. Spuren-Zeichenklassen mit inversen Abbildungen der Form

   $Zkl_{Sp} = (\leftarrow a_3 \leftarrow b_2 \leftarrow c_1), (\leftarrow a_3 \rightarrow b_2 \leftarrow c_1)$, usw.

10. Spuren-Realitätsthematiken mit inversen Abbildungen der Form

    $Rth_{Sp} = (\leftarrow c_1 \leftarrow b_2 \leftarrow a_3), (\rightarrow c_1 \leftarrow b_2 \rightarrow a_3)$, usw.

Nullzeichen wurden einerseits in Zeichenklassen, d.h. in undualisierter Form als $\varnothing_{\rightarrow 1}$, $\varnothing_{\rightarrow 2}$, $\varnothing_{\rightarrow 3}$, anderseits in Realitätsthematiken, d.h. in dualisierter Form als $1_{\rightarrow\varnothing}$, $2_{\rightarrow\varnothing}$, $3_{\rightarrow\varnothing}$ eingeführt. Allerdings sind die Nullzeichen im letzteren Fall selber nicht indiziert, d.h. sie haben keine eigene Codomäne. Wenn man dem abhilft, d.h. $1_{\rightarrow\varnothing\rightarrow 1}$, $2_{\rightarrow\varnothing\rightarrow 2}$, $3_{\rightarrow\varnothing\rightarrow 3}$ einführt, bekommt man sog. Bi-Spuren. Entsprechend kann man dann Bi-Spuren für sämtliche Spuren (1. bis 10.) verallgemeinern.

Wir wollen nun Nullzeichen analog zu den Nicht-Null-Spuren einführen.

1. Zeichenklassen der Form Zkl = (3.a 2.b 1.c $\varnothing$.d),

   wobei hier zwischen partiellen und vollständigen zu unterscheiden ist:

(3.a 2.b ∅.c ∅.d), (3.a ∅.b ∅.c ∅.d), (∅.a ∅.b ∅.c ∅.d), und gemischte.

2. Realitätsthematiken der Form Rth = (c.1 b.2 a.3), d.h.

   (d.∅ c.1 b.2 a.3), (d.∅ c.∅ b.2 a.3), (d.∅ c.∅ b.∅ a.3), (d.∅ c.∅ b.∅ a.∅),

   und gemischte, sowie mit/ohne Indizierung des Nullzeichens (vgl. 3.).

3. Zeichenklassen-Spuren der Form $Zkl_{Sp} = (3_{\rightarrow\varnothing}\ 2_{\rightarrow\varnothing}\ 1_{\rightarrow\varnothing})$, wobei hier die Nullzeichen indiziert oder nichtindiziert sein können (vgl. 3.). Ferner

   $(\varnothing_{\rightarrow I}\ \varnothing_{\rightarrow O}\ \varnothing_{\rightarrow M})$, sowie Kombinationen.

4. Realitätsthematiken-Spuren der Form $Rth_{Sp} = (1_{\rightarrow c}\ 2_{\rightarrow b}\ 3_{\rightarrow a})$. $(\varnothing_{\rightarrow c}\ \varnothing_{\rightarrow b}\ \varnothing_{\rightarrow a})$ oder $(1_{\rightarrow\varnothing}\ 2_{\rightarrow\varnothing}\ 3_{\rightarrow\varnothing})$, usw.

5. Zeichenklassen-Spuren mit inversen Abbildungen der Form

   $Zkl_{Sp} = (3_{\leftarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$, $(3_{\leftarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$, usw. Entsprechend zu 4.1. bis 4.4.

6. Realitätsthematiken-Spuren mit inversen Abbildungen der Form

   $Rth_{Sp} = (1_{\leftarrow c}\ 2_{\leftarrow b}\ 3_{\leftarrow a})$, $(1_{\rightarrow c}\ 2_{\leftarrow b}\ 3_{\rightarrow a})$, usw. Entsprechend zu 4.1. bis 4.4.

7. Spuren-Zeichenklassen der Form $Zkl_{Sp} = (\rightarrow\varnothing_3\ \rightarrow\varnothing_2\ \rightarrow\varnothing_1)$

8. Spuren-Realitätsthematiken der Form $Rth_{Sp} = (\rightarrow\varnothing_1\ \rightarrow\varnothing_2\ \rightarrow\varnothing_3)$

9. Spuren-Zeichenklassen mit inversen Abbildungen der Form

   $Zkl_{Sp} = (\leftarrow\varnothing_3\ \leftarrow\varnothing_2\ \leftarrow\varnothing_1)$, $(\leftarrow\varnothing_3\ \rightarrow\varnothing_2\ \leftarrow\varnothing_1)$, usw.

10. Spuren-Realitätsthematiken mit inversen Abbildungen der Form

    $Rth_{Sp} = (\leftarrow\varnothing_1\ \leftarrow\varnothing_2\ \leftarrow\varnothing_3)$, $(\rightarrow\varnothing_1\ \leftarrow\varnothing_2\ \rightarrow\varnothing_3)$, usw.

Zu 4.7.-4.10. stellt sich die generelle Frage nach der Indizierung von ∅ in Ausdrücken wie $(\rightarrow\varnothing_3\ \rightarrow\varnothing_2\ \rightarrow\varnothing_1)$ oder $(\rightarrow\varnothing_1\ \rightarrow\varnothing_2\ \rightarrow\varnothing_3)$, wo die folgenden Ausdrücke wegen den definitorisch fehlenden Domänen semiotisch äquivalent sind: $(\varnothing_{\rightarrow\varnothing 3}, \varnothing_{\rightarrow\varnothing 2}, \varnothing_{\rightarrow\varnothing 1})$, usw. Wenn man hier die Domänen indiziert, erhält man wiederum Bi-Spuren (vgl. 3.), hier allerdings von den Domänen und nicht von den Codomänen her, womit beide möglichen Fälle behandelt sind.

Spuren-Zeichenobjekte neben Spuren-Objektzeichen

$ZO_{Sp} = (\rightarrow a_{<M, \mathcal{M}>}, \rightarrow b_{<O, \Omega>}, \rightarrow c_{<I, \mathcal{I}>})$

$OZ_{sp} = (\rightarrow a_{<\mathcal{M}, M>}, \rightarrow b_{<\Omega, O>}, \rightarrow c_{<\mathcal{I}, I>})$

Objekt-Spuren neben Spuren-Objekten

$OR_{sp} = (\mathcal{M}_{\rightarrow a}, \Omega_{\rightarrow b}, \mathcal{I})$

$Sp_{OR} = (_{\rightarrow a}, _{\rightarrow b}, _{\rightarrow c}) \equiv (\rightarrow a_{\mathcal{M}}, \rightarrow b_{\Omega}, \rightarrow c_{\mathcal{I}})$.

4. In einer 2-dimensionalen Semiotik wie derjenigen von Peirce gibt es nur 2 Typen von Primzeichen:

- die triadischen, welche nach rechts binden: a.

- die trichotomischen, welche nach links binden: .a

Diese können zu folgenden 4 Verbindungen kombiniert werden:

- a.a. - a..a

- .a.a - .aa.,

wobei also der Fall a..a = a.a, die sog. kartesische Multiplikation, nur einen Sonderfall unter mehreren einnimmt.

2. Gehen wir jedoch von einer 3-dimensionalen Semiotik aus (vgl. Stiebing 1978, S. 77), so finden wir die folgenden 6 Typen von Primzeichen:

- horizontal triadische: a.

- horizontal trichotomische: .a

- vertikal triadische: ȧ

-vertikal trichotomische: ạ

- hinten/vorne triadische: à

-hinten/vorne trichotomische: á.

Diese lassen sich zu 21 Kombinationen dimensionaler semiotischer Objekte verbinden, die in folgender Tabelle zusammengefasst sind:

a.a.

a..a .a.a

a.a͘ .aa͘ a͘ a͘

a.ạ .aạ a͘ạ ạạ

a.à .aà a͘à ạà àà

a. á .aá a͘á ạá àá áá

Seien nun

$\underline{S}$: 3. → 2. → 1.

$\underline{S}^{o}$: .3 ← .2 ← .1.

Während S ausschliesslich kovariante Morphismen hat, hat $\underline{S}^{o}$ ausschliesslich kontravariante. Man kann sich also zunächst zwei „gemischte“ Kategorien vorstellen:

$\underline{S}^{?}$: .3 ← .2 → .1

$\underline{S}^{??}$: .3 → .2 ← .1

Da in der Semiotik die Basisrelation n-adischer Relationen für n ≥3 die Dyaden sind (n = 2), müssen wir jedoch auch mit invertierbaren Objekten rechnen. Diese ergeben sich zwangslos in der Semiotik dadurch, dass das Subzeichen zugleich statisch und dynamisch („Semiose“) konzipiert ist:

(3.↔1.) →(2.↔2.) → (1.↔3.)

(3.↔1.) → (2.↔2.) ←(1.↔3.)

(3.↔1.) ← (2.↔2.) ←(1.↔3.)

(3.→←.1) →(2. →←.2) →(1.↔3.)

(3.→←.1) →(2. →←.2) ←(1.↔3.)

(3.→←.1) ←(2. →←.2) ←(1.↔3.)

(3.→←.1) →(2.↔.2) →(1.↔.3)

(3.→←.1) →(2.↔.2) ←(1.↔.3)

(3.→←.1) ←(2.↔.2) ←(1.↔.3)

(3.→←.1)→ (2. →←.2) →(1.→←.3)

(3.→←.1)→ (2. →←.2) ←(1.→←.3)

(3.→←.1) ←(2. →←.2) ←(1.→←.3)

(3.↔.1) →(2.↔.2) →(1.→←3.)

(3.↔.1)→ (2.↔.2) ←(1.→←3.)

(3.↔.1)← (2.↔.2) ←(1.→←3.)

(3.↔.1) →(2.→←.2) →(1.→←.3)

(3.↔.1)→ (2.→←.2) ←(1.→←.3)

(3.↔.1)← (2.→←.2) ←(1.→←.3)

Gehen wir wie oben von räumlicher anstatt von linearer Semiotik, aus und setzen als Platzhalter für die Position eines der 6 möglichen Primzeichen ⌂, so bekommen wir das folgende allgemeine Schema eines Subzeichens:

⌂ ⌂

⌂3 ⌂ ⌂⌂

⌂ ⌂

Damit ergeben sich also pro Dyade $8^2 = 64$ Kombinationen und pro Triade $64^3 = 262´144$ Kombinationen semiotischer Objekte.

Bibliographie

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Das Nullzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Von Objekten zu Pfeilen und von Pfeilen zu Spuren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred Bi-Spuren und dreidimensionale Primzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009c

Toth, Alfred, Spuren und Keime. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotik, 2010a

Toth, Alfred, Zur Einführung der Kategorien in die Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010b

Zu einer semiotischen Topos-Theorie

1. Abstrahiert man Mengen und Elemente zu Objekten und Abbildungen (Morphismen), so gelangt man zu Kategorien. Man hat dann aber immer noch „unaufgelöste“ substantielle Etwase in einer ansonsten rein relationalen bzw. funktionalen Darstellung. Abstrahiert man schliesslich von den Objekten und baut also die Mathematik auf „Pfeilen“ auf, so gelangt man zur Topostheorie (vgl. Goldblatt (1984). Der doppelte Übergang von der Mengentheorie zur Kategorientheorie und von der Kategorientheorie zur Topostheorie entspricht in der Linguistik in etwa dem Übergang vom Strukturalismus zum Stratifikationalismus und vom Stratifikationalismus zur Semiotisch-Relationalen Grammatik (Toth 1997).

2. Wir schlagen folgende semiotische Pfeil-Matrix vor:

	1	2	3
1	$id_{1.3}$	α_1	α_3
2	α_1^o	$id_{1.2}$	α_2
3	α_3^o	α_2^o	$id_{2.3}$

Die Pfeile sind wegen der Kontexturenzahlen eindeutig, auch wenn die komponierten Morphismen unbezeichnet geblieben sind:

$\alpha_3 = \beta\alpha$, $\beta = (2 \rightarrow 3)$.

Danach lass sich nun sämtliche semiotischen statisch-dynamischen Relationen völlig substanzfrei darstellen; das System der 10 Peirceschen Zeichenklassen präsentiert sich wie folgt:

$[\alpha_3^o, \alpha_1^o, id_{1.3}]$	$[\alpha_3^o, \alpha_2, \alpha_3]$
$[\alpha_3^o, \alpha_1^o, \alpha_1]$	$[\alpha_2^o, id_{1.2}, \alpha_1]$
$[\alpha_3^o, \alpha_1^o, \alpha_3]$	$[\alpha_2^o, id_{1.2}, \alpha_3]$
$[\alpha_3^o\ id_{1.2}, \alpha_1]$	$[\alpha_2^o, \alpha_2, \alpha_3]$

$[\alpha_3^o, id_{1.2}, \alpha_3]$ $[id_{2.3}, \alpha_2, \alpha_3]$

Die dualen Realitätsthematiken werden also ganz einfach dadurch gebildet, dass die Reihenfolge der Morphismen der Zeichenklassen umgekehrt und die Dyaden dualisiert werden, z.B.:

$\times(3.1\ 2.3\ 1.3) = (3.1\ 3.2\ 1.3) \rightarrow$

$\times[\alpha_3^o, \alpha_2, \alpha_3] = [\alpha_3^o, \alpha_2^o, \alpha_3]$.

3. Der Vorteil an dieser rein substantiellen Darstellung ist, dass sich so nicht nur relationale, sondern auch kontexturale Schnitte zwischen den Zeichenklassen und Realitätsthemtiken aufzeigen lassen; z.B.:

$(\underline{3.1\ 2.1}\ 1.1) \cup (\underline{3.1\ 2.1}\ 1.2) = (3.1, 2.1)$

$(\underline{3.1\ 2.1}\ 1.3) \cup (\underline{3.1\ 2.1}\ 1.2) = (3.1, 2.1)$

Topos-Notation:

$[\alpha_3^o, \alpha_1^o, id_{1.3}] \cup_K [\alpha_3^o, \alpha_1^o, \alpha_1] = id_{1.3} \supset (\alpha_1^o, \alpha_3)$

$[\alpha_3^o, \alpha_1^o, \alpha_3] \cup_K [\alpha_3^o, \alpha_1^o, \alpha_1] = (\alpha_3^o, \alpha_3)$

Wir dürfen umgekehrt fragen: Können zwei Zeichenrelationen zusammenhängen, wenn sie in verschiedenen Kontexturen liegen? Das wäre doch wohl nur dann der Fall, wenn sich die Kontexturen gerade an jenem bestimmten Orte schnitten. Umgekehrt: Bedürfen wir wirklich gemeinsamer (statischer) Subzeichen, um Zeichenzusammenhänge zu formulieren?

Bibliographie

Goldblatt, Robert, Topoi. North Holland 1984

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Topoi invertierbarer Objekte

1. Obwohl man, wie R. Kaehr wiederholt zu Recht betont hatte, zur Darstellung kontexturierter semiotischer Relationen „Saltatorien“ anstatt Kategorien benötigt (vgl. Kaehr 2008), wollen wir hier einmal „experimentellerweise“ von kontexturierten Kategorien ausgehen, um damit eine der wohl auffälligsten Besonderheiten der Semiotik zu begründen, die „umkehrbaren“ Objekte. Seien

$\underline{S}$: $3._{2.3} \rightarrow 2._{1.2} \rightarrow 1._{1.3}$

$\underline{S}^{o}$: $.3_{2.3} \leftarrow .2_{1.2} \leftarrow .1._{1.3}$

die kontexturierten semiotischen Kategorien, wobei S^{o} die zu S duale ist.

Während S ausschliesslich kovariante Morphismen hat, hat $\underline{S}^{o}$ ausschliesslich kontravariante. Man kann sich also zunächst zwei „gemischte“ Kategorien vorstellen:

$\underline{S}^{?}$: $.3_{2.3} \leftarrow .2_{1.2} \rightarrow .1_{1.3}$

$\underline{S}^{??}$: $.3_{2.3} \rightarrow .2_{1.2} \leftarrow .1_{1.3}$

2. Werfen wir einen Blick auf die kontexturierte semiotische Matrix

	$.1_{1.3}$	$.2_{1.2}$	$.3_{2.3}$
$1._{1.3}$	$1.1_{1.3}$	1.2_{1}	1.3_{3}
$2._{1.2}$	2.1_{1}	$2.2_{1.2}$	2.3_{2}
$3._{2.3}$	3.1_{3}	3.2_{2}	$3.3_{2.3}$

Hier erscheinen also sowohl Objekte (Subzeichen) als auch Morphismen (Semiosen) in bestimmten Kontexturen. Während man nun Pfeile problemlos invertieren kann, z.B.

$1._{1.3}\ .2_{1.2} \rightarrow 1.2_{1} = (1 \rightarrow 2)_{1}$

$2._{1.2}\ .1_{1.3} \rightarrow 2.1_{1} = (1 \leftarrow 2)_{1}$, kann man Objekte auf die folgenden 4 Arten komponieren (so dass also die kartesische Multiplikation nur eine von 4 Verknüpfungen ist).

1. ○ .1 = 1..1 = 1.1

1. ○ 1. =1.1.

.1 ○ .1 =.1.1

.1 ○ 1. =.11.,

wobei gilt:

(.11.) = I(1..1)

(1.1.) = I(.1.1).

Wir wollen hier provisorisch (bis ein besserer Terminus zur Verfügung) der kartesischen Multiplikation (1..1) die „kartesische Division“ (.11.) gegenüberstellen. Diese stellen im Gegensatz zu (1.1.) und (.1.1) vollständige Inversionen vs. partielle Inversionen dar.

3. Wenn wir nun bei nden Objekten von der kategoriellen zur Topos-Darstellung übergehen, bekommen wir

$1_{1.3}\rightarrow \circ \leftarrow_{1.3}1 = 1_{1.3}\rightarrow\leftarrow_{1.3}1 = 1\downarrow_{1.3}1$

$1_{1.3}\rightarrow \circ 1_{1.3}\rightarrow = 1_{1.3}\rightarrow 1_{1.3}\rightarrow$

$\leftarrow_{1.3}1 \circ \leftarrow_{1.3}1 = \leftarrow_{1.3}1\leftarrow_{1.3}1$

$\leftarrow_{1.3}1 \circ 1_{1.3}\rightarrow = \leftarrow_{1.3}11_{1.3}\rightarrow$,

mit $(\leftarrow_{1.3}11_{1.3}\rightarrow) = I(1_{1.3}\rightarrow\leftarrow_{1.3}1)$

$(1_{1.3}\rightarrow 1_{1.3}\rightarrow) = I(\leftarrow_{1.3}1\leftarrow_{1.3}1)$.

In einem letzten Schritt beseitigen wir also die letzten „substantiellen“ Bestandteile:

$1\downarrow_{1.3}1 = \downarrow_{1.3}$

$1_{1.3}\rightarrow 1_{1.3}\rightarrow = \rightarrow\rightarrow_{1.3}$

$\leftarrow_{1.3}1\leftarrow_{1.3}1 = \leftarrow\leftarrow_{1.3}$

$\leftarrow_{1.3}11_{1.3}\rightarrow = \leftarrow\rightarrow_{1.3}$

Damit haben wir also die abstraktest mögliche Darstellung aller 4 grundlegenden Objekttypen erreicht. Wir haben jetzt also die Grundlagen einer Semiotik, die ohne Residuen ausschliesslich durch Pfeile darstellbar ist.

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotic Short Studies. Glasgow 2009

Triangulierte Kategorien in der Semiotik

1. Unter einem Triangel (X, Y, Z, u, v, w) versteht man in der neueren Kategorientheorie eine Menge von 3 Objekten X, Y, Z zusammen mit einem Morphismus u von X → Y, einem Morphismus v von Y → Z und einem Morphismus w von X → Z; die Zahl in Klammern gibt die Drehrichtung an:

$$X \xrightarrow{u} Y \xrightarrow{v} Z \xrightarrow{w} X[1].$$

Dieser Triangel kann auf zwei Weisen rotiert werden:

$$Y \xrightarrow{v} Z \xrightarrow{w} X[1] \xrightarrow{-u[1]} Y[1] \quad \text{or} \quad Z[-1] \xrightarrow{-w[-1]} X \xrightarrow{u} Y \xrightarrow{v} Z.$$

Triangulierte Kategorien können mit folgendem kommutativen Diagramm dargestellt werden:

$$\begin{tikzcd}
X \arrow[r, "u"] \arrow[d, "f"] & Y \arrow[r, "v"] \arrow[d, "g"] & Z \arrow[r, "w"] \arrow[d, dashed, "h"] & X[1] \arrow[d, "f[1]"] \\
X' \arrow[r, "u'"] & Y' \arrow[r, "v'"] & Z' \arrow[r, "w'"] & X'[1]
\end{tikzcd}$$

2. Es ist leicht einzusehen, dass triangulierte Kategorien eine Möglichkeit darstellen, Zeichenklassen zusammen mit ihren Realitätsthematiken einzuführen, so zwar, dass die sog. Translationsmorphismen f, g, h bzw. f[1] der semiotischen Dualisationsoperation korrespondieren. Wenn Zkl = (3.a 2.b 1.c) und Rth = (c.1 b.2 a.3) die allgemeinen Formen von Zeichenklasse und Realitätsthematik darstellen, dann kann man ein Peircesches Dualsystem wie folgt als triangulierte Kategorie darstellen:

(1.c) $\rightarrow_{u}$ (2.b) $\rightarrow_{v}$ (3.a) $\rightarrow_{w}$ (1.c 2.b 3.a)[1]

$\downarrow_{f}$ $\downarrow_{g}$ $\downarrow_{h}$ $\downarrow_{f[1]}$

(c.1) $\rightarrow_{u'}$(b.2) $\rightarrow_{v'}$(a.3) $\rightarrow_{w'}$(c.1 b.2 a.3)´[1]

Mit umgekehrtem Drehsinn, d.h.

$$Z[-1] \xrightarrow{-w[-1]} X \xrightarrow{u} Y \xrightarrow{v} Z.$$

haben wir also

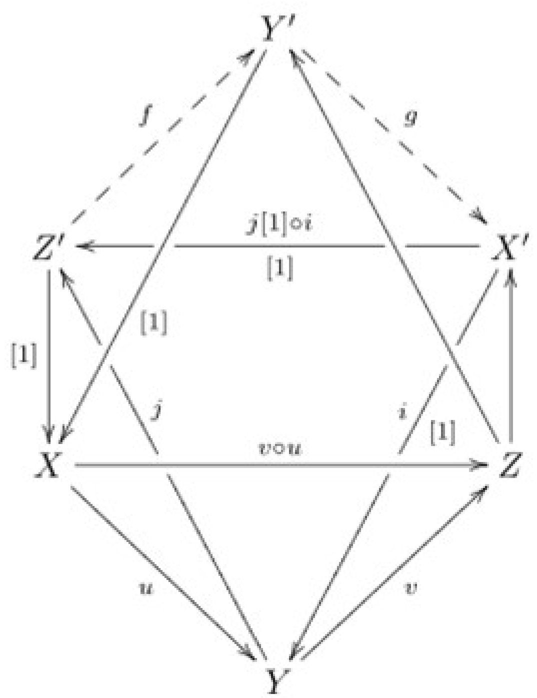
(1.c 2.b 3.a)[-1] $\rightarrow_{-w[-1]}$ (1.c) $\rightarrow_u$ (2.b) $\rightarrow_v$ (3.a),

wobei natürlich

(1.c 2.b 3.a)[-1] = (c.1 b.2 a.3)

und damit nichts anderes als die Realitätsthematik ist.

3. Zeichnet man alle Elemente einer triangulierten Kategorie in ein Diagramm ein, so erhält man einen Oktaeder:



wobei es offenbar keine Möglichkeit einer 2-dimensionalen Darstellung gibt (Kashiwara und Schapira 2006, S. 244).

Bibliographie

Kashiwara, Masaki/Schapira, Pierre, Categories and Sheaves. New York 2006

Funktoren und Morphismen von Funktoren in triangulierten semiotischen Kategorien

1. Zu triangulierten Kategorien in der Semiotik vgl. bereits Toth (2010a, b). Ich gebe hier quasi als Nachtrag die exakten Definitionen aus Kaschiwara/Schapira (2006, S. 242) wieder:

10.1 Triangulated Categories

Definition 10.1.1. (i) *A category with* translation $(\mathcal{D}, T)$ *is a category* $\mathcal{D}$ *endowed with an equivalence of categories* $T : \mathcal{D} \xrightarrow{\sim} \mathcal{D}$. *The functor* T *is called the translation functor.*

(ii) *A functor of categories with translation* $F : (\mathcal{D}, T) \to (\mathcal{D}', T')$ *is a functor* $F : \mathcal{D} \to \mathcal{D}'$ *together with an isomorphism* $F \circ T \simeq T' \circ F$. *If* $\mathcal{D}$ *and* $\mathcal{D}'$ *are additive categories and* F *is additive, we say that* F *is a functor of additive categories with translation.*

(iii) *Let* $F, F' : (\mathcal{D}, T) \to (\mathcal{D}', T')$ *be two functors of categories with translation. A morphism* $\theta : F \to F'$ *of functors of categories with translation is a morphism of functors such that the diagram below commutes:*

$$\begin{tikzcd} F \circ T \arrow[r, "\theta \circ T"] \arrow[d, "\sim"'] & F' \circ T \arrow[d, "\sim"] \\ T' \circ F \arrow[r, "T' \circ \theta"] & T' \circ F' . \end{tikzcd}$$

2. Wie man leicht zeigen kann, entsprechen die vier Ecken des obigen kommutativen Diagramms genau den vier Kombinationen, die man aus einer Zeichenklasse gewinnt, wenn man die Dyaden invertiert und die Triade dualisiert

1. (3.a 2.b 1.c) 3. (c.1 b.2 a.3)

2. (1.c 2.b 3.a) 4. (a.3 b.2 c.1).

Man kann also das Diagramm wie folgt notieren:

$$\begin{tikzcd}
(3.a\ 2.b\ 1.c) \arrow[r, "\theta \circ T"] \arrow[d, "\sim"] & (c.1\ b.2\ a.3) \arrow[d, "\sim"] \\
(1.c\ 2.b\ 3.a) \arrow[r, "T' \circ \theta"] & (a.3\ b.2\ c.1)
\end{tikzcd}$$

3. In einem nächsten Schritt kann man nun die vier Funktoren selbst durch Morphismen aufeinander abbilden:

(iv) *A subcategory with translation $(\mathcal{D}', T')$ of $(\mathcal{D}, T)$ is a category with translation such that $\mathcal{D}'$ is a subcategory of $\mathcal{D}$ and the translation functor T' is the restriction of T.*

(v) *Let $(\mathcal{D}, T)$, $(\mathcal{D}', T')$ and $(\mathcal{D}'', T'')$ be additive categories with translation. A bifunctor of additive categories with translation $F\colon \mathcal{D} \times \mathcal{D}' \to \mathcal{D}''$ is an additive bifunctor endowed with functorial isomorphisms*

$$\theta_{X,Y}\colon F(TX, Y) \xrightarrow{\sim} T''F(X,Y) \text{ and } \theta'_{X,Y}\colon F(X, T'Y) \xrightarrow{\sim} T''F(X,Y)$$

for $(X, Y) \in \mathcal{D} \times \mathcal{D}'$ such that the diagram below anti-commutes (see Definition 8.2.20):

$$\begin{tikzcd}
F(TX, T'Y) \arrow[r, "\theta_{X,T'Y}"] \arrow[d, "\theta'_{TX,Y}"'] \arrow[dr, phantom, "\mathrm{ac}"] & T''F(X, T'Y) \arrow[d, "T''\theta'_{X,Y}"] \\
T''F(TX, Y) \arrow[r, "T''\theta_{X,Y}"'] & T''^2F(X, Y)\,.
\end{tikzcd}$$

Für die Semiotik gilt hierbei also im einzelnen (wobei I für die Inversion der Triaden und i für die Inversion der Dyaden stehe):

(3.a 2.b 1.c) $\rightarrow_{I}$ (1.c 2.b 3.a)

(3.a 2.b 1.c) $\rightarrow_{Ii}$ (c.1 b.2 a.3) (= ×(3.a 2.b 1.c) = (c.1 b.2 a.3))

(3.a 2.b 1.c) $\rightarrow_{i}$ (a.3 b.2 c.1)

(1.c 2.b 3.a) $\rightarrow_{i}$ (c.1 b.2 a.3)

(1.c 2.b 3.a) $\rightarrow_{iI}$ (a.3 b.2 c.1),

(c.1 b.2 a.3) $\rightarrow_{I}$ (a.3 b.2 c.1) d.h. obwohl wir es mit 6 Abbildungen zu tun haben, genügen die Morphismen i, I und ihre Kompositionen iI und Ii, damit das obige Diagramm erfüllt ist! (In Sonderheit führt man so die in der Semiotik durch nichts motivierte „Dualisation“ auf die zwei einfachen Basisabbildungen i und I zurück.)

Bibliographie

Kashiwara, Masaki/Schapira, Pierre, Categories and Sheaves. Springer 2006

Toth, Alfred, Triangulierte Kategorien in der Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010a

Toth, Alfred, Inversion, Dualisation und Triangulation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010b

Kontexturierte Kategorien und Garben?

1. Sehr stark vereinfacht, könnte man sagen, eine Kategorie bestehe aus einer Domäne, einer Codomäne und den Morphismen (Pfeilen) zwischen den Elementen, die aus ersterer auf letztere abgebildet werden:

$\underline{\underline{K}}$ = (X, π, Y).

Entsprechend besteht eine Garbe aus zwei topologischen Räumen G und X sowie einem (lokalen) Homöomorphismus, d.h. einer Abbildung, die jede offene Teilmenge aus G auf eine offene Teilmenge aus X abbildet:

$\underline{\underline{G}}$ = (G, π, X).

Rein formal weisen also sowohl die Kategorie als auch die Garbe die gleiche „Tiefenstruktur“ auf. Die Existenzberechtigung von Garben ergibt sich „for passing from local to global situations“ (Kashiwara/Shapira 2006, S. V), semiotisch also etwa beim Übergang von Monaden und Dyadenkombinationen zu Triaden (vgl. Toth 2010).

2. Wenn wir von den für die meisten mathematischen Strukturen geforderten Zusatzbedingungen für Identitäten und Kompositionen wiederum absehen, könnte man die von Kaehr (2008) eingeführten Saltatorien wie folgt definieren:

$\underline{\underline{S}}$ = $\underline{\underline{K^{o}}}$ = (Y, π, X).

Wenn dies so tut, müsste man allerdings den Unterschied zwischen Saltatorien und dualen Kategorien definieren (von den Zusatzbedingungen des Chiasmus und der Verankerung, die sich aus der Diamantentheorie ergeben, sehen wir hier ebenfalls ab). Entsprechend könnte man aus Symmetriegrümnden eine „inverse Garbe“ wie folgt definieren:

$\underline{\underline{G^{o}}}$ = (X, π, G).

3. Bisher haben wir bewusst die Kontexturen weggelassen. Nun treten Kategorien und Garben immer nur in 1 Kontextur auf, aber Saltatorien und „inverse Garben“ immer in ≥ 1 Kontexturen. Diese Asymmetrie ist jedoch nicht einzusehen,

ausserdem ist eine Saltatorie nicht nur auf der Umkehrung der Ordnung der Kontexturenzahlen definiert, sondern auch auf der Umkehrung der Pfeile („Hetero-Morphismus“). Nichts hindert uns also daran, die folgenden 4 Neudefinitionen vorzunehmen:

$\underline{\underline{K}} = (X_{\alpha.\beta}, \pi, Y_{\gamma.\delta}, i, j \in C)$

$\underline{\underline{K}}^{\circ} = (Y_{\delta.\gamma}, \pi, X_{\beta.\alpha}, i, j \in C)$

$\underline{\underline{G}} = (G_{\alpha.\beta}, \pi, X_{\gamma.\delta}, i, j \in C)$

$\underline{\underline{G}}^{\circ} = (X_{\delta.\gamma}, \pi, G_{\beta.\alpha}, i, j \in C)$.

Man beachte, dass damit auch die duale Kategorie definiert ist:

$\times K = (Y_{\gamma.\delta}, \pi, X_{\alpha.\beta}, i, j \in C)$.

Nur die mit $^{\circ}$ bezeichneten Gebilde kehren also nicht nur die Reihenfolge von Bild und Urbildelementen um, sondern auch die Reihenfolge der Kontexturzahlen. vielleicht könnte man also von „saltatorischer“ Kategorie und „saltatorischer“ Garbe oder von Hetero-Kategorie und Hetero-Garbe sprechen, denn die Einführung der Saltatorien ist ja keine von der Kategorientheorie separate Theorie, sondern ihre polykonteturale Erweiterung.

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2008

Kashiwara, Masaki/Schapira, Pierre, Categories and Sheaves. New York 2006

Toth, Alfred, Vorüberlegungen zu einem semiotischen Garbenbegriff. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Kategoriale semiotische Matrizen mit und ohne komponierte Morphismen

1. Nach einem Vorschlag von Bense (1981, S. 124 ff.) kann die semiotische Matrix

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

wegen des Doppelstatus der Dyaden, zugleich statische Subzeichen als auch dynamische Morphismen zu sein, in die folgende kategorientheoretische Matrix umgeschrieben werden:

$$\begin{pmatrix} id_1 & \alpha & \beta\alpha \\ \alpha° & id_2 & \beta \\ \alpha°\beta° & \beta° & id_3 \end{pmatrix}$$

Hier gilt also: $(1.3) = (1 \rightarrow 3) = \alpha \circ \beta = \beta\alpha$ und $(\beta\alpha)° = \alpha°\beta°$.

Die Notation mit Hilfe von komponierten Morphismen (und ihren Inversen) verhindert jedoch Einbettungen der triadischen Matrix in höhere Matrizen. Man kann dann nur eine Matrix für höheres n konstruieren und triadische als ihre Submatrix herausstellen. Echte Einbettungen erfordern jedoch Kontexturierung, zumal ein Zeichen nur im Interpretantenbezug wachsen kann, denn kein Zeichen hat zwei Mittelbezüge oder zwei Objektbezüge. Interpretanten sind aber Subjekte, und eine Logik mit mehr als einem Subjekt muss polykontextural sein, wenn sie diesen Subjekten ontologische Stellen, d.h. Kontexturen einräumen will. Kaehr (2008) hat daher die Umnotierung der obigen nicht-kontexturierten in die folgende kontexturierte Matrix vorgeschlagen:

$$\begin{pmatrix} id_{1.3} & \alpha_1 & \alpha_3 \\ \alpha°_1 & id_{1.2} & \alpha_2 \\ \alpha°_3 & \alpha°_2 & id_{2.3} \end{pmatrix}$$

Wir haben also $\beta\alpha \rightarrow \alpha_3$ und demzufolge $(\beta\alpha)° = \alpha°\beta° = \alpha°_3$.

Im übrigen haben wir mit Toth (2011):

$$\begin{vmatrix} 2°_1 \rightarrow 1_1 \\ 3°_3 \rightarrow 1_3 \\ 3°_2 \rightarrow 2_2 \end{vmatrix} \quad \cong \quad \begin{vmatrix} \alpha_1 \rightarrow \alpha_1° \\ \alpha_3 \rightarrow \alpha_3° \\ \alpha_2 \rightarrow \alpha_2° \end{vmatrix} \quad \cong \quad \begin{vmatrix} \alpha \rightarrow \alpha° \\ \beta\alpha \rightarrow \alpha°\beta° \\ \beta \rightarrow \beta° \end{vmatrix}$$

Bibliographie

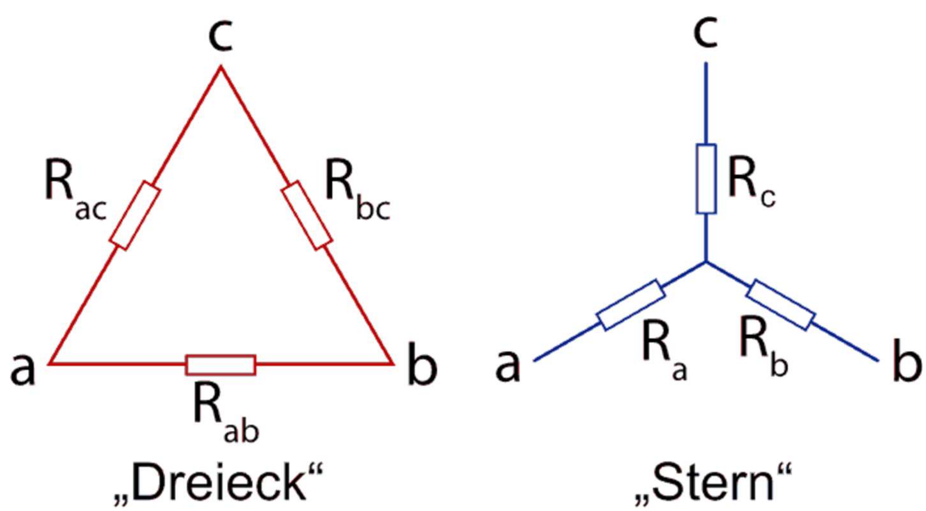
Kaehr, Rudolf, Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds (2008). In: http://works.bepress.com/cgi/viewcontent.cgi?article=1000&context=thinkartlab, S. 44 ff.

Toth, Alfred, Ein Verfahren zur Erzeugung von nicht-abgeleiteten Realitätsthematiken. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Dreieck, Stern und die 4. Kategorie

1. Aus der Elektrotechnik ist die Stern-Dreiecks-Transformation bekannt. Interessanter in unserem Zusammenhang ist vielleicht, dass das Stern-Modell nach Peirce (ap. Brunning 1997, S. 257) das ältere Zeichenmodell war: "A point upon which three lines of identity abut is a graph expressing relation of Teridentity":

2. Zur Stern-Dreickes-Transformation betrachte man nun folgendes Bild:



Die Seiten de semiotischen Dreiecks sind bekanntlich als semiotische „Funktionen" bzw. Morphismen definiert. Sei a = M, b = O, c = I, dann gilt:

ab = a→b := (M→O) = α

bc = b→c := (O→I) = β

ca = c→a := (I→M) = α°β°

Im Stern gibt es nun aber keine direkten Abbildungen von a auf b, von b auf c und von c auf a. Sie führen alle statt dessen über den inneren Punkt (Ecke), den wir Q nennen wollen. Damit erhalten wir

$(M \rightarrow O) = \alpha = (a \rightarrow Q) \circ (Q \rightarrow b)$

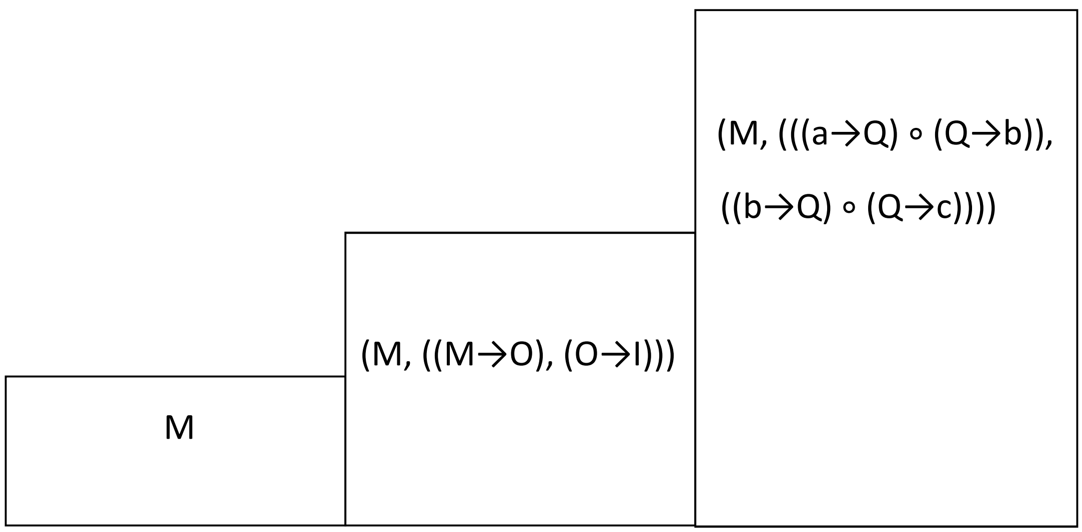
$(O \rightarrow I) = \beta = (b \rightarrow Q) \circ (Q \rightarrow c)$

$(I \rightarrow M) = \alpha°\beta° = (c \rightarrow Q) \circ (Q \rightarrow a)$

Das bedeutet also, dass sowohl Bezeichnungs-, Bedeutungs- als auch Gebrauchsfunktion des Zeichens über die Qualität „geortet“ sind und fernerhin, dass die drei semiotischen Funktionen bzw. Morphismen nicht nur via Transitivität, sondern durch die Ecke Q des Graphen mit α, β ∈ Q zusammenhängen. Die vollständige Zeichenrelation sieht dann wie folgt aus:

$ZR = (M, ((M \rightarrow O), (O \rightarrow I)) = (M, (((a \rightarrow Q) \circ (Q \rightarrow b)), ((b \rightarrow Q) \circ (Q \rightarrow c))))$

als Modell



Es gilt also

$ZR = (M \subset ((a \rightarrow Q) \circ (Q \rightarrow b)) \subset ((b \rightarrow Q) \circ (Q \rightarrow c))))$.

Die Abbildungen auf Q kann man dadurch interpretieren, dass die entsprechenden Subzeichen a, b und c an diesen Orten kontexturiert werden, z.B. haben wir für K =3 und ZR = (3.1 2.2 1.3):

$ZR = (1.3 \subset ((1.3 \rightarrow {}_{3}) \circ ({}_{1.2} \rightarrow 2.2)) \subset ((2.2 \rightarrow {}_{1.2}) \circ ({}_{3} \rightarrow 3.1)))) =$

$(3.1_{3}\ 2.2_{1.2}\ 1.3_{3})$.

Bibliographie

Brunning, Jacqueline, Genuine Triads and Teridentity. In: Houser, Nathan/Roberts, Don D./Van Evra, James, Studies in the Logic of Charles Sanders Peirce. Bloomington 1997, S. 252-263

Toth, Alfred, Trialität, Teridentität, Tetradizität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2006

Semiotische kontexturale Verbundsysteme

1. Diese Arbeit folgt Toth (2011). Wir hatten das frühe Stern-Modell Peirces genommen und die Stern-Dreiecks-Transformation für semiotische Morphismen durchgeführt. Das Ergebnis war

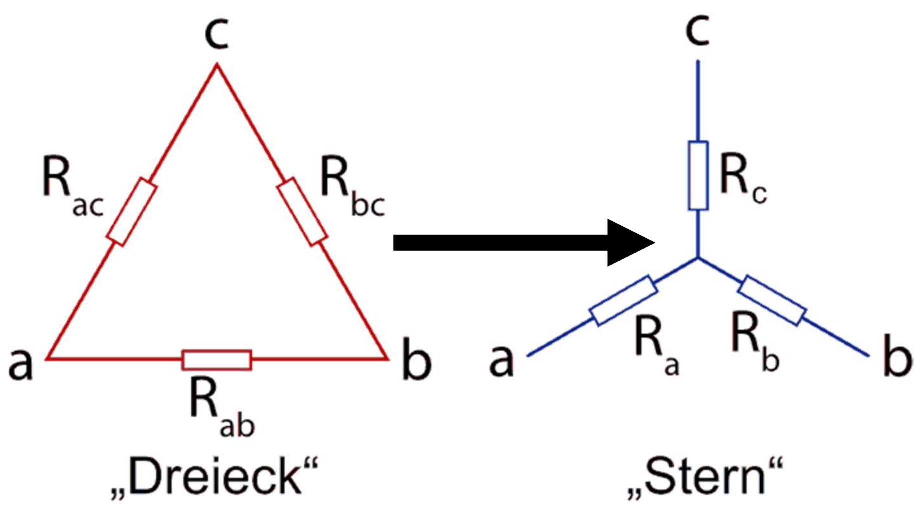
$(M \rightarrow O) = \alpha = (a \rightarrow Q) \circ (Q \rightarrow b)$

$(O \rightarrow I) = \beta = (b \rightarrow Q) \circ (Q \rightarrow c)$

$(I \rightarrow M) = \alpha°\beta° = (c \rightarrow Q) \circ (Q \rightarrow a)$

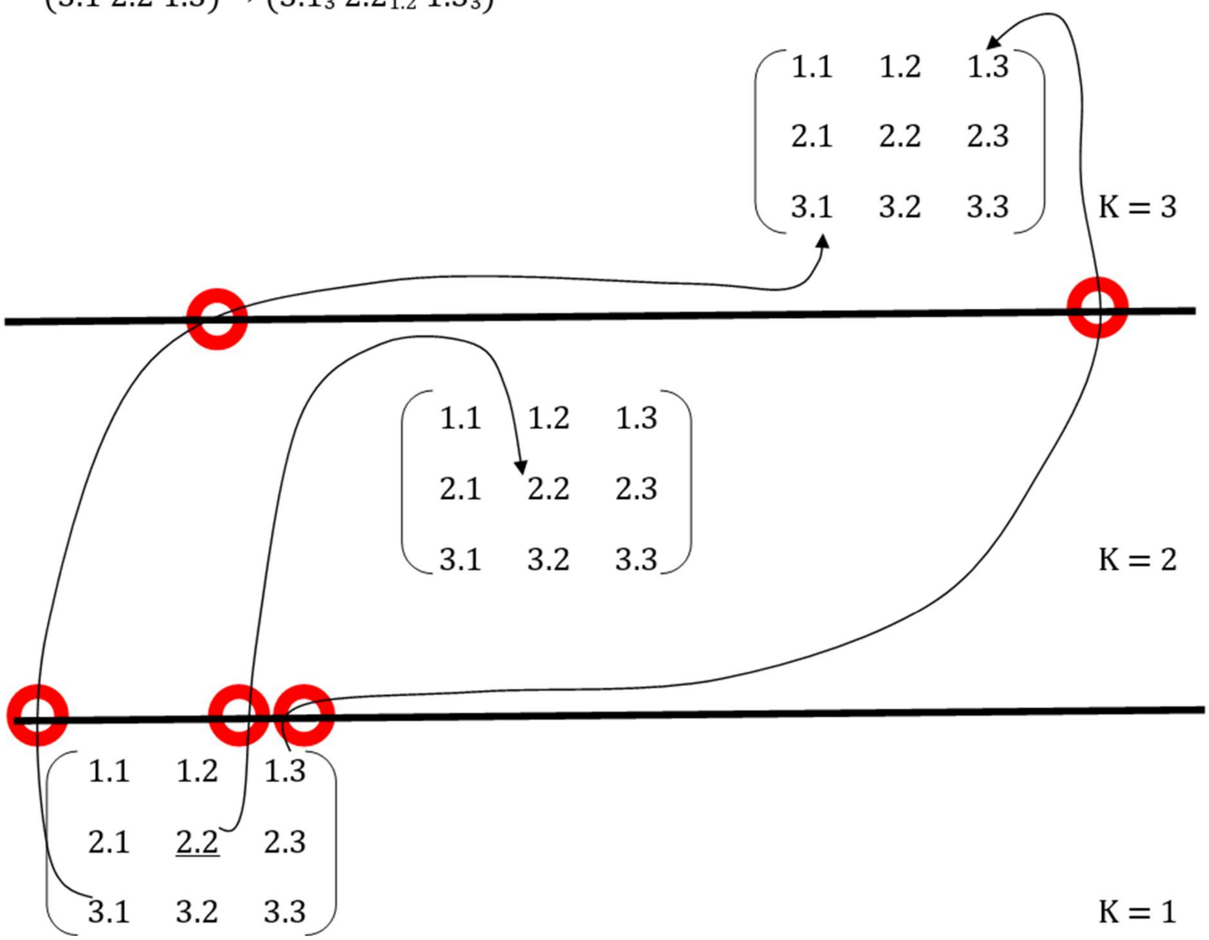
und somit

$ZR = (M, ((M \rightarrow O), (O \rightarrow I)) = (M, (((a \rightarrow Q) \circ (Q \rightarrow b)), ((b \rightarrow Q) \circ (Q \rightarrow c))))$. Mit dem verwandten Modell



ist die Abbildung von α und β (sowie von α°β° und βα) auf Q jedoch nicht befriedigend darstellbar. Wir stellen daher im folgenden ein einfaches Verbund-system mit Hilfe der semiotischen Matrix dar, da nach unserem Modell ja die Subzeichen einzeln kontexturiert werden. Beispiel:

$$(3.1\ 2.2\ 1.3) \rightarrow (3.1_3\ 2.2_{1.2}\ 1.3_3)$$



Rot eingezeichnet sind die Kontexturübergänge, die in meinem Buch „In Transit“ (Toth 2007) Transgressionen heissen. Die drei Matrizen befinden sich also streng genommen nicht nur innerhalb der Kontexturen, sondern sie SIND diese, denn wie bekannt thematisiert die Zeichenthematik die Subjekts- und die Realitätsthematik die Objektsposition des Zeichens. In der Matrix:

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

sind alle Subzeichen oberhalb der „mäandrierenden“ Linie zeichenthematisch, da ihre epistemologische Struktur [S , O] ist, und alle darunter liegenden realitätsthematisch, da ihre epistemologische Struktur [S, O]° = [O, S] ist. Einfach gesagt: Jede Zeichenklasse führt in ihren trichotomischen Stellenwerten ihre duale Realitätsthematik mit, und jede Realitätsthematik führt in ihren triadischen Stellenwerten ihre duale Zeichenklasse mit. Daraus geht die Notwendigkeit hervor, die kontexturalen Pfade zu richten. Da somit aber $\times(2.2)_{1.2} = \times(2.2)_{2.1}$ gilt, muss im obigen Verbundsystem lediglich die Pfeilrichtung umgekehrt werden. Dazu sollte man bedenken, dass $(a.b)_{1.2} \coprod_{(1.2)(2.1)} (b.c)_{2.1}$ und $(a.b)_{1.2} \prod_{\emptyset} (c.d)_{2.1}$ gelten muss!

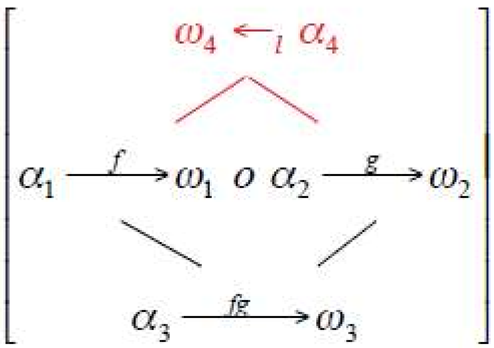
Bibliographie

Toth, Alfred, In Transit. A mathematical-semiotic theory of Decrease of Mind based on poly-contextural Diamond Theory. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Dreieck, Stern und die 4. Kategorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Semiotische Diamanten und Bi-Zeichen

1. Trotz Bedenken (vgl. Kaehr 2008) kann man die triadischen Zeichenklassen und ihre dual koordinierten Realitätsthematiken der Peirceschen Semiotik in der Form des von Rudolf entdeckten Diamantenmodells (Kaehr 2007)



darstellen:

3.1← 1.3

1.3→ 2.3 ∘ 3.1 → 2.3

1.3→ 3.1,

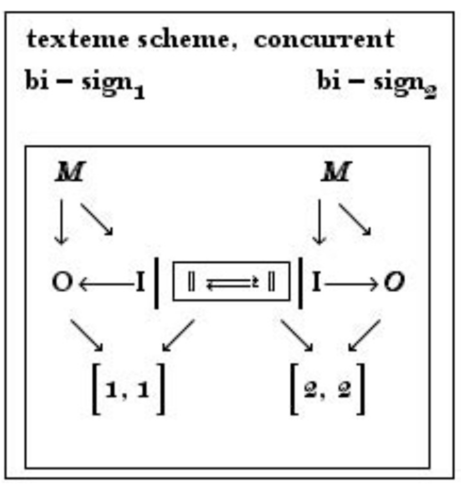
während Kaehr zwischen meinen „Diamanten“ und seinen „Diamonds“ unterscheidet und für die letzteren 4-stellige semiotische Relationen voraussetzt, vgl. (Kaehr 2007):

$$\begin{array}{c||c} \begin{tikzcd} A \arrow[r, "f"] \arrow[dr, "h"'] & B \arrow[d, "g"] \\ & C \end{tikzcd} & b_1 \xleftarrow{k} b_2 \end{array}$$

Diamond

$$\begin{array}{c|c} & \underline{\textit{saltatory}} \\ \begin{tikzcd} A \arrow[r, "f"] \arrow[d, "h"] & B \arrow[d, "g"] \\ C \arrow[r, "k"] & D \end{tikzcd} & \begin{tikzcd} a & b \arrow[l, "l"'] \\ & c \arrow[ul, "n"] \arrow[u, "m"'] \end{tikzcd} \\ \overline{\textit{category}} & \end{array}$$

2. Nun hängt damit aber ein viel gravierenderes Problem zusammen, nämlich Kaehrs Einbettung der Diamonds in die von ihm konstruierten „Textemes“ (Kaehr 2009):



texteme :

diamond = (sign + environment)

bi – sign = (diamond + 2 – anchor)

texteme = (composed bi – signs + chiasm) .

Die Frage lautet nämlich: Was ist nach dem Texteme-Modell ein Zeichen? Die „Hälfte“ eines Bi-Signs? Und welche der beiden? Erschwerend kommt hinzu, dass sie nicht völlig spiegelverkehrt zueinander sind. Man vergleiche:

diamond = Sign + environment

bi-sign = diamond + 2-anchor

Daraus folgt durch Einsetzen:

bi-sign = (sign + environment) + 2-anchor.

Demnach müssten also die beiden „konkurrenten“ (concurrent) Fast-Spiegelzeichen *zusammen* ein Zeichen ausmachen. Anderseits sind die Bi-Signs aber gleichzeitig ein Diamond. Da die beiden Bi-Signs in Kaehrs Beispiel aber nichts anderes zwei triadische Zeichenrelationen sind (ZR = (M, O, I)), stehen wir erstens vor dem Paradox, dass ein Zeichen aus zwei triadischen Relationen zusammengesetzt ist, und zweitens stellen wir fest, dass es also doch triadische und nicht nur tetradische Diamanten bzw. „diamonds“ gibt. Es scheint also, man müsste die Definitionen wie folgt revidieren:

Diamant = Zeichen mit externer (kontexturaler) Umgebung

Bi-Zeichen = Zwei Zeichen, durch ihre externen (kont.) Umgebungen verbunden und geankert, d.h. zwei geankerte Diamanten

In Sonderheit existieren semiotische Diamanten also, wie bereits gesagt, für n-adische Relationen mit n $\geq$ 3.

3. Allerdings ist es damit keineswegs getan. Setzen wir nämlich z.B. die Zeichenklasse (3.1 2.3 1.3) ein, so erhalten wir folgendes Texteme:

$$\begin{array}{lllllllll}
1.3 & & & & & & 1.3 & & \\
\downarrow & \searrow & & & & & \downarrow & \searrow & \\
2.3 & \leftarrow & 3.1 & | & \boxed{3.1 \quad \rightleftarrows \quad 3.1} & | & 3.1 & \rightarrow & 2.3
\end{array}$$

Gemäss Definition handelt es sich hier also um zwei Diamanten. Allerdings fehlen die kompositorische Verknüpfung, der Morphismus (1.3 → 3.1) und der entsprechende Heteromorphismus (1.3 ← 3.1), so dass von einem Diamanten nichts mehr übrig bleibt:

$$\begin{array}{c} 3.1 \leftarrow 1.3 \\ \diagup \quad \diagdown \\ 1.3 \rightarrow 2.3 \circ 3.1 \rightarrow 2.3 \\ \diagdown \quad \diagup \\ 1.3 \rightarrow 3.1 \end{array}$$

4. Indessen: Texteme eignen sich gerade dazu, die Kategorie eines Zeichens und seine vollständige Saltatorie (d.h. nicht nur die Inversion des komponierten Morphismus (1.3 ← 3.1) darzustellen. Dazu muss er aber umgeschrieben werden, dazu gibt es 3 Möglichkeiten:

$$\begin{array}{lllllll} 1.3 & & & & & 3.1 & \\ \downarrow & \searrow & & & & \uparrow & \searrow \\ 2.3 & \leftarrow 3.1 & | & \boxed{3.1 \quad \rightleftarrows \quad 2.3} & | & 2.3 & \rightarrow 1.3 \end{array}$$

$$\begin{array}{lllllll} 1.3 & & & & & 3.1 & \\ \downarrow & \searrow & & & & \downarrow & \nwarrow \\ 2.3 & \leftarrow 3.1 & | & \boxed{3.1 \quad \rightleftarrows \quad 1.3} & | & 1.3 & \leftarrow 2.3 \end{array}$$

$$\begin{array}{lllllll} 1.3 & & & & & 1.3 & \\ \downarrow & \searrow & & & & \uparrow & \nwarrow \\ 2.3 & \leftarrow 3.1 & | & \boxed{3.1 \quad \rightleftarrows \quad 3.1} & | & 3.1 & \leftarrow 2.3 \end{array}$$

Bei den beiden ersten Fällen liegen inhomogene Umgebungen, beim dritten Fall liegt homogene Umgebung vor.

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007. Digitalisat: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond-Theory-Collection.pdf

Kaehr, Rudolf, Toth´s semiotic diamonds. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Toth-Diamanten/Toth-Diamanten.pdf (2008)

Kaehr, Rudolf, Xanadu´s textemes. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadu-textemes.pdf (2009)

Das wegtopologische System paariger kategorientheoretischer Vektoren

1. In Toth (2011a) hatten wir folgende Korrespondenzen zwischen Subzeichen als wegtopologischen Kategorien in der numerischen und der morphismischen Schreibung festgestellt:

$\{(2.1)^{\leftarrow}, (2.2)^{\leftarrow}, (2.3)^{\leftarrow}\} \rightarrow \{\alpha^{\leftarrow}, id_2^{\leftarrow}, \beta\alpha^{\leftarrow}\}$

$\{(2.1)^{\downarrow}, (2.2)^{\downarrow}, (2.3)^{\downarrow}\} \rightarrow \{\alpha^{\downarrow}, id_2^{\downarrow}, \beta\alpha^{\downarrow}\}$

$\{(2.1)^{\rightarrow}, (2.2)^{\rightarrow}, (2.3)^{\rightarrow}\} \rightarrow \{\alpha^{\rightarrow}, id_2^{\rightarrow}, \beta\alpha^{\rightarrow}\}$

2. Analog zur Pfeilgrammatik (Toth 2011b), in der wir von drei Richtungen ausgegangen waren, wollen wir hier exemplarisch das wegtopologische System paariger kategorientheoretischer Vektoren zusammenstellen:

	$\alpha^{\leftarrow}$	$\alpha^{\downarrow}$	$\alpha^{\rightarrow}$	$id_2^{\leftarrow}$	$id_2^{\downarrow}$	$id_2^{\rightarrow}$	$\beta\alpha^{\leftarrow}$	$\beta\alpha^{\downarrow}$	$\beta\alpha^{\rightarrow}$
$\alpha^{\leftarrow}$	$\alpha^{\leftarrow}\ \alpha^{\leftarrow}$	$\alpha^{\leftarrow}\ \alpha^{\downarrow}$	$\alpha^{\leftarrow}\ \alpha^{\rightarrow}$	$\alpha^{\rightarrow}\ id_2^{\leftarrow}$	$\alpha^{\leftarrow}\ id_2^{\downarrow}$	$\alpha^{\leftarrow}\ id_2^{\rightarrow}$	$\alpha^{\leftarrow}\ \beta\alpha^{\leftarrow}$	$\alpha^{\leftarrow}\ \beta\alpha^{\downarrow}$	$\alpha^{\leftarrow}\ \beta\alpha^{\rightarrow}$
$\alpha^{\downarrow}$	$\alpha^{\downarrow}\ \alpha^{\leftarrow}$	$\alpha^{\downarrow}\ \alpha^{\downarrow}$	$\alpha^{\downarrow}\ \alpha^{\rightarrow}$	$\alpha^{\downarrow}\ id_2^{\leftarrow}$	$\alpha^{\downarrow}\ id_2^{\downarrow}$	$\alpha^{\downarrow}\ id_2^{\rightarrow}$	$\alpha^{\downarrow}\ \beta\alpha^{\leftarrow}$	$\alpha^{\downarrow}\ \beta\alpha^{\downarrow}$	$\alpha^{\downarrow}\ \beta\alpha^{\rightarrow}$
$\alpha^{\rightarrow}$	$\alpha^{\rightarrow}\ \alpha^{\leftarrow}$	$\alpha^{\rightarrow}\ \alpha^{\downarrow}$	$\alpha^{\rightarrow}\ \alpha^{\rightarrow}$	$\alpha^{\rightarrow}\ id_2^{\leftarrow}$	$\alpha^{\rightarrow}\ id_2^{\downarrow}$	$\alpha^{\rightarrow}\ id_2^{\rightarrow}$	$\alpha^{\rightarrow}\ \beta\alpha^{\leftarrow}$	$\alpha^{\rightarrow}\ \beta\alpha^{\downarrow}$	$\alpha^{\rightarrow}\ \beta\alpha^{\rightarrow}$
$id_2^{\leftarrow}$	$id_2^{\leftarrow}\ \alpha^{\leftarrow}$	$id_2^{\leftarrow}\ \alpha^{\downarrow}$	$id_2^{\leftarrow}\ \alpha^{\rightarrow}$	$id_2^{\leftarrow}\ id_2^{\leftarrow}$	$id_2^{\leftarrow}\ id_2^{\downarrow}$	$id_2^{\leftarrow}\ id_2^{\rightarrow}$	$id_2^{\leftarrow}\ \beta\alpha^{\leftarrow}$	$id_2^{\leftarrow}\ \beta\alpha^{\downarrow}$	$id_2^{\leftarrow}\beta\alpha^{\rightarrow}$
$id_2^{\downarrow}$	$id_2^{\downarrow}\ \alpha^{\leftarrow}$	$id_2^{\downarrow}\ \alpha^{\downarrow}$	$id_2^{\downarrow}\ \alpha^{\rightarrow}$	$id_2^{\downarrow}\ id_2^{\leftarrow}$	$id_2^{\downarrow}\ id_2^{\downarrow}$	$id_2^{\downarrow}\ id_2^{\rightarrow}$	$id_2^{\downarrow}\ \beta\alpha$	$id_2^{\downarrow}\ \beta\alpha^{\downarrow}$	$id_2^{\downarrow}\ \beta\alpha^{\rightarrow}$
$id_2^{\rightarrow}$	$id_2^{\rightarrow}\ \alpha^{\leftarrow}$	$id_2^{\rightarrow}\ \alpha^{\downarrow}$	$id_2^{\rightarrow}\ \alpha^{\rightarrow}$	$id_2^{\rightarrow}\ id_2^{\leftarrow}$	$id_2^{\rightarrow}\ id_2^{\downarrow}$	$id_2^{\rightarrow}\ id_2^{\rightarrow}$	$id_2^{\rightarrow}\ \beta\alpha^{\leftarrow}$	$id_2^{\rightarrow}\ \beta\alpha^{\downarrow}$	$id_2^{\rightarrow}\beta\alpha^{\rightarrow}$
$\beta\alpha^{\leftarrow}$	$\beta\alpha^{\leftarrow}\ \alpha^{\leftarrow}$	$\beta\alpha^{\leftarrow}\ \alpha^{\downarrow}$	$\beta\alpha^{\leftarrow}\ \alpha^{\rightarrow}$	$\beta\alpha^{\leftarrow}\ id_2^{\leftarrow}$	$\beta\alpha^{\leftarrow}\ id_2^{\downarrow}$	$\beta\alpha^{\leftarrow}\ id_2^{\rightarrow}$	$\beta\alpha^{\leftarrow}\ \beta\alpha^{\leftarrow}$	$\beta\alpha^{\leftarrow}\ \beta\alpha^{\downarrow}$	$\beta\alpha^{\leftarrow}\ \beta\alpha^{\rightarrow}$
$\beta\alpha^{\downarrow}$	$\beta\alpha^{\downarrow}\ \alpha^{\leftarrow}$	$\beta\alpha^{\downarrow}\ \alpha^{\downarrow}$	$\beta\alpha^{\downarrow}\ \alpha^{\rightarrow}$	$\beta\alpha^{\downarrow}\quad id_2^{\leftarrow}$	$\beta\alpha^{\downarrow}\ id_2^{\downarrow}$	$\beta\alpha^{\downarrow}\ id_2^{\rightarrow}$	$\beta\alpha^{\downarrow}\ \beta\alpha^{\leftarrow}$	$\beta\alpha^{\downarrow}\ \beta\alpha^{\downarrow}$	$\beta\alpha^{\downarrow}\ \beta\alpha^{\rightarrow}$
$\beta\alpha^{\rightarrow}$	$\alpha^{\rightarrow}\ \alpha^{\leftarrow}$	$\beta\alpha^{\rightarrow}\ \alpha^{\downarrow}$	$\beta\alpha^{\rightarrow}\ \alpha^{\rightarrow}$	$\beta\alpha^{\rightarrow}\ id_2^{\leftarrow}$	$\beta\alpha^{\rightarrow}\ id_2^{\downarrow}$	$\beta\alpha^{\rightarrow}\ id_2^{\rightarrow}$	$\beta\alpha^{\rightarrow}\ \beta\alpha^{\leftarrow}$	$\beta\alpha^{\rightarrow}\ \beta\alpha^{\downarrow}$	$\beta\alpha^{\rightarrow}\ \beta\alpha^{\rightarrow}$

Tripel gibt es also $9^3 = 729$, und zwar für alle (a.b) $\in$ {1, 2, 3}, d.h. 3 mal 729 = 2´187 semioitisch-wegtopologisch unterscheidbare Direktionalen.

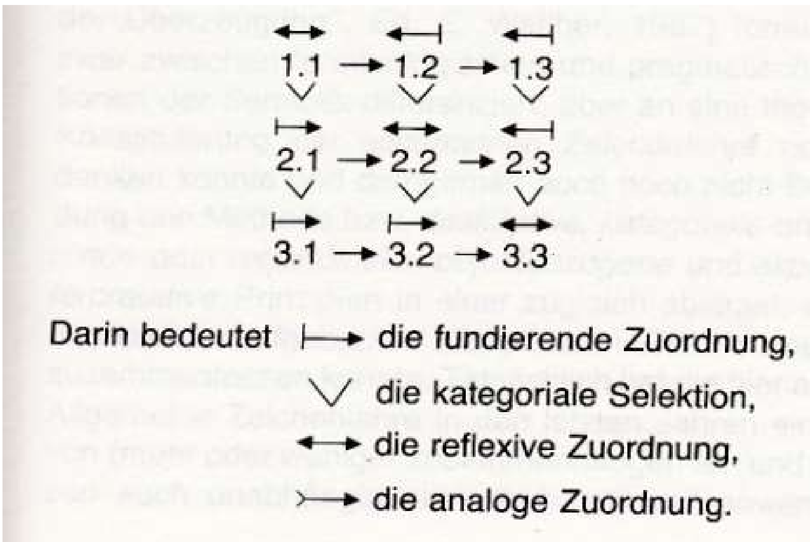
Bibliographie

Toth, Alfred, Wegtopologie als System gerichteter Morphismen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011a

Toth, Alfred, Wegtopologische Pfeilgrammatik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011b

Selektion, Koordination und analoge Koordination

1. Zur jüngsten Fassung der von Bense schon um ca. 1970 eingeführten semiotischen Operatoren vgl. Bense (1983, S. 57):



2. Während die reflexive Zuordnung oder Koordination genauso gut als Selektion aufgefasst werden kann, weil in der Reflexivität nämlich Selektion und Koordination, da sie am Schnittpunkt von Trichotomien und Triaden stehen, zusammenfallen, verwendet Bense in der obigen Matrix zusätzlich zur Legende den angeblich neutralen Operator „→“ und versteht unter „fundierender Zuordnung“offenbar die thetische Einführung.

Viel klarer wird der Sachverhalt, wenn man von den drei Operatoren Selektion, Koordination und analoge Koordination ausgeht und sie wie folgt definiert:

1. Selektion := >, z.B. (1.1) > (1.2) > 1.3)

abstraktes Schema Selektion := (a.b) > (a.c) > (a.d), d.h. triad. Hauptwert = const.

2. Analoge Koordination := ↣, z.B. (1.2) ↣ (2.2); (2.3) ↣ (3.3)

abstraktes Schema analoge Koordination := (a.b) ↣ (c.b) ↣ (d.b), d.h. trich. Stellenwert = const.

Wie man also erkennt, kann man alle semiosischen Prozesse nur mit Hilfe von Selektion und analoger Koordination darstellen, sofern nur entweder der triadische Hauptwerk oder der trichotomische Stellenwert identisch ist. Sind beide identisch, liegt Selbstabbildung bzw. in Benses Terminologie „reflexive Zuordnung vor".

3. Koordination (Zuordnung) := $\mapsto$, z.B. (1.2) $\mapsto$ (2.3); (2.2) $\mapsto$ (3.3)

abstraktes Schema Koordination := (a.b) $\mapsto$ (c.d) $\mapsto$ (e.f), d.h. sowohl triad. Hauptwerte als auch trich. Stellenwerte sind verschieden. Präziser: (a, c, e) und (b, d, f) sind jeweils paarweise verschieden.

3. Was man sowohl aus Benses seinen eigenen Versuchen einer kategorialen „Algebraisierung" der Semiotik (1981, S. 124 ff.) sowie über die in seiner Nachfolge stehende Arbeit von Leopold (1990) klar ersieht, ist, dass Abbildungen zwischen Subzeichen mit Hilfe von 1-Kategorien behandelt werden.

Beispiel für Selektion: (1.2) > (1.3) = β

Beispiel für analoge Koordination: (1.2) $\rightarrowtail$ (2.2) = α

Beispiel für Koordination: (1.2) $\mapsto$ (2.3) = unmöglich

Allerdings findet sich bei Bense (1981, S. 146) der folgende Fall:

(2.2) $\rightarrow^{(1.3)}$ (3.1).

Dies ist jedoch bloss eine Abkürzung für

(2.2) → (1.3) ∘ (1.3) → 3.1),

d.h. nicht für kategorialen Übergang, sondern für morphismische Komposition.

Das Problem besteht jedoch darin, dass in sämtlichen drei Fällen jeweils zwei und nicht nur eine Abbildung involviert ist:

Beispiel für Selektion: (1.2) > (1.3) = [id_1, β]

Beispiel für analoge Koordination: (1.2) $\rightarrowtail$ (2.2) = [α, id_2]

Beispiel für Koordination: (1.2) $\mapsto$ (2.3) = [α, β]

Jetzt ist also plötzlich auch die Koordination nicht mehr unmöglich. Wenn wir z.B. semiosische Übergänge zwischen permutierten Zeichenrelationen kategorial fassen wollen, dann haben wir jetzt die Möglichkeit, dies wie folgt zu tun:

$$\left.\begin{array}{lll} (3.1, & 1.3, & 2.2) \\ [[\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha], & [\alpha, id_3], & [\beta, id_2]] \\ (1.2, & 2.3, & 3.2) \end{array}\right\} =$$

$[(3.1) \rightarrow (1.2), (1.3) \rightarrowtail (2.3), (2.2) \rightarrowtail (3.2)]$,

und die nunmehr nicht-triviale Formalisierung für die entsprechenden dualen Realitätsrelationen:

$$\left.\begin{array}{lll} (2.2, & 3.1, & 1.3) \\ [[id_2, \beta], & [id_3, \alpha], & [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]] \\ (2.3, & 3.2, & 2.1) \end{array}\right\} =$$

$[(2.2) > (2.3), (3.1) > (3.2), (1.3) \mapsto (2.1)]$.

Bibliographie

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Ds Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Leopold, Cornelie, Kategorientheoretische Konzeption der Semiotik. In: Semiosis 57/58, 1990, S. 93-110

Das statische Zeichen als „Still“ des dynamischen

1. ZR = (3.a 2.b 1.c)

ist eine Abkürzung für (vgl. Bense 1979, S. 53)

ZR = ((3.a → 2.b) → (1.c))

und dieses ist eine Abkürzung gemäss dem kategorientheoretischen Kompositionsgesetz von

ZR = (3.a → 2.b) ∘ (2.b) → (1.c).

2. Wir haben also

3 = const., 2 = const., 1 = const.

Für a, b, c gilt für das Teilsystem der 27\17 = 10 „regulären“ Zeichenklassen die Ordnungsrelation

a ≤ b ≤ c,

d.h. es gibt also zwischen den Trichotomien nur zwei semiotische Abbildungen:

1. den identischen Morphismus ⟷

2. den „aufsteigenden“ Morphismus →

Eine kurze Überlegung (1 → 2, 2 → 3, 1 → 3) zeigt uns, dass dieser in 3 Varianten auftaucht: $\rightarrow_{\alpha}$, $\rightarrow_{\beta}$, und komponiert als $\rightarrow_{\beta\alpha}$.

2. Wir können somit das Zeichen rein dynamisch, d.h. als Abbildung über Abbildungen, definieren als

ZR = {⟷, $\rightarrow_{x}$} mit x ∈ {α, β, βα}.

Da die Domäne sich aus den Konstanten und ihrer retrosemiosischen Ordnung zusammensetzt, besteht also die Isolierung eines statischen Zeichens gerade aus der Rekonstruktion der Trichotomien. (Aus diesem Grunde genügt die Angaben der Trichotomien, um ein Zeichen eindeutig zu identifizieren.)

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Surreale semiotische Morphismen

1. Mit Hilfe von surrealen Zahlen, auch Conway-Zahlen oder Conway-Spiele genannt (vgl. Conway/Guy 1996, S. 283 ff.; Hermes 1992, S. 276 ff.), kann man die Primzeichen (Bense 1981, S. 17 ff.) wie folgt definieren:

$1 \equiv (\{0\}, \emptyset)$

$2 \equiv (\{0, 1\}, \emptyset)$

$3 \equiv (\{0, 1, 2\}, \emptyset)$

...

$n+1 \equiv (\{0, ..., n\}, \emptyset\}$

$\omega \equiv (\{0, 1, 3, ...\}, \emptyset\}$

Für zwei zwischen zwei natürlichen Zahlen liegende Zahlen gilt z.B.

$\frac{1}{2} \equiv (\{0\}, \{1\}\}$.

2. Wie man sieht, korrespondiert diese neue Einführung der Conway-Zahlen mit der fundamentalen Eigenschaft der Selbstenthaltung des Zeichens bzw. seiner Relata, vgl. die Zeichendefinition von Bense (1979, S. 53):

$ZR = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$

Wir erhalten daher sofort

$ZR = ((\{0\}, \emptyset) \rightarrow (((\{0\}, \emptyset) \rightarrow (\{0, 1\}, \emptyset)) \rightarrow ((\{0\}, \emptyset) \rightarrow (\{0, 1\}, \emptyset) \rightarrow (\{0, 1, 2\}, \emptyset))))$.

Vom kategorientheoretischen Standpunkt aus verändern sich beim Wechsel von natürlichen zu surrealen Zahlen also die Objekte, genauer: die Domänen und Codomänen der semiotischen Abbildungen, nicht aber die Morphismen. Dies erlaubt es uns, auf bequeme Weise die in der klassischen, auf natürlichen Zahlen basierten semiotischen Kategorientheorie (vgl. Bense 1981, S. 124 ff., Toth 1993, S. 21 ff.) definierten semiotischen Morphismen wie folgt „surreal“ zu redefinieren:

$\alpha := 1 \rightarrow 2 \equiv (\{0\}, \emptyset) \rightarrow (\{0, 1\}, \emptyset)$

$\beta := 2 \rightarrow 3 \equiv (\{0, 1\}, \emptyset) \rightarrow (\{0, 1, 2\}, \emptyset)$

Inverse:

$\alpha° := 1 \leftarrow 2 \equiv (\{0, 1\}, \emptyset) \rightarrow (\{0\}, \emptyset)$

$\beta° := 2 \leftarrow 3 \equiv (\{0, 1, 2\}, \emptyset) \rightarrow (\{0, 1\}, \emptyset)$

Komponierte:

$\beta\alpha := 1 \rightarrow 3 \equiv (\{0\}, \emptyset) \rightarrow (\{0, 1, 2\}, \emptyset)$

$\alpha°\beta° := 3 \rightarrow 1 \equiv (\{0, 1, 2\}, \emptyset) \rightarrow (\{0\}, \emptyset)$

3. Falls man das semiotische Leerzeichen nicht akzeptiert (wie dies in der gesamten Stuttgarter Schulem ausserhalb meiner Arbeiten der Fall ist, obvwohl es sich in natürlicher Weise aus der Potenzmenge der Menge der Primzeichen ergibt), kann man surreale Zahlen in einer Art von Dedekindschen Schnitten definieren (vgl. Toth 2011). Man erhält dann

$\alpha := 1 \rightarrow 2 \equiv (\{-1, 0\} \mid\ ) \rightarrow \{-1, 0, 1 \mid\ \}$

$\beta := 2 \rightarrow 3 \equiv \{-1, 0, 1 \mid\ \} \rightarrow \{-1, 0, 1, 2 \mid\ \}$

Inverse:

$\alpha° := 1 \leftarrow 2 \equiv \{-1, 0, 1 \mid\ \} \rightarrow (\{-1, 0\} \mid\ )$

$\beta° := 2 \leftarrow 3 \equiv \{-1, 0, 1, 2 \mid\ \} \rightarrow \{-1, 0, 1 \mid\ \}$

Komponierte:

$\beta\alpha := 1 \rightarrow 3 \equiv (\{-1, 0\} \mid\ ) \rightarrow \{-1, 0, 1, 2 \mid\ \}$

$\alpha°\beta° := 3 \rightarrow 1 \equiv \{-1, 0, 1, 2 \mid\ \} \rightarrow (\{-1, 0\} \mid\ )$.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Conway, John H./Guy, Richard, K., The Book of Numbers. New York 1998

Hermes, Hans, Zahlen und Spiele. In: Ebbinghaus, Heinz-Dieter et al., Zahlen. Berlin 1992, S. 276-297

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1993

Toth, Alfred, Conway-Semiotik mit Droste-Effekt. In: Eletronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Kategorien anstatt Subzeichen in der Matrix der dyadisch-trivalenten Semiotik

1. Bense (1975, S. 92 f.) hatte auf die eigentümliche Natur der Subzeichen hingewiesen, gleichzeitig als „stabile Phasen“ innerhalb von (generativen und degenerativen) Semiosen, aber auch als „dynamische Übergänge“ im Sinne von (semiosischen und retrosemiosischen) Prozessen selbst zu fungieren. Daraus folgt die seit Bense (1981, S. 124 ff.) in der Semiotik übliche Praxis, nicht nur die Transformationen zwischen Subzeichen, sondern auch die Subzeichen selbst in Form von kategorientheoretischen Morphismen zu notieren. Verfährt man so, dann kommt allerdings den Abbildungen zwischen diesen Abbildungen der Status von „Funktoren“, also sozusagen „Abbildungen 2. Stufe“, zu, und aus der semiotischen Matrix wird ein rein prozessuales System, aus dem jegliche „Substanz“ ausgelöscht ist, und genau darum, „wie man ohne Elemente auskommen und statt ihrer Pfeile benutzen kann“ geht es nach Mac Lane in der kategorialen Algebra (1972, S. iii).

2. Im folgenden präsentiere ich deshalb die Grosse semiotische Matrix Benses (1983, S. 93), die bekanntlich gleichzeitig das Inventar der in Toth (2011) eingeführten dyadisch-trivalenten Semiotik, definiert durch

ZR* = ((a.b), (c.d)),

darstellt.

2.1. 1. trivalente Blockmatrix:

id1id1	id1α	id1βα	id1α°	id1id2	id1β	id1α°β°	id1β°	id1id3
αid1	αα	αβα	α1α°	αid2	αβ	αα°β°	αβ°	αid3
βαid1	βαα	βαβα	βαα°	βαid2	βαβ	βα°β°	ββ°	βid3

2.2. 2. trivalente Blockmatrix

$\alpha^o id1$	$\alpha^o\alpha$	$\alpha^o\beta\alpha$	$\alpha^o\alpha^o$	$\alpha^o id2$	$\alpha^o\beta$	$\alpha^o\alpha^o\beta^o$	$\alpha^o\beta^o$	$\alpha^o id3$
id2d1	$id2\alpha$	$id2\beta\alpha$	$id2\alpha^o$	id2id2	$id2\beta$	$id2\alpha^o\beta^o$	$id2\beta^o$	id2id3
$\beta id1$	$\beta\alpha$	$\beta\alpha\beta\alpha$	$\beta\alpha\alpha^o$	$\beta\alpha id2$	$\beta\alpha\beta$	$\beta\alpha^o\beta^o$	$\beta\beta^o$	$\beta id3$

2.3. 3. trivalente Blockmatrix

$\alpha^o\beta^o id1$	$\alpha^o\beta^o\alpha$	$\alpha^o\beta^o\beta\alpha$	$\alpha^o\beta^o\alpha^o$	$\alpha^o\beta^o id2$	$\alpha^o\beta^o\beta$	$\alpha^o\beta^o\alpha^o\beta^o$	$\alpha^o\beta^o\beta^o$	$\alpha^o\beta^o id3$
$\beta^o d1$	$\beta^o\alpha$	$\beta^o\beta\alpha$	$\beta^o\alpha^o$	$\beta^o id2$	$\beta^o\beta$	$\beta^o\alpha^o\beta^o$	$\beta^o\beta^o$	$\beta^o id3$
id3id1	$id3\alpha$	$id3\alpha\beta\alpha$	$id3\alpha^o$	id3id2	$id3\beta$	$id3\alpha^o\beta^o$	$id3\beta^o$	id3id3

3. Ein kategorial notiertes Subzeichen hat demnach die Form

SZ = [X, Y] mit X, Y ∈ {α, β, α°, β°, βα, α°β°, id1, id2, id3}.

Dabei ist zu berücksichtigen, dass für die Kompositionen von Funktoren gilt (vgl. Mac Lane 1972, S. 12 ff.):

$[X, Y] \circ [W, Z] = [[X, W], [Y, Z]]$.

Falls Y = W, gilt natürlich

$[X, Y] \circ [Y, Z] = [[X, Y], [Y, Z]] = [X, Z]$.

Es handelt sich hier also um jene Arten von Abbildungen, die in Toth (2007, S. 166 ff.) für „semiotische Diamanten" eingeführt worden waren. Die Konversion der funktorialen Komposition ist dabei natürlich

$[[X, Y] \circ [W, Z]]° = [[[X, W], [Y, Z]]]° = [Z, W] \circ [Y, X] = [[Z, Y], [W, X]]$,

woraus umgekehrt die „Rechtschaffenheit" der funktorialen Komposition resultiert.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Mac Lane, Saunders, Kategorien. Springer 1972

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Einführung in die dyadisch-trivalente Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Orientierte Morphismen und Funktoren

1. Da Subzeichen sowohl statisch als auch prozessual fungieren können (vgl. Bense 1975, S. 92 f.), kann man die Eigenschaften von statischen Subzeichen mit denjenigen von Morphismen dadurch kombinieren, dass man sie „richtet“, so wie man ja auch bei realisierten Zeichensystemen, wie z.B. in der Architektursemiotik, Gebäude und ganze Städte „richten“ kann. In einer zweidimensionalen Semiotik gibt es also 2 Richtungen. Sei a ∈ {1, 2, 3} und x ∈ {α, β, idx}, dann haben wir folgende Möglichkeiten:

$[a] = \{a^{\rightarrow}, a^{\leftarrow}; a^{\circ\rightarrow}, a^{\circ\leftarrow}\} \Rightarrow [x] = \{x^{\rightarrow}, x^{\leftarrow}; x^{\circ\rightarrow}, x^{\leftarrow}\}$

Für je zwei Morphismen gilt dann mit a, b ∈ {1, 2, 3}

$[a] \rightarrow [b] = \{a^{\rightarrow}, a^{\leftarrow}; a^{\circ\rightarrow}, a^{\circ\leftarrow}\} \rightarrow \{b^{\rightarrow}, b^{\leftarrow}; b^{\circ\rightarrow}, a^{\circ\leftarrow}\}$.

Umgekehrt kann man natürlich auch den Morphismen “statische” Momente anhängen durch “Objektindizierung”:

$[A] = \{A_{\rightarrow}, A_{\leftarrow}; A°_{\rightarrow}, A°_{\leftarrow}\}$

Falls wir auch b´s haben mit

$[B] = \{B_{\rightarrow}, B_{\leftarrow}; B°_{\rightarrow}, B°_{\leftarrow}\}$,

dann sind die Abbildungen

$[A] \rightarrow [B] = \{A_{\rightarrow}, A_{\leftarrow}; A°_{\rightarrow}, A°_{\leftarrow}\} \rightarrow \{B_{\rightarrow}, B_{\leftarrow}; B°_{\rightarrow}, B°_{\leftarrow}\}$

nichts anderes als die cartesischen Produkte [A, B], d.h. die statischen Subzeichen der semiotischen Matrix.

2. In der im folgenden zu konstruierenden Matrix kombinieren wir nun gerichtete Morphismen und gerichtete Objekte. Wir führen folgende vereinfachende Schreibweisen ein:

$\alpha^{\rightarrow} := \alpha$ $\quad {}^{\rightarrow}a := \acute{\alpha}$

$a^{\leftarrow} := \alpha^{o}$ $\quad {}^{\leftarrow}a := \acute{\alpha}^{o}$

$b^{\rightarrow} := \beta$ $\quad {}^{\rightarrow}b := \beta'$

$b^{\leftarrow} := \beta^{o}$ $\quad {}^{\leftarrow}b := \beta'^{o}$

Die gerichtete kategoriale Matrix sieht dann wie folgt aus:

	$\acute{\alpha}$	$\acute{\alpha}^{o}$	α	α^{o}	β'	β'^{o}	β	β^{o}
$\acute{\alpha}$	$\acute{\alpha}\,\acute{\alpha}$	$\acute{\alpha}\,\acute{\alpha}^{o}$	$\acute{\alpha}\,\alpha$	$\acute{\alpha}\,\alpha^{o}$	$\acute{\alpha}\,\beta'$	$\acute{\alpha}\,\beta'^{o}$	$\acute{\alpha}\,\beta$	$\acute{\alpha}\,\beta^{o}$
$\acute{\alpha}^{o}$	$\acute{\alpha}^{o}\,\acute{\alpha}$	$\acute{\alpha}^{o}\,\acute{\alpha}^{o}$	$\acute{\alpha}^{o}\alpha$	$\acute{\alpha}^{o}\alpha^{o}$	$\acute{\alpha}^{o}\beta'$	$\acute{\alpha}^{o}\beta'^{o}$	$\acute{\alpha}^{o}\beta$	$\acute{\alpha}^{o}\beta^{o}$
α	$\alpha\,\acute{\alpha}$	$\alpha\,\acute{\alpha}^{o}$	$\alpha\alpha$	$\alpha\alpha^{o}$	$\alpha\beta'$	$\alpha\beta'^{o}$	$\alpha\beta$	$\alpha\beta^{o}$
α^{o}	$\alpha^{o}\,\acute{\alpha}$	$\alpha^{o}\,\acute{\alpha}^{o}$	$\alpha^{o}\alpha$	$\alpha^{o}\alpha^{o}$	$\alpha^{o}\beta'$	$\alpha^{o}\beta'^{o}$	$\alpha^{o}\beta$	$\alpha^{o}\beta^{o}$
β'	$\beta'\,\acute{\alpha}$	$\beta'\,\acute{\alpha}^{o}$	$\beta'\alpha$	$\beta'\alpha^{o}$	$\beta'\beta'$	$\beta'\beta'^{o}$	$\beta'\beta$	$\beta'\beta^{o}$
β'^{o}	$\beta'^{o}\,\acute{\alpha}$	$\beta'^{o}\,\acute{\alpha}^{o}$	$\beta'^{o}\alpha$	$\beta'^{o}\alpha^{o}$	$\beta'^{o}\beta'$	$\beta'^{o}\beta'^{o}$	$\beta'^{o}\beta$	$\beta'^{o}\beta^{o}$
β	$\beta\,\acute{\alpha}$	$\beta\,\acute{\alpha}^{o}$	$\beta\alpha$	$\beta\alpha^{o}$	$\beta\beta'$	$\beta\beta'^{o}$	$\beta\beta$	$\beta\beta^{o}$
β^{o}	$\beta^{o}\,\acute{\alpha}$	$\beta^{o}\,\acute{\alpha}^{o}$	$\beta^{o}\alpha$	$\beta^{o}\alpha^{o}$	$\beta^{o}\beta'$	$\beta^{o}\beta'^{o}$	$\beta^{o}\beta$	$\beta^{o}\beta^{o}$

Bibliographie

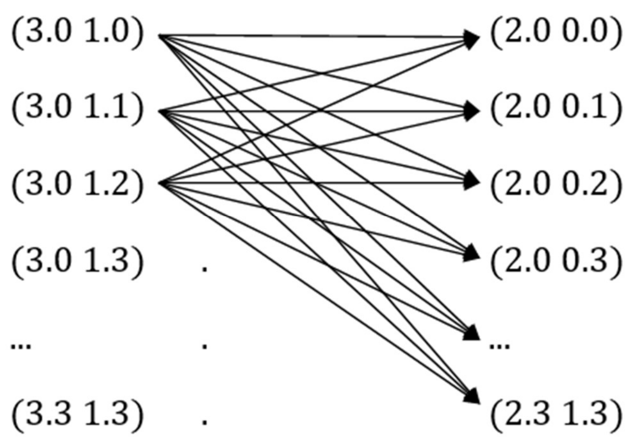
Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Kategorisierung der dyadisch-tetravalenten Zeichenfunktion

1. Aus der in Toth (2011) eingeführten dyadisch-tetravalenten Zeichenfunktion

ZF = ((3.a 1.b), (2.c 0.d))

kann man durch Einsetzen von a, ..., d ∈ {0, 1, 2, 3} 12 mal 12 = 144 Zeichenfunktionen konstruieren, die hier angedeutet seien:



2. Für die diesen 144 Zeichenfunktionen zugrunde liegende abstrakte Form

ZF = (3.a 1.b 2.c 0.d)

legen wir nun Abbildungen zwischen den „Subzeichen" fest. Jede Abbildung habe die Form

$\alpha_{x,y}$,

wobei x die Domänenzahl und y die Codomänenzahl der jeweiligen Abbildung trage. Es ist also z.B.

(0.0) → (3.3) =: $\alpha_{0,3}$

(2.2) → (1.2) =: $\alpha_{2,2}$

(3.1) → (0.2) =: $\alpha_{1,2}$

In einer ZF z.B.

$$\overline{\alpha_{2,3}\alpha_{2,2}\alpha_{1,2}}$$

$$\overline{\alpha_{2,3}\alpha_{2,2}}$$

$$\alpha_{1,2} \qquad \alpha_{2,2} \qquad \alpha_{2,3}$$

$$3.1 \quad \rightarrow \quad 1.2 \quad \rightarrow \quad 2.2 \quad \rightarrow \quad 0.3,$$

d.h.

$(3.1 \rightarrow 1.3) =: \alpha_{2,3}\alpha_{2,2}\alpha_{1,2}$

Es ist also

$(3.1 \rightarrow 1.3)^\circ = (1.3 \rightarrow 3.1) = (\alpha_{2,3}\alpha_{2,2}\alpha_{1,2})^\circ = (\alpha_{1,2}{}^\circ\alpha_{2,2}{}^\circ\, \alpha_{2,3}{}^\circ)$.

Wie man sieht, wird bei dieser Art der Notation der Morphismen bzw. Semiosen vorausgesetzt, dass in ZF

$ZF = ((\underline{3}.a\ \underline{1}.b), (\underline{2}.c\ \underline{0}.d))$

die Hauptwerte konstant sind. In anderen Worten: Das tetradische „Gerüst“ wird als konstant (nicht-permutierbar) vorausgesetzt.

Zwei Morphismen der Gestalt

$x_{xy}\ y_{zy}$

bedeuten somit, dass von drei aufeinanderfolgenden Subzeichen die letzten beiden stellenwertig homogen sind.

Bibliographie

Toth, Alfred, Zwischen innen und aussen: dyadisch-tetravalentes Zeichenmodell. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

n-Kategorialität bei Zeichenfunktionen

Während es bei der Peirceschen triadisch-trichotomischen Zeichenrelation nur die folgende Möglichkeit von 2-Morphismen gibt:

$$\begin{tikzcd} 3.a \arrow[r, "\beta^\circ"'] \arrow[rr, bend left, "\alpha^\circ\beta^\circ"] & 2.b \arrow[r, "\alpha^\circ"'] \arrow[phantom, u, "\Downarrow"] & 1.c, \end{tikzcd}$$

weist die in Toth (2011) eingeführte dyadisch-tetravalente Zeichenrelation neben zwei 2-Morphismen noch zusätzlich einen 3-Morphismus auf:

$$\begin{tikzcd} (3.a \arrow[r, "\alpha_{a,b}"'] \arrow[rr, bend left, "\alpha_{b,ca,b}"] \arrow[rrr, bend left=60, "\alpha_{c,d}"] & 0.b \arrow[r, "\alpha_{b,c}"'] \arrow[phantom, u, "\Downarrow"] & 2.c \arrow[r, "\alpha_{c,d}"'] & 0.d) \end{tikzcd}$$

Bibliographie

Toth, Alfred, Zwischen innen und aussen: dyadisch-tetravalentes Zeichenmodell. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

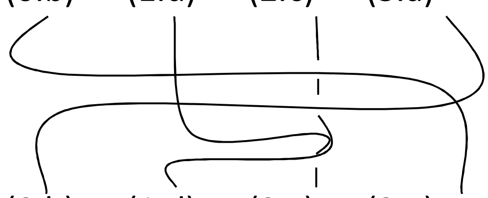
Zopfbewegungen 3-dimensionaler Semiosen

1. Zöpfe (braids) wurden bereits in Toth (2011) in die Semiotik eingeführt. Hier bringen ich nochmals die entscheidende Definition Artins, die auch der vorliegenden Arbeit zugrunde liegt:

„Im Raum sei ein Rechteck mit Gegenseiten g_1, g_2 bzw. h_1, h_2 (der „Rahmen" von Z) vorgelegt. Auf jeder der beiden Seiten g_1 und g_2 seien n Punkte $A_1 A_2 \ldots A_n$ bzw. $B_1 B_2 \ldots B_n$ gegeben, wobei der Sinn der Numerierung von h_1 nach h_2 laufe. Jedem Punkte A_i sei eindeutig ein Punkt B_{r_i} zugeordnet, mit dem er durch eine doppelpunktfreie Raumkurve μ_i verbunden ist, die keine andere Kurve μ_k schneidet." (Artin 1925, § 2.)

Zwei willkürliche dyadisch-tetravalente semiotische Zöpfe sind.

--- (0.b) --- (1.d) --- (2.c) --- (3.a) ---



--- (0.b) --- (1.d) --- (2.c) --- (3.a) ---

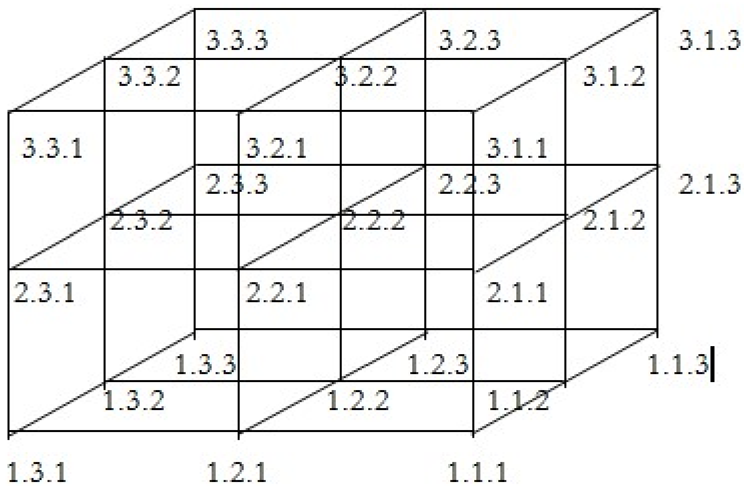
--- (0.b) --- (1.d) --- (2.c) --- (3.a) ---

--- (1.d) --- (2.c) --- (3.a) --- (0.b) ---

Dabei treten bereits in der zugrunde gelegten 2-dimensionalen Semiotik neben dem 2-dimensionalen Morphismus zwei Typen 3-dimensionaler Morphismen auf, so dass wir folgendes basales 3er-System haben:

(a.a) { ---------> / -- ⋰⋱--> / -- ⋱⋰--> } (a.a.) (a ∈ {0, 1, 2, 3})

2. Der von Stiebing (1978, S. 77) konstruierte 3-dimensionale sog. Zeichen-Kubus



basiert auf der triadisch-trichotomischen, aber nicht notwendig trivalenten allgemeinen Struktur

SZ-3 = (a.b.c),

worin b, c ∈ {1, 2, 3}, aber a ∈ {±ℕ} und wobei b triadische, c trichotomische Peirce-Zahl, jedoch a Dimensionszahl ist.

Das Artinsche Modell 3-dimensionaler Zopfbewegung, das hier aus Epple (1999, S. 317) reproduziert wird:

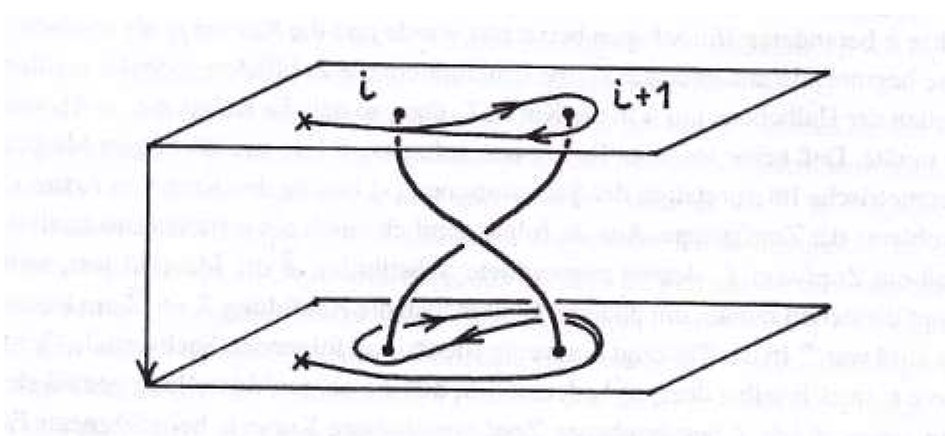
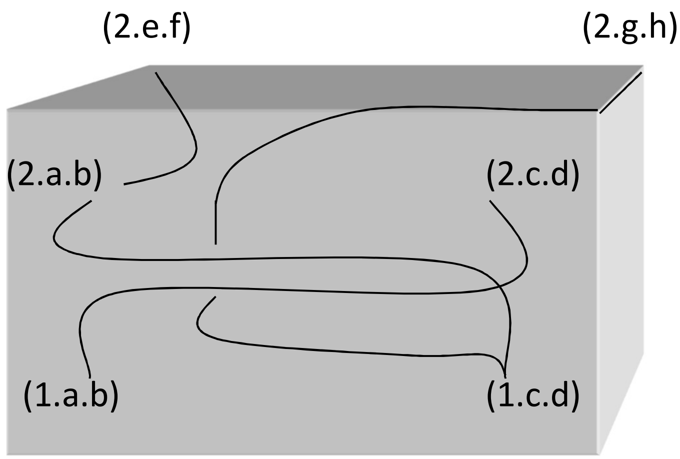


Fig. 10.8: Zwei Positionen einer beweglichen Ebene und Wirkung von σ_i auf t_{i+1}

lässt sich nun auf den Stiebingschen Kubus übertragen, wenn dieser als auch 3 × 3 × 3 = 27 3-dimensionalen semiotischen „Zellen“ zusammengesetzt betrachtet wird, welche die folgende Grundstruktur haben, in die wiederum willkürliche Zöpfe eingezeichnet sind (wobei nur die durch die Zöpfe verbundenen Knoten eingezeichnet sind):



Bibliographie

Epple, Moritz, Die Entstehung der Knotentheorie. Braunschweig 1999

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, Darstellung des Zeichenmodells als Artinscher Zopf. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Pushout- und Kommutationsbedingungen für tetravalente Semiotiken

1. Als Max Bense die Kategorientheorie in die Semiotik einführte (Bense 1981, S. 139 ff.), stellte er auch sogleich fest, dass die triadisch-trichotomische Peircesche Primzeichenrelation (Bense 1981, S. 17 ff.) einer Relation genügen muss, für die das folgende Diagramm kommutiert (Bense 1981, S. 139):

$$\begin{tikzcd} A \arrow[r] \arrow[dr] & B \arrow[d] \\ & C, \end{tikzcd}$$

wobei A ≡ =, B ≡ M und C ≡ I. In anderen Worten: Der Domäne einer Kategorie korrespondiert der semiotische Objektbezug, der Codomäne der semiotische Interpretantenbezug, und das zwischen beiden Kategorien vermittelnde Mittel entspricht der komponierten Abbildung A → C. Die zugrunde liegende Zeichenrelation hat also die Form

ZR = (O, M, I)

und entspricht damit der Ordnung der Kategorien eines Kommunikationsschemas (Bense 1971, S. 39).

2. Das Pushout-Schema („comeet“ nach Lawvere 1966, S. 7) für die triadisch-trichotomische Semiotik sieht daher wie folgt aus:

$$\begin{tikzcd} 1 \arrow[r] \arrow[d] & 2 \arrow[d] \\ 2 \arrow[r] & 3 \end{tikzcd}$$

mit 1 → 2 := α, 2 → 3 := β (vgl. Toth 1997, S. 21 ff.).

Dagegen müssen wir für die in Toth (2011) eingeführte dyadisch-tetravalente Semiotik

ZR = ((3.a 0.b), (2.c 1.d))

ein Pushout der Form

$$\begin{tikzcd} 0 \arrow[r] \arrow[d] & 1 \arrow[d] \\ 2 \arrow[r] & 3 \end{tikzcd}$$

ansetzen. Die zugehörige Kategorie hat nun natürlich nicht mehr ein Drei-, sondern ein Viereck, das kommutieren muss:

$$\begin{tikzcd} 0 \arrow[r] \arrow[d] \arrow[dr] & 3 \\ 1 \arrow[r] \arrow[ur] & 2 \arrow[u] \end{tikzcd}$$

mit $0 \rightarrow 1 := \alpha_1$, $1 \rightarrow 2 := \alpha_2$, $2 \rightarrow 3 := \alpha_3$ und $1 \rightarrow 3 = \alpha_3\alpha_2$ sowie $0 \rightarrow 2 = \alpha_2\alpha_1$. Da sich die Anzahl der Partialrelationen durch die Formel (z.B. Menne 1991, S. 152)

$$\binom{n}{k} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot (\mathrm{n} - (\mathrm{k} - 1))}{k!}$$

errechnet, enthält also eine tetravalente Semiotik 10 Abbildungen und damit Morphismen.

Bibliographie

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1971

Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 2. Aufl. Darmstadt 1991

Lawvere, F. William, The category of categories as a foundation for mathematics. In: Eilenberg, Samuel et al. (Hrsg.), Proceedings of the Conference on Categorical Algebra. New York 1966, S. 1-20

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Zur Charakteristik der dyadisch-tetravalenten Zeichenfunktion. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011b

Einführung eines dyadisch-ternär-tetravalenten Zeichenmodells

1. Bekanntlich gibt es in neuerer Zeit nur zwei große Gruppen von Zeichenmodellen: die zuletzt auf de Saussure zurückgehenden dyadischen und die zuletzt auf Peirce zurückgehenden triadischen. Allerdings wurde bereits in Toth (2010) ein dyadisch-ternäres Zeichenmodell mit vier Plätzen eingeführt. Es hat die allgemeine Struktur

ZR = ((a.b), (c.d)).

Wenn man will, kann man entweder (a.b) oder (c.d) als „Signifikat" bzw. „Signifikant" und vice versa definieren. Die vier durch a, b, c, d markierten Leerstellen müssen durch die numerischen Werte der Fundamentalkategorien {1, 2, 3} besetzt werden, so dass ZR also gleichzeitig dyadisch, ternär und tetravalent ist. Damit wird also ausdrücklich ausgeschlossen, daß einer der vier Plätze leer bleibt. Da an allen vier Plätzen alle 3 Werte der Fundamentalkategorien aufscheinen können, ergeben sich also 9 x 9 = 81 mögliche Zeichenrelationen auf der Basis des Schemas ZR:

(1.1, 1.1)	(1.1, 2.1)	(1.1, 3.1)
(1.1, 1.2)	(1.1, 2.2)	(1.1, 3.2)
(1.1, 1.3)	(1.1, 2.3)	(1.1, 3.3)

(1.2, 1.1)	(1.2, 2.1)	(1.2, 3.1)
(1.2, 1.2)	(1.2, 2.2)	(1.2, 3.2)
(1.2, 1.3)	(1.2, 2.3)	(1.2, 3.3)

(1.3, 1.1)	(1.3, 2.1)	(1.3, 3.1)
(1.3, 1.2)	(1.3, 2.2)	(1.3, 3.2)
(1.3, 1.3)	(1.3, 2.3)	(1.3, 3.3)
(2.1, 1.1)	(2.1, 2.1)	(2.1, 3.1)
(2.1, 1.2)	(2.1, 2.2)	(2.1, 3.2)
(2.1, 1.3)	(2.1, 2.3)	(2.1, 3.3)
(2.2, 1.1)	(2.2, 2.1)	(2.2, 3.1)
(2.2, 1.2)	(2.2, 2.2)	(2.2, 3.2)
(2.2, 1.3)	(2.2, 2.3)	(2.2, 3.3)
(2.3, 1.1)	(2.3, 2.1)	(2.3, 3.1)
(2.3, 1.2)	(2.3, 2.2)	(2.3, 3.2)
(2.3, 1.3)	(2.3, 2.3)	(2.3, 3.3)
(3.1, 1.1)	(3.1, 2.1)	(3.1, 3.1)
(3.1, 1.2)	(3.1, 2.2)	(3.1, 3.2)
(3.1, 1.3)	(3.1, 2.3)	(3.1, 3.3)
(3.2, 1.1)	(3.2, 2.1)	(3.2, 3.1)
(3.2, 1.2)	(3.2, 2.2)	(3.2, 3.2)
(3.2, 1.3)	(3.2, 2.3)	(3.2, 3.3)

(3.3, 1.1)	(3.3, 2.1)	(3.3, 3.1)
(3.3, 1.2)	(3.3, 2.2)	(3.3, 3.2)
(3.3, 1.3)	(3.3, 2.3)	(3.3, 3.3)

2. In allen 81 dyadischen Zeichenrelationen gibt es zwei Typen von Morphismen: Abbildungen innerhalb und Abbildungen zwischen Subzeichen. Die Verhältnisse sind allerdings bedeutend komplexer, da diese Abbildungen natürlich kombiniert auftreten, da die Ausgangsbasis von ZR ja dyadisch ist. Man kann somit die 4 Plätze in die Kombinationen 1:3/3:1, 2:2 und 4 teilen. Dann gibt es 48 1:3-Thematisationen:

a bcd	b acd	c abd	d abc
dcb a	dca b	dba c	cba d
a bdc	b adc	c adb	d acb
cdb a	cda b	bda c	bca d
a cbd	b cad	c bad	d bac
dbc a	dac b	dab c	cab d
a cdb	b cda	c bda	d bca
bdc a	adc b	adb c	acb d
a dbc	b dac	c dab	d cab
cbd a	cad b	bad c	bac d

a dcb	b dca	c dba	d cba
bcd a	acd b	abd c	abc d,

16 2:2-Thematisationen:

ab cd	ac bd	bd ac	ad bc
ab dc	ac db	bd ca	ad cb
ba cd	ca bd	db ac	da bc
ba dc	ca db	db ca	da cb,

und 24 4-Thematisationen:

abcd	bacd	cabd	dabc
abdc	badc	cadb	dacb
acbd	bcad	cbad	dbac
acdb	bcda	cbda	dbca
adbc	bdac	cdab	dcab
adcb	bdca	cdba	dcba,

total also nicht weniger als 88 Thematisationstypen.

3. Was nun die Morphismen betrifft, so können diese in der Semiotik bekanntlich nicht nur die Semiosen und Retrosemiosen, sondern auch die Subzeichen, d.h. die Objekte selbst, ersetzen (vgl. Toth 2007, S. 166 ff.). Sei $x, y \in \{a, b, c, d\}$, dann ist

$\alpha := (x \rightarrow y)$

gdw. $y > x$,

entsprechend ist also

$(x \leftarrow y) =: \alpha$.

Sei nun die Menge {a, d, c, d} lexikographisch geordnet, dann gibt es die folgenden Abbildungstypen:

1. a(b, c, d) := a → (b, c, d) bzw. (b, c, d)a := (b, c, d) → a

2. (a, b)(c, d) = (a, b) → (c, d) bzw. (c, d) → (a, b)

3. (a, b, c, d) = 1 → (a, b, c, d) bzw. (a, b, c, d) → 1,

wobei , wie oben gezeigt, die 1. Gruppe 48, die 2. Gruppe 16 und die 3. Gruppe 24 morphismische Subtypen aufweist.

Bibliographie

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Zwischen innen und aussen: dyadisch-tetravalentes Zeichenmodell. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Komplementäre pentadische Präzeichen

1. Der Begriff des "Komplements" eines Zeichens bzw. des "komplementären Zeichens" wurde von Bense (1979, S. 92 ff.) in die Semiotik eingeführt. Kurz gesagt, können semiotische Komplemente im Bezug auf zwei Grundmengen bestimmt werden: subzeichenweise und zeichenweise, d.h. G = {SZ} oder G = {ZR}. So sind über G = {SZ} die Komplemente (C) der folgenden Subzeichen wie folgt bestimmt:

C{(2.1)} = {(2.2), (2.3)}

C{(1.3)} = {(1.1), (1.2)}

C{(3.2), (3.3)} = {(3.1)}

Über G = {ZR}ist das Komplement eines Zeichens ZR1 einfach die Differenzmenge aller übrigen Zeichen, d.h.

C(ZR1) = {ZR} \ (ZR1),

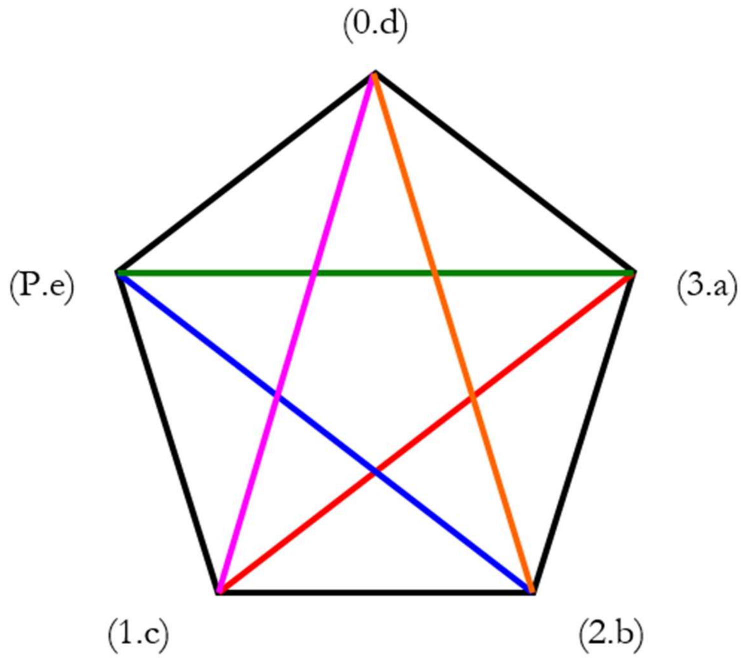
also z.B.

C(3.1 2.2 1.3) = {(3.1 2.1 1.1), (3.1 2.1 1.2), (3.1 2.1 1.3), (3.1 2.2 1.2),
(3.1 2.3 1.3), (3.2 2.2 1.2), (3.2 2.2 1.3), (3.2 2.3 1.3),
(3.3 2.3 1.3)}

2. In der in Toth (2009) eingeführten pentadischen Präsemiotik bietet sich ein geometrisch und nicht auf einer Grundmenge definierter Begriff der Komplementarität an. Wie bekannt, enthält das pentadische präsemiotische Zeichenmodell 10 echte präsemiotische Partialrelationen:

1.	(3.a 2.b 1.c)	6.	(3.a 0.d P.e)
2.	(3.a 2.b 0.d)	7.	(2.b 1.c 0.d)
3.	(3.a 2.b P.e)	8.	(2.b 1.c P.e)
4.	(3.a 1.c 0.d)	9.	(2.b 0.d P.e)

5. (3.a 1.c P.e) 10. (1.c 0.d P.e),



1. Aus Symmetrigründen komplementär sind:

C(1.c P.e 0.d) = (2.b 3.a 0.d)

C(P.e 1.c 2.b) = (3.a 2.b 1.c)

2. Aus graphentheoretischen Gründen komplementär sind:

C(<u>3.a 2.b</u> 1.c) = (<u>3.a 2.b</u> 0.d)

C(<u>3.a 2.b</u> 0.d) = (<u>3.a 2.b</u> P.e)

C(<u>3.a 1.c</u> 0.d) = (<u>3.a 1.c</u> P.e)

C(<u>2.b 1.c</u> 0.d) = (<u>2.b 1.c</u> P.e)

C(3.a <u>0.d P.e</u>) = (1.c <u>0.d P.e</u>), usw.,

d.h. man kann z.B. alle triadischen Partialrelationen als komplementär zueinander definieren, wenn sie eine Semiose, d.h. ein Paar von adjazenten Subzeichen gemeinsam haben. In diesem Fall sind also z.B. die folgenden zwei Relationen nicht komplementär zueinander:

$C(\underline{2.b}\ 1.c\ \underline{P.e}) \neq (\underline{2.b}\ 0.d\ \underline{P.e})$.

Bibliographie

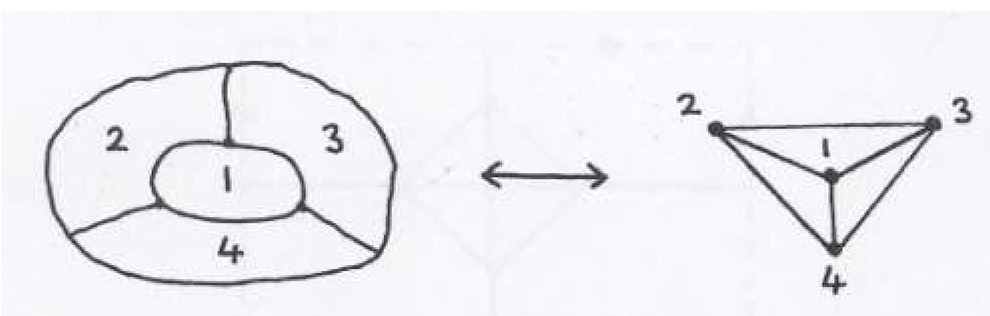
Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Die pentadische Erweiterung des präsemiotischen Zeichenmodells. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Zeichenkanten und Zeichenflächen

1. Es war einmal ein alter König, der hatte vier Söhne. In seinem Testament setzte er fest, daß seine Söhne einmal die vier Hauptstädte seines Reichs erben sollten. Dabei wünschte er, daß die vier Hauptstädte durch Straßen so verbunden werden, daß sie sich nicht kreuzen. Dieser Märchenanfang klingt seltsam, denn warum sollte ein König seinen Kindern nur die Hauptstädte, nicht aber die Länder, in denen sie liegen, vererben? Außerdem ist kaum anzunehmen, daß ein einziges Königsreich vier Hauptstädte hat. Wahrscheinlicher ist es anzunehmen, daß den vier Hauptstädten auch vier Gebiete entsprechen, so daß die vier Söhne wohl vier Länder erben, von denen jedes eine Hauptstadt hat.

2. Wie die graphentheoretische Topologie gezeigt hat, entsprechen bei planaren Graphen im folgenden Bild aus Wilson (1999, S. 517) jeder Region des Graphens links eine Ecke des Graphen rechts, und jeder Ecke des Graphens links entspricht einer Region des Graphen rechts. Ferner entsprechen sich die Kanten des linken und des rechten Graphen:



Für den Graphen rechts kann man als Modell die zuletzt in Toth (2011) behandelte dyadisch-vierstellige Zeichenrelation

ZR = ((a.b), (c.d)) (mit a, b, c, d ∈ {1, 2, 3})

heranziehen, deren vier Primzeichen je einer Ecke des Graphen entsprechen. Wegen der topologischen Äquivalenz der beiden Graphen folgt, daß jedem Primzeichen von ZR eine Region im linken Graphen entspricht. Wir können somit von nun an von Zeichenecken, Zeichenkanten und Zeichenflächen; letztere sind in

Ergänzung zu Toth (2006, S. 11) daher nicht erst von dyadischen Relationen an möglich. Am Rande sei darauf hingewiesen, daß im obigen Graphen der Ecke 1 des rechten Graphen das „Loch“ 1 im linken Graphen entspricht. Somit kann der linke Graph als (planarer) Torus aufgefaßt werden und daher als fundamentales Modell der Zeichenprozesse dienen, die ich in meinem Buch „In Transit“ dargestellt habe (Toth 2007). Da es weder mathematische noch semiotische Probleme bereitet, sich den Graphen rechts räumlich, d.h. als Tetraeder vorzustellen, korrespondiert in diesem Fall den Ecken des Tetraeders rechts jeweils ein „Abschnitt“ im ebenfalls dreidimensional gedachten Torus links. Es versteht sich von selbst, daß die vorgestellten Erweiterungen der semiotischen Basistheorie vielfältigste Anwendungen nach sich ziehen.

Bibliographie

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006

Toth, Alfred, In Transit. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Pseudotriaden und Vermittlungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Wilson, Robin J., Graph Theory. In: James, I.M. (Hrsg.), History of Topology. Amsterdam usw. 1999, S. 503-529

Vier Zeichenrelationen über einem gemeinsamen Repertoire

1. Wie bereits in Toth (2011) dargelegt, geht Stiebing (1981) in seiner Theorie der Objektklassifikation davon aus, daß jedes Objekt durch die drei parametrisierten Relationen [± antizipativ, ±determinativ, ±gegeben] semiotisch hinreichend bestimmt ist, so daß sich aus der Kombination dieser Parameter 8 Objekttypen entwickeln lassen, die in 4 Haupttypen und 4 Nebentypen zerfallen, wobei sich die 4 Haupttypen in der folgenden Weise den Zeichenbezügen zugeordnet werden können:

.0.	Repertoire-Ebene	Naturobjekte
.1.	Mittelbezugs-Ebene	Zivilisationsobjekte
.2.	Objektbezugs-Ebene	Kulturobjekte
.3.	Interpretantenbezugs-Ebene	Kunstobjekte

Die vollständige Semiose stellt sich somit dar in der Form

μ: $\quad$ OR → ZR := (±A, ±G, ±D) → (R, M, O, I).

Wir haben also in Erweiterung des triadischen Peirceschen Zeichenmodells ein tetradisches Zeichenmodell mit der zusätzlichen Ebene der Nullheit im Sinne des Repertoires.

2. Das Repertoire kann nun auf zwei grundsätzlich verschiedene Weisen „mitgeführt" (Bense 1979, S. 29, 43, 45) werden: entweder es dient nur als Selektionspool für die Mittelbezüge

R → M

oder aber alle drei Peirceschen Zeichenbezüge werden aus ihm geschöpft:

$$\begin{tikzcd}[row sep=small] & M \\ R \arrow[ur] \arrow[r] \arrow[dr] & O \\ & I \end{tikzcd}$$

In Toth (2011) waren wir von der Gültigkeit des letzteren Modells ausgegangen. Allerdings scheint Götz (1982, S. 4, 28) das erstere Modell zu vertreten, wenn er den Bezug der Nullheit wie folgt trichotomisch aufgliedert:

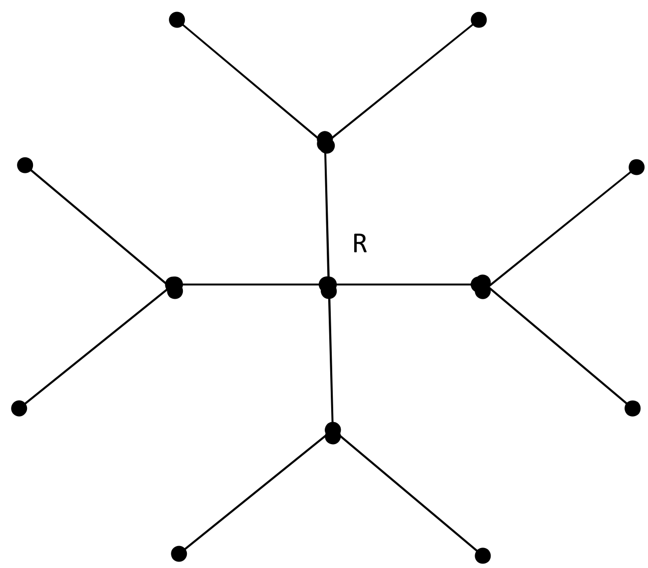
(0.1) Sekanz

(0.2) Semanz

(0.3) Selektanz,

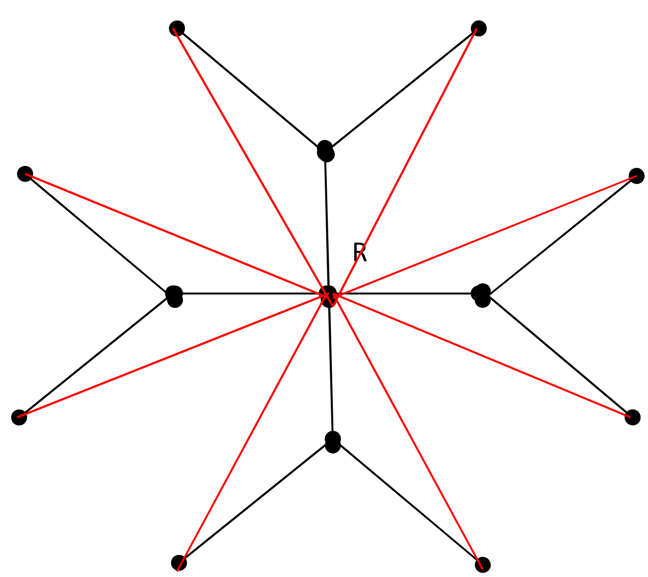
denn es ist zumindestens zweifelhaft, ob hierzu auch die dualen Nullheiten, d.h. (1.0), (2.0), (3.0), postuliert werden dürfen, denn erst dann wären wir berechtigt, das zweite Modell zu vertreten. Ferner folgt aus dem Götzschen Modell eine nicht-quadratische Matrix, denn wenn nur der Mittelbezug „repertorialisiert" wird, ist die zugehörige Zeichenmatrix natürlich zwar tetradisch, aber eben trichotomisch, wogegen das zweite Modell mit Mitführung des Repertoires in allen drei Peirceschen Zeichenbezüge zu einer quadratischen, d.h. tetradisch-tetratomischen Matrix führen würde.

3.1. Geht man also vom zweiten, dem Götzschen Modell der Nullheit, aus, so kann man die Zeichenrelation graphentheoretisch z.B. wie folgt darstellen:



Hier ist das Repertoire der alle 4 Zeichenrelationen verbindende Knoten. Wir nehmen an, daß die 4 Kanten, die von R zu den Zeichenrelationen führen, alle R mit M verbinden. Dann haben wir also ein Graphenmodell des Götzschen Typus (Mitführung des Repertoires nur im Mittelbezug) vor uns.

3.2. Wollen wir jedoch ein Modell des ersten Typus (Mitführung des Repertoires in alle Peirceschen Zeichenbezügen) bekommen, so können wir natürlich einen anderen Graphen erfinden, aber wir können auch einfach zusätzliche Kanten in den Graphen von 3.1. einzeichnen:



Die rot eingezeichneten zustäzlichen Kanten verbinden somit R mit O und I in jeder der 4 Zeichenrelationen.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Götz, Matthias, Schein Design. Diss. Stuttgart 1982

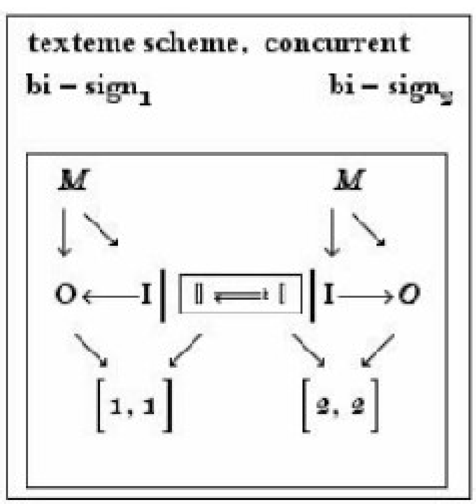
Stiebing, Hans Michael, Die Semiose von der Natur zur Kunst. In: Semiosis 23, 1981, S. 21-31

Toth, Alfred, Das Zeichen im Rahmen der Stiebingschen Objektklassifikation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Graph des chiastischen Zusammenhangs zweier Bi-Signs

1. Wie zuletzt in Toth (2011) gezeigt wurde, kann man Zeichen dadurch „lokalisieren" bzw. „verorten", indem man sie (in herkömmlicher) monokontexturaler Weltsicht in ihrem Repertoire verankert, aus dem ihr Mittelbezug selektiert worden war. Es ist charakteristisch für die Bense-Semiotik, daß nicht genügend zwischen Mitteln und Mittelbezügen unterschieden wurde. So wurden zwar Mittel ausdrücklich als Selektate eines „Mittelrepertoires" eingeführt (z.B. Bense 1973, S. 84), allein, das Repertoire selbst verblieb hingegen außerhalb der Zeichenrelation – und zwar irgendwo, d.h. ohne irgendwelche Prozesse mit der Zeichenrelation verbunden zu sein.

2. Dagegen hatte Stiebing (1981) in seiner semiotischen Objekttheorie ausdrücklich die Klasse der „Naturobjekte" einer Ebene der „Nullheit" bzw. des Repertoires zugewiesen und diese Konzeption in späteren Arbeit (z.B. Stiebing 1984) auch konsequent bis zu seinem Tode mit 35 Jahren weitergeführt. Da ich hierüber schon ausführlich in früheren Publikationen gehandelt habe, möchte ich in diesem Beitrag auf eine mögliche Verbindung zwischen dem Steibingschen tetradisch-trichotomischen Zeichenmodell und den von Rudolf Kaehr (2009) eingeführten Modell der „Bi-Signs" hinweisen. Vgl. zur Illustration das folgende Bild aus Kaehr (2009, S. 10):



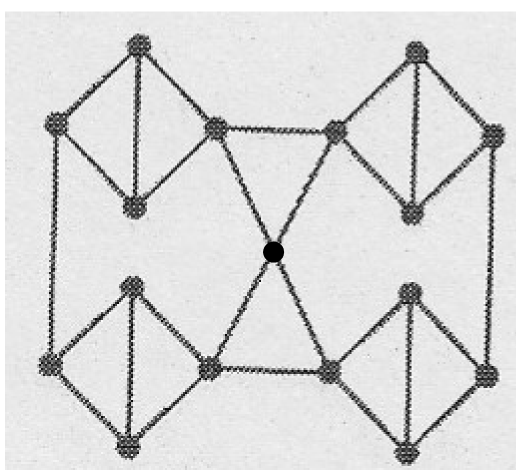
texteme :

$$\textit{diamond} = (\text{sign} + \text{environment})$$

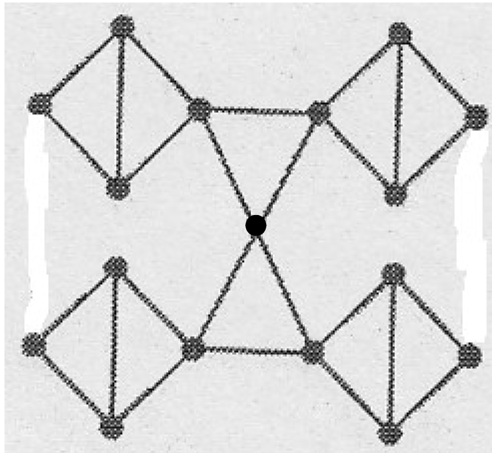
$$\textit{bi} - \textit{sign} = (\text{diamond} + 2 - \text{anchor})$$

$$\textit{texteme} = (\text{composedbi} - \text{signs} + \text{chiasm})$$

Man kann nämlich folgenden Graphen zeichnen, der eine Verbindung von vier Zeichenrelationen darstellt, bei denen es um 2 Zeichen zusammen mit ihren „Anti-Zeichen" (d.h. also 2 Bi-Signs) handelt. Diese sind je tetradische Relationen, wobei man sie sich so rotiert vorstellen kann, daß in den 4 Zeichenrelationen das Repertoire R jeweils mit einem anderen Zeichenbezug, d.h. M, O, I verbunden ist, so daß wir also eine Illustration für denjenigen Fall haben, wo das Repertoire nicht nur im Mittelbezug, sondern in allen drei Bezüge des Peirceschen Zeichenmodells im Sinne von Bense (1979, S. 29, 43, 45) „mitgeführt" wird. Da wir durch Rotation dieser mit R verbundenen Bezüge natürlich jeweils auch die übrigen 2 Bezüge der 4 Relationen rotieren, entsteht ein chiastischer Zusammenhang der 4 Relationen, so zwar, daß ihre 4 Verankerungen in R sich selbst in einem gemeinsamen Repertoire (dem mittleren Knoten des folgenden Graphen) „schneiden", d.h. die Repertoires der 2 Bi-Signs sind selbst repertoiriell verankert. Da mir das dermaßen beschriebene graphentheoretische Zeichenmodell von einiger Wichtigkeit für die Weiterführung der Semiotik scheint, ist es im folgenden aufgezeichnet:



Wenn man sich den Graphen so vorstellt, daß die beiden äußersten Kanten weggelassen werden, dann hat man sogar einen Graphen, in dem zwei Bi-Signs einzig durch ihre chiastische Relation zusammenhängen:



Die Vermittlung des Chiasmus wird in diesem Modell also durch das Repertoire selbst vollzogen.

Bibliographie

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Kaehr, Rudolf, Xanadu's Textemes. In: ThinkArtLab (Glasgow), http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadu-textemes.pdf, 2009

Stiebing, Hans Michael, Die Semiose von der Natur zur Kunst. In: Semiosis 23, 1981, S. 21-31

Stiebing, Hans Michael, „Objekte" zwischen Natur und Kunst. In: Oehler, Klaus, Zeichen und Realität. Akten des 3. semiotischen Kolloquiums Hamburg. Bd. 2. Tübingen 1984, S. 671-674

Toth, Alfred, Vier Zeichenrelationen über einem gemeinsamen Repertoire. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Orientierte Stiebingsche Zeichenklassen

1. Bekanntlich kann man die Peircesche Zeichenklasse

ZR = (M, O, I)

auf 3! = 6 Arten permutieren, wobei die Ordnung (M, O, I) diejenige der Realitätsthematik, (I, O, M) diejenige der Zeichenthematik, (O, M, I) das sog. Kommunikationsschema, und sowohl (I, M, O) als auch (M, I, O) die sog. Kreationsschemata sind (vgl. Bense 1971, S. 33 ff.). Die verbleibenden Ordnung (O, I, M) kann man als Inversion einer der beiden Kreationsordnungen auffassen. Es stellt sich daher die Frage, wie es mit der von Stiebing (1981) eingeführten repertoiriellen Zeichenrelation

PZR = (R, M, O, I),

die ja nicht weniger als 4! = 24 Permutationen und damit Ordnungen aufweist. Noch wichtiger zur Erfassung aller möglicher semiotischer Strukturen sind aber die möglichen Formen von Gerichtetheit, die für die Peircesche Zeichenrelation relativ trivial sind:

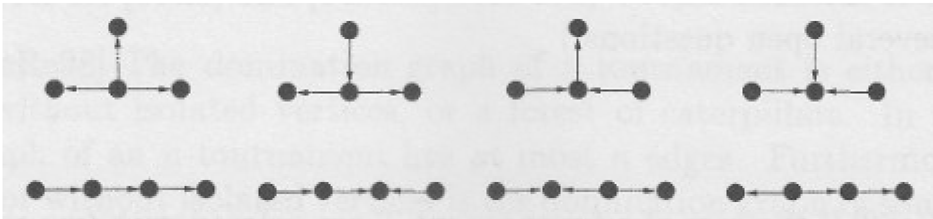
(M → O → I)

(M → O ← I)

(M ← O → I)

(M ← O ← I).

Wie die folgende Graphendarstellung aus Gross/Yellen (2004, S. 169) zeigt, die man im Sinne der möglichen Formen von Gerichtetheit bei der tetradischen Stiebingschen Relation interpretieren kann, gibt es genau 8 mögliche Typen:



wobei es für Ermittlung der Semiosen bzw. Morphismen (konverse vs. nicht-konverse bzw. Funktoren (kovariante vs. kontravariante) primär unerheblich ist, in welcher Ordnung die Knoten mit den vier Kategorien von PZR beschriftet werden.

Bibliographie

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Gross, Jonathan L./Yellen, Jay, Handbook of Graph Theory. New York 2004

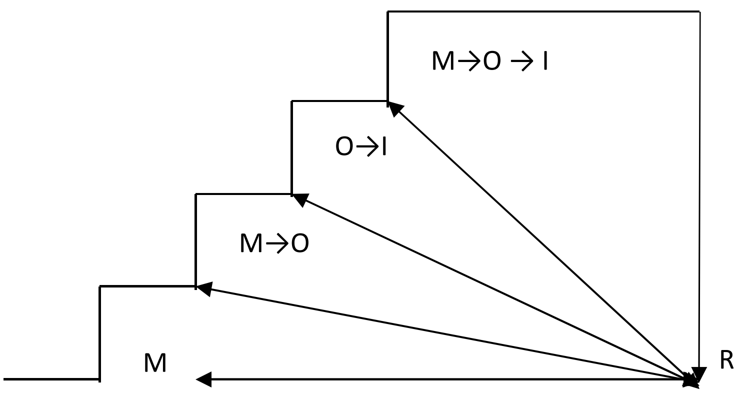
Stiebing, Hans Michael, Die Semiose von der Natur zur Kunst. In: Semiosis 23, 1981, S. 21-31

Ein weiteres Modell der Stiebingschen Zeichenrelation

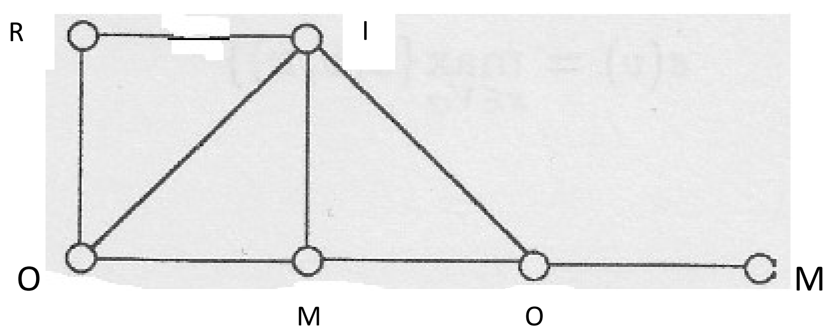
1. In Toth (2011) hatte ich die Stiebingsche Zeichenrelation

PZR = (R, M, O, I)

als Stufenmodell

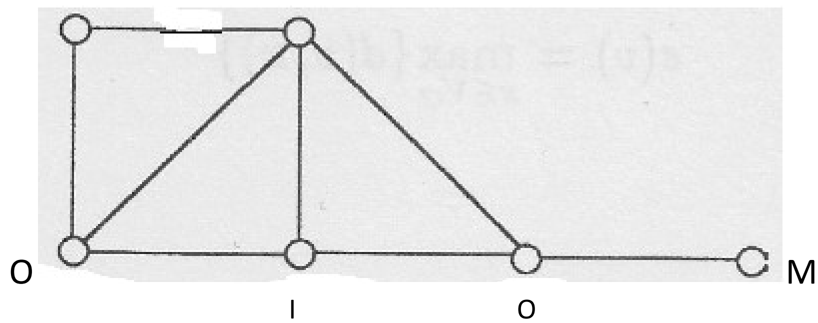


dargestellt. Man kann sich jedoch zur Darstellung des gleichen Sachverhaltes des folgenden, Gross/Yellen (2004, S. 874) entnommenen Graphen bedienen:



Allerdings ist die hier gewählte Beschriftung der Knoten mittels der Kategorien von PZR nur eine von total zwei Varianten; die andere ist

R M



Wie man leicht nachprüft, gibt es keine weiteren Varianten. Diese beiden Graphen enthalten also zunächst als „rekursiven“ (zyklischen) monadischen Knoten M, dann die dyadische Relation (M → O), dann die triadische Relation (M → O → I), und schließlich die tetradische Relation (R → M → O → I). Der Graph zeigt aber außerdem daß

$(R, M, O, I) \subset (M, O, I) \subset (M \rightarrow O) \subset M =$

$PZR \subset ZR \subset (M \rightarrow O) \subset M =$

gilt, d.h. das graphentheoretische Modell ist dem Stufenmodell semiotisch äquivalent.

Bibliographie

Gross, Jonathan L./Yellen, Jay, Handbook of Graph Theory. New York 2004

Toth, Alfred, Das Stiebingsche Zeichenmodell als gestufte Relation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Formale Grundlagen einer regionalen semiotischen Funktionentheorie

1. Dieser Beitrag setzt meine Studien zu “Polycontextural semiotics functions” (Toth 2008) und zur “semiotischen Nacht” (Toth 2008-11) voraus. Zur Motivation vgl. die erste Referenz.

$$\left.\begin{array}{ll}\text{Maximales Variablen-Schema:} & w = f(x_{i,j,k}, y_{i,j,k}, z_{i,j,k}) \\ \text{Minimales Variablen-Schema:} & w = f(x_{i,j,k}, y_{i,j,k}) \\ & \\ \text{Maximales Kontexturen-Schema:} & w = f(x_{i,j,k}, y_{i,j,k}, z_{i,j,k}) \\ \text{Minimales Kontexturen-Schema:} & w = f(x_{i,j}, y_{i,j})\end{array}\right\} i, j, k \in \{1, 2, 3, 4\}$$

2.1. **Funktionen mit w = $(\pm0.\pm1_{1,3})$**

1. $(\pm0.\pm1_{1,3}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
2. $(\pm0.\pm1_{1,3}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$

3. $(\pm0.\pm1_{1,3}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
4. $(\pm0.\pm1_{1,3}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$

5. $(\pm0.\pm1_{1,3}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
6. $(\pm0.\pm1_{1,3}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$

7. $(\pm0.\pm1_{1,3}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
8. $(\pm0.\pm1_{1,3}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$

9. $(\pm0.\pm1_{1,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
10. $(\pm0.\pm1_{1,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$

11. $(\pm0.\pm1_{1,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
12. $(\pm0.\pm1_{1,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$

2.2. **Funktionen mit w = $(\pm 0.\pm 2_{1,2})$**

1. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 1.\pm 1._{1,3,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$
2. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 1.\pm 1._{1,3,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$

3. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 1.\pm 1._{1,3,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
4. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 1.\pm 1._{1,3,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$

5. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$

6. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$
7. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$

8. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 3.\pm 2_{2,4})$

9. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
10. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$

11. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$

12. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 3.\pm 2_{2,4})$
13. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 3.\pm 2_{2,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$

14. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 1.\pm 1._{1,3,4})$
15. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 1.\pm 1._{1,3,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$

16. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$
17. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$

18. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
19. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm 1._{1,3,4})$

20. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$

21. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$
22. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$

23. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 3.\pm 2_{2,4})$

24. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
25. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$

26. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 3.\pm 2_{2,4})$
27. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 3.\pm 2_{2,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$

28. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm 1._{1,3,4})$
29. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm 1._{1,3,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$

30. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$
31. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$

32. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$

33. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$
34. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 1.\pm 1._{1,3,4})$

35. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$

36. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$
37. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$

38. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 3.\pm 2_{2,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$
39. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 3.\pm 2_{2,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$

40. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 3.\pm 2_{2,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$
41. $(\pm 0.\pm 2_{1,2}) = f(\pm 3.\pm 2_{2,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$

2.3. **Funktionen mit w = $(\pm 0.\pm 3_{2,3})$**

1. $(\pm 0.\pm 3_{2,3}) = f(\pm 1.\pm 1._{1,3,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$
2. $(\pm 0.\pm 3_{2,3}) = f(\pm 1.\pm 1._{1,3,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$

3. $(\pm 0.\pm 3_{2,3}) = f(\pm 1.\pm 1._{1,3,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
4. $(\pm 0.\pm 3_{2,3}) = f(\pm 1.\pm 1._{1,3,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$

5. $(\pm 0.\pm 3_{2,3}) = f(\pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$
6. $(\pm 0.\pm 3_{2,3}) = f(\pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$

7. $(\pm 0.\pm 3_{2,3}) = f(\pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$
8. $(\pm 0.\pm 3_{2,3}) = f(\pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$

9. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$

10. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
11. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$

12. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$

13. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
14. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$

15. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
16. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$

17. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
18. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$

19. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$

20. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
21. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$

22. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$

23. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm3_{2,3,4})$
24. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
25. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$

26. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$

27. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$

28. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
29. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$

30. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$

31. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm3_{2,3,4})$
32. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
33. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
34. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$

35. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$

36. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$

37. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$

38. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$

39. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm1_{1,3,4})$

40. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$

41. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$

42. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$

43. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$

44. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$

45. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$

46. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$

47. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$

48. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$

49. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$

50. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$

51. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$

52. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$

53. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$

54. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$

55. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$

56. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$

57. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm3_{2,3,4})$

58. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$

59. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$

60. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$

61. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$

62. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
63. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
64. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$

65. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
66. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$

67. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$

68. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
69. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$

70. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$

71. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$

72. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
73. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$

74. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$

75. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$

76. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
77. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$

78. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$

79. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
80. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$

81. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
82. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$

83. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
84. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$

85. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$

86. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$

87. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$

88. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$

89. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
90. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$

91. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
92. $(\pm0.\pm3_{2,3}) = f(\pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$

2.4. Funktionen mit w = $(\pm1.\pm0_{1,3})$

1. $(\pm1.\pm0_{1,3}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
2. $(\pm1.\pm0_{1,3}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$

3. $(\pm1.\pm0_{1,3}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
4. $(\pm1.\pm0_{1,3}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$

5. $(\pm1.\pm0_{1,3}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
6. $(\pm1.\pm0_{1,3}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$

7. $(\pm1.\pm0_{1,3}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
8. $(\pm1.\pm0_{1,3}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$

9. $(\pm1.\pm0_{1,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
10. $(\pm1.\pm0_{1,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$

11. $(\pm1.\pm0_{1,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
12. $(\pm1.\pm0_{1,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$

2.5. Funktionen mit w = $(\pm1.\pm1_{1,3,4})$

1. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm0.\pm1_{1,3}, \pm2.\pm1_{1,4})$

2. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm0.\pm1_{1,3}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$

3. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm0.\pm1_{1,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$

4. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm0.\pm1_{1,3}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$

5. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm2.\pm1_{1,4})$

6. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$

7. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm3.\pm1_{3,4})$

8. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$

9. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4})$

10. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$

11. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,})$

12. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$

13. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm0_{1,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$

14. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm0_{1,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$

15. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm0_{1,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$

16. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm0_{1,3}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$

17. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm0_{1,3})$

18. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm0_{1,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$

19. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$

20. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm0_{1,3})$

21. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$

22. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$

23. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$

24. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm3_{3,4})$

25. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$

26. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$

27. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm0_{1,3})$

28. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm0_{1,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$

29. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
30. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm0_{1,3})$
31. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
32. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
33. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
34. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
35. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
36. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
37. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
38. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
39. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm3_{3,4})$
40. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
41. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm1_{1,3})$
42. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm1_{1,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
43. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
44. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm2_{1,2}, \pm3.\pm1_{3,4})$
45. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
46. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
47. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
48. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm1_{1,3})$
49. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
50. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
51. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
52. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$

53. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$

54. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$

55. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm1_{1,3})$

56. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm1_{1,3}, \pm2.\pm1_{1,4})$

57. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$

58. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm2_{1,2}, \pm2.\pm1_{1,4})$

59. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$

60. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4})$

61. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$

62. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm1_{1,3})$

63. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$

64. $(\pm1.\pm1._{1,3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$

2.6. **Funktionen mit w = $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$**

1. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm2.\pm1_{1,4})$

2. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$

3. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$

4. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$

5. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$

6. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm3.\pm1_{3,4})$

7. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$

8. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$

9. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm3.\pm2_{2,4})$

10. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$

11. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4})$

12. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$

13. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$

14. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$

15. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$

16. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$

17. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$

18. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$

19. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4})$

20. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$

21. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm0_{1,3}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
22. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm0_{1,3}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$

23. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm0_{1,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
24. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm0_{1,3}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$

25. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm0_{1,3})$
26. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm0_{1,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$

27. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
28. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm0_{1,3})$

29. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$

30. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$

31. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
32. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm3_{3,4})$

33. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
34. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$

35. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm0_{1,3})$

36. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm0_{1,3}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$

37. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
38. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm0_{1,3})$

39. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$

40. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$

41. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
42. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$

43. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
44. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$

45. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
46. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$

47. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4})$

48. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$

49. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
50. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$

51. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
52. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm3_{3,4}\ \pm2.\pm1_{1,4})$

53. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm3_{3,4})$
54. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$

55. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm2.\pm1_{1,4})$
56. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$

57. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$

58. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm2_{1,2}, \pm3.\pm1_{3,4})$

59. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$

60. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$

61. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$

62. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$

63. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$

64. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
65. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm3_{3,4})$

66. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
67. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$

68. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
69. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$

70. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$

71. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$

72. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm2_{1,2}, \pm3.\pm1_{3,4})$

73. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm2_{1,2}, \pm3.\pm2_{2,4})$

74. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$

75. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$

76. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4})$

77. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
78. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$

79. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$

80. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
81. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$

82. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$

83. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
84. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$

85. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
86. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$

87. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$

88. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$

89. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4})$
90. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$

91. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
92. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$

93. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$

94. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm2_{1,2}, \pm2.\pm1_{1,4})$

95. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm2_{1,2}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$

96. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$

97. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4})$

98. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$

99. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
100. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$

101. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
102. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$

103. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$

104. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
105. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$

106. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$

107. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
108. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$

109. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$

110. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm0.\pm2_{1,2}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$

111. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$

112. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$

113. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$

114. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$

115. $(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$

2.7. **Funktionen mit w = $(\pm1.\pm3_{3,4})$**

1. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4})$
2. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
3. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
4. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
5. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
6. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4})$
7. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
8. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
9. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm3_{2,3,4})$
10. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
11. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
12. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
13. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
14. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4})$
15. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
16. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
17. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm3_{2,3,4})$
18. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$

19. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm0_{1,3}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
20. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm0_{1,3}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
21. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm0_{1,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
22. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm0_{1,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
23. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm0_{1,3})$
24. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm0_{1,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
25. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
26. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm0_{1,3})$
27. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
28. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
29. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
30. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
31. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm0_{1,3})$
32. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm0_{1,3}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
33. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
34. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm0_{1,3})$
35. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
36. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
37. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
38. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
39. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm0_{1,2}, \pm2.\pm1_{1,4})$
40. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
41. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
42. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
43. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
44. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
45. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4})$
46. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
47. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
48. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$

49.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$

50.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$

51.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$

52.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$

53.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$

54.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm2.\pm1_{1,4})$

55.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$

56.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$

57.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$

58.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$

59.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$

60.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$

61.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$

62.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$

63.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$

64.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$

65.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$

66.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm0_{1,2}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$

67.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$

68.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$

69.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$

70.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$

71.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$

72.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$

73.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$

74.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$

75.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$

76.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$

77.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4})$

78.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$

79.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm0_{1,2}, \pm2.\pm1_{1,4})$

80.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$

81.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$

82.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
83.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
84.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4})$
85.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
86.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
87.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
88.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
89.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
90.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
91.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
92.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
93.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4})$
94.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm3_{2,3,4})$
95.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
96.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
97.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
98.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
99.$(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm3_{2,3,4})$
100. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
101. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
102. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
103. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
104. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
105. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
106. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
107. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4})$
108. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
109. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
110. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
111. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
112. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
113. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
114. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$

115. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
116. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
117. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4})$
118. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
119. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
120. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4})$
121. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
122. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4})$
123. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
124. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
125. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
126. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
127. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
128. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
129. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
130. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
131. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
132. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
133. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
134. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
135. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4})$
136. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
137. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
138. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
139. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
140. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4})$
141. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
142. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
143. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
144. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
145. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
146. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
147. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$

148. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
149. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
150. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4})$
151. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
152. $(\pm1.\pm3_{3,4}) = f(\pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$

2.8. **Funktionen mit w = $(\pm2.\pm0_{1,2})$**

1. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
2. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$

3. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
4. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$

5. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
6. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$

7. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
8. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$

9. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$

10. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$

11. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
12. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$

13. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
14. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$

15. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$

16. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
17. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$

18. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$

19. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
20. $(\pm2.\pm0_{1,2}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$

21. $(\pm 2.\pm 0_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$
22. $(\pm 2.\pm 0_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$

23. $(\pm 2.\pm 0_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$
24. $(\pm 2.\pm 0_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$

25. $(\pm 2.\pm 0_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$

26. $(\pm 2.\pm 0_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$
27. $(\pm 2.\pm 0_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$

28. $(\pm 2.\pm 0_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 2.\pm 3_{2,4})$

29. $(\pm 2.\pm 0_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 2.\pm 3_{2,4})$
30. $(\pm 2.\pm 0_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$

31. $(\pm 2.\pm 0_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$
32. $(\pm 2.\pm 0_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$

33. $(\pm 2.\pm 0_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$
34. $(\pm 2.\pm 0_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$

35. $(\pm 2.\pm 0_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 2.\pm 3_{2,4})$

36. $(\pm 2.\pm 0_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 2.\pm 3_{2,4})$
37. $(\pm 2.\pm 0_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$

38. $(\pm 2.\pm 0_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$
39. $(\pm 2.\pm 0_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$

40. $(\pm 2.\pm 0_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$
41. $(\pm 2.\pm 0_{1,2}) = f(\pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$

2.9. **Funktionen mit w = $(\pm 2.\pm 1_{1,4})$**

1. $(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 0.\pm 1_{1,3}, \pm 1.\pm 1._{1,3,4})$
2. $(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 0.\pm 1_{1,3}, \pm 1.\pm 1._{1,3,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
3. $(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 0.\pm 2_{1,2}, \pm 1.\pm 1._{1,3,4})$
4. $(\pm 2.\pm 1_{1,4}) = f(\pm 0.\pm 2_{1,2}, \pm 1.\pm 1._{1,3,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$

5. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
6. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
7. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm3.\pm1_{3,4})$
8. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
9. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
10. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
11. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
12. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
13. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
14. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
15. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
16. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
17. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
18. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
19. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
20. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm0.\pm1_{1,3})$
21. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm0.\pm1_{1,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
22. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
23. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm0.\pm2_{1,2}, \pm3.\pm1_{3,4})$
24. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
25. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
26. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
27. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm1_{1,3})$
28. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
29. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
30. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
31. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm2_{1,2}, \pm3.\pm1_{3,4})$
32. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
33. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
34. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
35. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
36. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
37. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$

38.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm3_{3,4})$
39.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
40.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
41.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
42.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
43.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
44.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
45.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
46.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
47.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
48.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
49.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
50.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
51.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm0_{1,2}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
52.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
53.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
54.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
55.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
56.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
57.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
58.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
59.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
60.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
61.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
62.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm3_{3,4})$
63.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
64.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
65.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
66.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
67.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
68.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm2.\pm3_{2,4})$
69.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
70.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$

71.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
72.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
73.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
74.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm3_{3,4})$
75.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm0_{1,2}, \pm2.\pm3_{2,4})$
76.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
77.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
78.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
79.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
80.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
81.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4})$
82.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
83.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm2.\pm0_{1,2}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
84.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
85.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
86.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
87.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
88.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
89.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
90.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
91.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
92.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
93.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
94.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
95.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
96.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
97.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4})$
98.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
99.$(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm1_{1,3})$
100. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm1_{1,3}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
101. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
102. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm2_{1,2}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
103. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm2_{1,2}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$

104. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
105. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
106. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
107. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
108. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
109. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm0.\pm1_{1,3})$
110. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
111. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
112. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
113. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
114. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
115. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
116. $(\pm2.\pm1_{1,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$

2.10. **Funktionen mit w = $(\pm2.\pm2_{1,2,4})$**

1. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
2. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
3. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
4. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm3.\pm1_{3,4})$
5. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
6. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm3.\pm2_{2,4})$
7. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
8. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
9. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
10. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
11. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
12. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
13. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
14. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
15. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
16. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
17. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4})$

18.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 3.\pm 2_{2,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$
19.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 3.\pm 2_{2,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$
20.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 0.\pm 2_{1,2})$
21.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 0.\pm 2_{1,2}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
22.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 0.\pm 2_{1,2}, \pm 3.\pm 2_{2,4})$
23.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 0.\pm 3_{2,3})$
24.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
25.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 3.\pm 2_{2,4})$
26.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
27.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 0.\pm 2_{1,2})$
28.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 0.\pm 3_{2,3})$
29.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 3.\pm 2_{2,4})$
30.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 3.\pm 2_{2,4}, \pm 0.\pm 2_{1,2})$
31.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 3.\pm 2_{2,4}, \pm 0.\pm 3_{2,3})$
32.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 0.\pm 3_{2,3})$
33.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
34.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 3.\pm 2_{2,4})$
35.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 2.\pm 0_{1,2})$
36.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 2.\pm 0_{1,2}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$
37.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$
38.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 2.\pm 0_{1,2})$
39.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3})$
40.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3})$
41.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$
42.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
43.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
44.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 0.\pm 3_{2,3})$
45.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3})$
46.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 3.\pm 2_{2,4})$
47.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 3.\pm 2_{2,4}, \pm 0.\pm 3_{2,3})$
48.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 2.\pm 0_{1,2}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$
49.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 2.\pm 0_{1,2}, \pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$
50.$(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}) = f(\pm 2.\pm 0_{1,2}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$

51.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
52.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
53.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm2.\pm3_{2,4})$
54.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm2.\pm0_{1,2}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
55.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
56.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
57.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
58.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
59.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm0_{1,2}, \pm1.\pm3_{3,4})$
60.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm0_{1,2}, \pm2.\pm3_{2,4})$
61.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
62.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
63.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
64.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
65.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
66.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4})$
67.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
68.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm2.\pm0_{1,2}, \pm2.\pm1_{1,4})$
69.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
70.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
71.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
72.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
73.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4})$
74.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
75.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
76.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
77.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
78.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
79.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
80.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4})$
81.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
82.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
83.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4})$

84.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
85.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
86.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
87.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
88.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
89.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
90.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm2_{1,2}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
91.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
92.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
93.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
94.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
95.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
96.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
97.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
98.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
99.$(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
100. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
101. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
102. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
103. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
104. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4})$
105. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
106. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm0.\pm2_{1,2}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
107. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
108. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
109. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
110. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
111. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
112. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
113. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
114. $(\pm2.\pm2_{1,2,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$

2.11. **Funktionen mit w = ($\pm 2.\pm 3_{2,4}$)**

1. $(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$
2. $(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
3. $(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 3.\pm 2_{2,4})$
4. $(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 3.\pm 3_{2,3,4})$
5. $(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
6. $(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$
7. $(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 3.\pm 2_{2,4})$
8. $(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 3.\pm 2_{2,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$
9. $(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 3.\pm 3_{2,3,4})$
10. $(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 3.\pm 3_{2,3,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$
11. $(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 0.\pm 3_{2,3})$
12. $(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
13. $(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 3.\pm 2_{2,4})$
14. $(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 3.\pm 3_{2,3,4})$
15. $(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
16. $(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 0.\pm 3_{2,3})$
17. $(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 3.\pm 2_{2,4})$
18. $(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 3.\pm 2_{2,4}, \pm 0.\pm 3_{2,3})$
19. $(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 3.\pm 3_{2,3,4})$
20. $(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 3.\pm 3_{2,3,4}, \pm 0.\pm 3_{2,3})$
21. $(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 2.\pm 0_{1,2}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$
22. $(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 2.\pm 0_{1,2}, \pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$
23. $(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 2.\pm 0_{1,2}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$
24. $(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 2.\pm 0_{1,2}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$
25. $(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 2.\pm 0_{1,2})$
26. $(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 2.\pm 0_{1,2}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$
27. $(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$
28. $(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 2.\pm 0_{1,2})$
29. $(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3})$
30. $(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3})$
31. $(\pm 2.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$

32.$(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
33.$(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm0_{1,2}, \pm2.\pm1_{1,4})$
34.$(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
35.$(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm0_{1,2})$
36.$(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
37.$(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
38.$(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4})$
39.$(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
40.$(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
41.$(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
42.$(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4})$
43.$(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
44.$(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
45.$(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
46.$(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
47.$(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
48.$(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
49.$(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
50.$(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4})$
51.$(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
52.$(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
53.$(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
54.$(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
55.$(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
56.$(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
57.$(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
58.$(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
59.$(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
60.$(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4})$
61.$(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
62.$(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
63.$(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
64.$(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$

65. $(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
66. $(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
67. $(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
68. $(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
69. $(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
70. $(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
71. $(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
72. $(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
73. $(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
74. $(\pm2.\pm3_{2,4}) = f(\pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$

2.12. **Funktionen mit w = $(\pm3.\pm0_{2,3})$**

1. $(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
2. $(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
3. $(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
4. $(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
5. $(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
6. $(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
7. $(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
8. $(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
9. $(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
10. $(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
11. $(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
12. $(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
13. $(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
14. $(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
15. $(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
16. $(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
17. $(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
18. $(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
19. $(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
20. $(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
21. $(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$

22.$(\pm 3.\pm 0_{2,3}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$

23.$(\pm 3.\pm 0_{2,3}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$

24.$(\pm 3.\pm 0_{2,3}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$

25.$(\pm 3.\pm 0_{2,3}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$

26.$(\pm 3.\pm 0_{2,3}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$

27.$(\pm 3.\pm 0_{2,3}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$

28.$(\pm 3.\pm 0_{2,3}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$

29.$(\pm 3.\pm 0_{2,3}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$

30.$(\pm 3.\pm 0_{2,3}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 3.\pm 2_{2,4})$

31.$(\pm 3.\pm 0_{2,3}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 3.\pm 2_{2,4})$

32.$(\pm 3.\pm 0_{2,3}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 3.\pm 2_{2,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$

33.$(\pm 3.\pm 0_{2,3}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$

34.$(\pm 3.\pm 0_{2,3}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$

35.$(\pm 3.\pm 0_{2,3}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$

36.$(\pm 3.\pm 0_{2,3}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 1.\pm\pm 2.\pm 1_{,4})$

37.$(\pm 3.\pm 0_{2,3}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$

38.$(\pm 3.\pm 0_{2,3}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$

39.$(\pm 3.\pm 0_{2,3}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$

40.$(\pm 3.\pm 0_{2,3}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 2.\pm 3_{2,4})$

41.$(\pm 3.\pm 0_{2,3}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 2.\pm 3_{2,4})$

42.$(\pm 3.\pm 0_{2,3}) = f(\pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 2.\pm 2_{1,2,4})$

43.$(\pm 3.\pm 0_{2,3}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$

44.$(\pm 3.\pm 0_{2,3}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$

45.$(\pm 3.\pm 0_{2,3}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$

46.$(\pm 3.\pm 0_{2,3}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$

47.$(\pm 3.\pm 0_{2,3}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$

48.$(\pm 3.\pm 0_{2,3}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4}, \pm 2.\pm 3_{2,4})$

49.$(\pm 3.\pm 0_{2,3}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 2.\pm 3_{2,4})$

50.$(\pm 3.\pm 0_{2,3}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 2.\pm 1_{1,4})$

51.$(\pm 3.\pm 0_{2,3}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$

52.$(\pm 3.\pm 0_{2,3}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$

53.$(\pm 3.\pm 0_{2,3}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$

54.$(\pm 3.\pm 0_{2,3}) = f(\pm 2.\pm 2_{1,2,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 2.\pm 3_{2,4})$

55.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
56.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
57.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
58.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
59.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
60.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
61.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
62.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
63.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
64.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
65.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
66.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
67.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
68.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
69.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
70.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
71.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
72.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
73.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
74.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
75.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
76.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
77.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
78.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
79.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
80.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm3_{2,3,4})$
81.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
82.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
83.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
84.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
85.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
86.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
87.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$

88.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm3_{2,3,4})$
89.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
90.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
91.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
92.$(\pm3.\pm0_{2,3}) = f(\pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$

2.13. **Funktionen mit w = $(\pm3.\pm1_{3,4})$**

1. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm1_{1,3}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
2. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm1_{1,3}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
3. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm1_{1,3}, \pm2.\pm1_{1,4})$
4. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm1_{1,3}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
5. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
6. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
7. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
8. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
9. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
10. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm2.\pm1_{1,4})$
11. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
12. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
13. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
14. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
15. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
16. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
17. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
18. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
19. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
20. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
21. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
22. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
23. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
24. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4})$
25. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
26. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$

27.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
28.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
29.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
30.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
31.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4})$
32.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
33.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm0.\pm1_{1,3})$
34.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm0.\pm1_{1,3}, \pm2.\pm1_{1,4})$
35.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
36.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm0.\pm2_{1,2}, \pm2.\pm1_{1,4})$
37.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
38.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4})$
39.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
40.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm1_{1,3})$
41.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
42.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
43.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
44.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm2_{1,2}, \pm2.\pm1_{1,4})$
45.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm2_{1,2}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
46.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
47.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4})$
48.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
49.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
50.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
51.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
52.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
53.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
54.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
55.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
56.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
57.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
58.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
59.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$

60.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm1_{1,4})$
61.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
62.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4})$
63.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
64.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
65.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4})$
66.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
67.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
68.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
69.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
70.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
71.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
72.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
73.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
74.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
75.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4})$
76.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
77.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
78.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm1_{1,3})$
79.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm1_{1,3}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
80.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
81.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm2_{1,2}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
82.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm2_{1,2}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
83.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
84.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
85.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
86.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
87.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4})$
88.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm0.\pm1_{1,3})$
89.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
90.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm1._{1,3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
91.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
92.$(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$

93. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
94. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
95. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm1_{1,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
96. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
97. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm2_{1,2}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
98. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
99. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
100. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
101. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
102. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
103. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
104. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
105. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
106. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
107. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
108. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
109. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
110. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
111. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4})$
112. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
113. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
114. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
115. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
116. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
117. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
118. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
119. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
120. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4})$
121. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
122. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
123. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
124. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
125. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$

126. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
127. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
128. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
129. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
130. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
131. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
132. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4})$
133. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
134. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
135. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4})$
136. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
137. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
138. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm3_{2,3,4})$
139. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm3_{2,3,4})$
140. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
141. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
142. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
143. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
144. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
145. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
146. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
147. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4})$
148. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm3_{2,3,4})$
149. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm3_{2,3,4})$
150. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
151. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
152. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm2_{2,4})$
153. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm3.\pm2_{2,4})$
154. $(\pm3.\pm1_{3,4}) = f(\pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm3.\pm2_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$

2.14. **Funktionen mit w = $(\pm3.\pm2_{2,4})$**

1. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
2. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$

3. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
4. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm0.\pm2_{1,2}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
5. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
6. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
7. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$
8. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
9. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
10. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
11. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
12. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
13. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4})$
14. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$
15. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
16. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm2_{1,2}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
17. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
18. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
19. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
20. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
21. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
22. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
23. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
24. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4})$
25. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4})$
26. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
27. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$
28. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$
29. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
30. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$
31. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$
32. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$
33. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$
34. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm2_{1,2}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$
35. $(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$

36.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$

37.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$

38.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4})$

39.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm2_{1,2})$

40.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm\pm2.\pm1_{,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$

41.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$

42.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm2.\pm2_{1,2,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$

43.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$

44.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm0.\pm3_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$

45.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$

46.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm0.\pm3_{2,3})$

47.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$

48.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$

49.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$

50.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$

51.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$

52.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$

53.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4})$

54.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$

55.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4})$

56.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$

57.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$

58.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm3_{2,3,4})$

59.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm3_{2,3,4})$

60.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm3_{2,3,4}, \pm3.\pm1_{3,4})$

61.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4})$

62.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm1.\pm3_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$

63.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4})$

64.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm2.\pm3_{2,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$

65.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3})$

66.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm1.\pm3_{3,4})$

67.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm2.\pm3_{2,4})$

68.$(\pm3.\pm2_{2,4}) = f(\pm3.\pm1_{3,4}, \pm3.\pm0_{2,3}, \pm3.\pm3_{2,3,4})$

69.$(\pm 3.\pm 2_{2,4}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 3.\pm 3_{2,3,4})$
70.$(\pm 3.\pm 2_{2,4}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 3.\pm 3_{2,3,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3})$
71.$(\pm 3.\pm 2_{2,4}) = f(\pm 3.\pm 3_{2,3,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3})$
72.$(\pm 3.\pm 2_{2,4}) = f(\pm 3.\pm 3_{2,3,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
73.$(\pm 3.\pm 2_{2,4}) = f(\pm 3.\pm 3_{2,3,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
74.$(\pm 3.\pm 2_{2,4}) = f(\pm 3.\pm 3_{2,3,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3})$

2.15. **Funktionen mit w = $(\pm 3.\pm 3_{2,3,4})$**

1. $(\pm 3.\pm 3_{2,3,4}) = f(\pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$
2. $(\pm 3.\pm 3_{2,3,4}) = f(\pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 2.\pm 3_{2,4})$
3. $(\pm 3.\pm 3_{2,3,4}) = f(\pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 2.\pm 3_{2,4})$
4. $(\pm 3.\pm 3_{2,3,4}) = f(\pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$
5. $(\pm 3.\pm 3_{2,3,4}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 0.\pm 3_{2,3})$
6. $(\pm 3.\pm 3_{2,3,4}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 2.\pm 3_{2,4})$
7. $(\pm 3.\pm 3_{2,3,4}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 2.\pm 3_{2,4})$
8. $(\pm 3.\pm 3_{2,3,4}) = f(\pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 0.\pm 3_{2,3})$
9. $(\pm 3.\pm 3_{2,3,4}) = f(\pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 0.\pm 3_{2,3})$
10. $(\pm 3.\pm 3_{2,3,4}) = f(\pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 0.\pm 3_{2,3}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$
11. $(\pm 3.\pm 3_{2,3,4}) = f(\pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4})$
12. $(\pm 3.\pm 3_{2,3,4}) = f(\pm 2.\pm 3_{2,4}, \pm 1.\pm 3_{3,4}, \pm 0.\pm 3_{2,3})$
13. $(\pm 3.\pm 3_{2,3,4}) = f(\pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
14. $(\pm 3.\pm 3_{2,3,4}) = f(\pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 3.\pm 2_{2,4})$
15. $(\pm 3.\pm 3_{2,3,4}) = f(\pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 3.\pm 2_{2,4})$
16. $(\pm 3.\pm 3_{2,3,4}) = f(\pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 3.\pm 2_{2,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
17. $(\pm 3.\pm 3_{2,3,4}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3})$
18. $(\pm 3.\pm 3_{2,3,4}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 3.\pm 2_{2,4})$
19. $(\pm 3.\pm 3_{2,3,4}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 3.\pm 2_{2,4})$
20. $(\pm 3.\pm 3_{2,3,4}) = f(\pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 3.\pm 2_{2,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3})$
21. $(\pm 3.\pm 3_{2,3,4}) = f(\pm 3.\pm 2_{2,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3})$
22. $(\pm 3.\pm 3_{2,3,4}) = f(\pm 3.\pm 2_{2,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
23. $(\pm 3.\pm 3_{2,3,4}) = f(\pm 3.\pm 2_{2,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4})$
24. $(\pm 3.\pm 3_{2,3,4}) = f(\pm 3.\pm 2_{2,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3})$

3. Die Liste der hier präsentierter 1162 Funktionen der erweiterten regionalen Semiotik ist erschöpfend für eine 4-kontexturale tetradisch-tetratomische Präsemiotik. Funktionen, die Werte enthalten, die in mehr als 1 Kontextur liegen, können kombinatorisch aufgeteilt werden in mehrere Funktionen. Z.B. kann die Funktion

$(\pm 3.\pm 3_{2,3,4}) = f(\pm 3.\pm 2_{2,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3})$

aufgeteilt werden in

$(\pm 3.\pm 3_{2}) = f(\pm 3.\pm 2_{2,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3})$

$(\pm 3.\pm 3_{3}) = f(\pm 3.\pm 2_{2,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3})$

$(\pm 3.\pm 3_{4}) = f(\pm 3.\pm 2_{2,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3})$

$(\pm 3.\pm 3_{2,3}) = f(\pm 3.\pm 2_{2,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3})$

$(\pm 3.\pm 3_{2,4}) = f(\pm 3.\pm 2_{2,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3})$

$(\pm 3.\pm 3_{3,4}) = f(\pm 3.\pm 2_{2,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3})$

$(\pm 3.\pm 3_{2,3,4}) = f(\pm 3.\pm 2_{2,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3})$

$(\pm 3.\pm 3_{2,4,3}) = f(\pm 3.\pm 2_{2,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3})$

$(\pm 3.\pm 3_{3,2,4}) = f(\pm 3.\pm 2_{2,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3})$

$(\pm 3.\pm 3_{3,4,2}) = f(\pm 3.\pm 2_{2,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3})$

$(\pm 3.\pm 3_{4,2,3}) = f(\pm 3.\pm 2_{2,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3})$

$(\pm 3.\pm 3_{4,3,2}) = f(\pm 3.\pm 2_{2,4}, \pm 3.\pm 1_{3,4}, \pm 3.\pm 0_{2,3})$.

Um weitere lange Listen zu ersparen, wurden kombinatorische Funktionen hier weggelassen. Natürlich ist ein enormer Strukturreichtum zusätzlich dadurch erreichbar, daß man neben Morphismen auch die von Kaehr in seiner Diamantentheorie eingeführten „Hetero-Morphismen“ (sowie deren Kombinationen) berücksichtigt (vgl. Kaehr 2008; dazu auch Toth 2009a).

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Günther, Gotthard/Schelsky, Helmut, Christliche Metaphysik und das Schicksal des modernen Bewusstseins. Leipzig 1937

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%-2-0Semiotics/Diamond%-2-0Semiotics.pdf (2008)

Kaehr, Rudolf, Toth's semiotic diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Toth-Diamanten/Toth-Diamanten.pdf (2008)

Kaehr, Rudolf, Triadic diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Triadic%-2-0Diamonds/Triadic%-2-0Diamonds.pdf (2008)

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Semiotic Ghost Trains. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008 (= 2008a)

Toth, Alfred, Semiotische Funktionentheorie. Klagenfurt 2008 (= 2008b)

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 vols. Klagenfurt 2008 (= 2008c)

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (= 2008d)

Toth, Alfred, Entwurf einer handlungstheoretischen Semiotik. Tucson, AZ 2008 (= 2008e)

Toth, Alfred, Inner and outer semiotic environments in the system of the trichotomic triads. In: Electronic Journal for Mathematial Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, How many contexture-borders does a sign have? In: Electronic Journal for Mathematial Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Elements of a theory of the night. Part I-V. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008-11

Toth, Alfred, Toth, Alfred, Topologie semiotischer Regionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011a

Toth, Alfred, Negative topologische Relationen in der Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011b

Toth, Alfred, Regionale Zeichenklassen und Realitätsthematiken. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011c

Toth, Alfred, Eigenrealität in der regionalen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011d

Toth, Alfred, Regionale Kategorienrealität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011e

Toth, Alfred, Übergänge zwischen regionalen Zeichenklassen und Realitätsthematiken. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011f

Toth, Alfred, Regionale Umgebung und Nachbarschaft. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011g

Toth, Alfred, Darstellung struktureller Realitäten durch Nachfolgeoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011h

Toth, Alfred, Hexagonale Struktur regionaler semiotischer Partialrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011i

Toth, Alfred, Zu einer regionalen semiotischen Zahlentheorie I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011j

Toth, Alfred, Zur Erweiterung der regionalen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011k

Toth, Alfred, Die qualitativen Zahlen der erweiterten regionalen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011l

Morphismen, Funktoren, natürliche Transformationen

1. In der in Toth (2012a) eingeführten REZ-Matrix

[1, 1]	[1, 2]	[1, 3]
$[1_{-1}, 1]$	$[1_1, 2]$	$[1_{-1}, 3]$
$[1_{-2}, 1]$	$[1_2, 2]$	$[1_{-2}, 3]$,

gilt allgemein

$[1_{-a}, b] = [a(+1), b]$

und daher

$\times[1_{-a}, b] = [b, a(+1)]$.

Z.B. ist also die zur REZ-Relation [1, 3] konverse Relation nicht etwa *[3, 1] (die ja im System der RE gar nicht definiert ist), sondern $[1_2, 1]$, das kann man natürlich an den Teildiagonalen der obigen Matrix direkt herauslesen. Aus der letzteren Feststellung folgt nun aber ebenso direkt, daß im REZ-System jede dyadische Partialrelation nicht nur eine, sondern zwei Formen hat, allgemein

$[a, b] = \{[a_{-(a-1)}, b], [a, b]\}$,

allerdings nur, falls a < 2 ist, d.h. nur für die REZ-Äquivalenz des Peirce-Benseschen Mittelbezugs:

$[1, 1] = [1, 1]$

$[1, 2] = [1, 1_{-1}]$

$[1, 3] = [1, 1_{-2}]$

...

$[m, n] = [m, 1_{-[n-1)}]$.

Daraus folgt nun natürlich eine Redefinition der kategorientheoretischen Abbildungen für das REZ-System gegenüber demjenigen, das für die Peirce-Bense-Semiotik in Toth (1997, S. 21 ff.) gegeben worden war:

$[1, 1] := id_1$	$[1, 2] := \alpha$	$[1_{-1}, 3] := \beta$	$[1, 3] := \beta\alpha$
$[1_{-1}, 2] := id_2$	$[1_{-1}, 1] := \alpha^o$	$[3, 1_{-1}] := \beta^o$	$[1_{-2}, 1] := \alpha^o\beta^o$
$[1_{-2}, 3] := id_3$			

2. Sofern es sich um dyadische Abbildungen, d.h. semiotische Funktionen handelt, liegen natürlich einfache Morphismen vor, welche Elemente aus einer Domäne auf Elemente einer Codomäne abbilden. Hat man jedoch semiotische Kategorien, d.h. z.B. vollständige Zeichen- oder Realitätsthematiken vor sich, sprechen wir von semiotischen Funktoren. Sie haben also die allgemeine Form

$F = [[m_{(i+1)}, n_{-(i-2)}], [m_i, n_{-(i-1)}]]$.

Liegen "parallele Funktoren" vor (vgl. z.B. das in Toth 1997 in der Tafel am Ende des Buches gegeben "vollständige SRG-System"), können wir von semiotischen natürlichen Transformationen sprechen. Ihre allgemeine Form ist

$nT = [[m_{(i+1)}, n_{-(i-2)}], [m_i, n_{-(i-1)}]], [[m_{(k+1)}, n_{-(k-2)}], [m_k, n_{-(k-1)}]]]$.

Da nun bei den REZ m, n $\in$ **N** gilt, kann man weiters je zwei natürliche Transformationen aufeinander abbilden, man erhält dann nT´s 2. Stufe, usw. Wie bereits früher gezeigt wurde, kann man solche und viele weitere hochstufige kategorialsemiotische Abbildungen relativ problemlos in n-kategoriale Systeme einbetten (vgl. Toth 2011).

Literatur

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, n-Kategorialität bei Zeichenfunktionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Elementare Zahlentheorie relationaler Einbettungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Uniforme kategorientheoretische REZ-Operatoren

1. Die auf die Zeichenrelation

ZR = (3.a, 2.b, 1.c)

gegründete Peirce-Bense-Semiotik läßt sich nach Toth (2012a) als triadisch-trichotomischer Spezialfall der allgemeinen systemischen REZ-Relation

${}^{m}{}_{n}R_{REZ} :=$ $[[1, a], [[1_{-1}, b], [1_{-2}, c]], ..., [_{n} 1_{-(n-1)}, m]$

verstehen, insofern ZR als

${}^{3}{}_{3}REZ = [[1_{-2}, a], [1_{-1}, b], [1, c]]$

d.h. als Teilrelation von ${}^{m}{}_{n}R_{REZ}$ darstellbar ist.

Ferner lassen sich, wie ebenfalls bekannt, aus ${}^{3}{}_{3}REZ$ vier nicht-isomorphe Strukturen erzeugen:

1. ${}^{3}{}_{3}REZ = [[1_{-2}, a], [1_{-1}, b], [1, c]]$

2. ${}^{3}{}_{3}REZ = [[a, 1_{-2}], [b, 1_{-1}], [c, 1]]$

3. ${}^{3}{}_{3}REZ = [[1, c], [1_{-1}, a], [1_{-2}, b]]$

4. ${}^{3}{}_{3}REZ = [[c, 1], [b, 1_{-1}], [a, 1_{-2}]]$,

die man jedoch nach Toth (2012b) auf einen einzigen "inversiven" Operator K_n zurückführen. Bis hierhin ließ sich also eine Semiotik als Paar der Form

$\Sigma = < {}^{m}{}_{n}R_{REZ}, K_n>$ (für alle m, n $\in$ **C**)

darstellen.

2. Ein Problem, das jedoch immer noch der Vereinheitlichung wartet, sind die für m = n = 3 analog zur Peirce-Bense-Semiotik (vgl. Toth 1997, S. 21 ff.) für jeden kategorialen Bezug differenten REZ-Morphismen:

$[1, 1] := id_1$	$[1, 2] := \alpha$	$[1_{-1}, 3] := \beta$	$[1, 3]:= \beta\alpha$
$[1_{-1}, 2] := id_2$	$[1_{-1}, 1] := \alpha^{o}$	$[3, 1_{-1}] := \beta^{o}$	$[1_{-2}, 1] := \alpha^{o}\beta^{o}$

$[1_{-2}, 3] := id_3$

Da ${}^3{}_3R_{REZ} \subset {}^m{}_nR_{REZ}$, schlagen wir hier einen uniformen kategorientheorischen REZ-Operator der Form $\gamma_{a,b}$ vor, wobei (a = b) die n identischen Morphismen und (b > a) inverse Morphismen betrifft. Komponierte Morphismen sind somit solche Paare (a, c), zwischen denen sich mindestens ein n mit a < n < b befindet. Auf diese Weise bekommen wir also nunmehr als vollständige Form einer Semiotik das Tripel

$\Sigma = < {}^m{}_nR_{REZ}, K_n, \gamma_{a,b}>$ (für alle m, n $\in$ **C** und a, b $\in$ **N**).

Literatur

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Mennes Bedeutungsrelation als triadische Zeichenrelation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Semiotiken als n-tupel von REZ und Inversionsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Zur Adjazenz semiotischer Kontexturen

1. In Toth (2012a) waren folgende 4 Haupttypen semiotischer Abbildungen unterschieden worden:

morphismisch-semiosisch: $[A_\alpha \rightarrow I_\alpha]$

morphismisch-retrosemiosisch: $[A_\alpha \leftarrow I_\alpha]$

heteromorphismisch-semiosisch: $[A_\alpha \rightarrow I_\beta]$

heteromorphismisch-retrosemiosisch: $[A_\alpha \leftarrow I_\beta]$

(mit $\alpha \neq \beta$).

Nun ist eine tetradische Semiotik, welche nicht nur die semiosischen, sondern auch die retrosemiosischen Abbildungstypen kennt, notwendig mindestens eine tetradische Semiotik, denn der in Toth (2012b) für die logisch-epistemische Funktion des objektiven Subjektes bzw. für das "Außen von Innen" eines Zeichen-Objekt-Systems definierte konverse Abbildungstyp $[A \rightarrow I]° = [A \leftarrow I]$ tritt in der triadischen systemischen Zeichenrelation

$$ZR^3 = [[A \rightarrow I], [[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]$$

nicht auf. Ferner hat ZR^3 keine Kategorie für die ebenfalls durch $[A \leftarrow I]$ definierte Qualität mit der Funktion der Perspektivierung eines Systems (Toth 2012c).

2. Allerdings benötigt eine tetradische Semiotik hinwiederum, wie Kaehr (2009) in verschiedenen Aufsätzen gezeigt hatte, mindestens 3 Kontexturen. Da diese jedoch in 3! = 6 Permutationen, nämlich in den Ordnungen (α, β, γ), (α, γ, β), (β, α, γ), (β, γ, α), (γ, α, β) und (γ, β, α) auftreten können, von denen keine Ordnung zu einer andern isomorph ist, sprechen wir dann, wenn zwei von drei Kontexturen adjazent sind, d.h. wenn Transpositionen der als Normalordnung vorausgesetzten Ordnung (α, γ, β) vorliegt, von adjazenten semiotischen Kontexturen, deren Ordnung relativ zur Normalordnung wiederum invers sein kann, z.B. β und α in (β, α, γ), während α und γ weder adjazent noch invers in Bezug auf die Normalordnung sind. Auf diese Weise

erhält man also für eine hinblicklich der vier fundamentalen logisch-epistemischen Funktionen des subjektiven und objektiven Subjekts und Objekts minimalen tetradischen und trikontexturellen Semiotik nicht nur eine, sondern 6 semiotische Matrizen, deren allgemeine Form mit Normalform der Kontexturierung wie folgt aussieht:

	.a	.b	.c	.d
a.	—	$a.b_{\alpha,\beta,\gamma}$	$a.c_{\alpha,\beta,\gamma}$	$a.d_{\alpha,\beta,\gamma}$
b.	$b.a_{\alpha,\beta,\gamma}$	$b.b_{\alpha,\beta,\gamma}$	$b.c_{\alpha,\beta,\gamma}$	$b.d_{\alpha,\beta,\gamma}$
c.	$c.a_{\alpha,\beta,\gamma}$	$c.b_{\alpha,\beta,\gamma}$	$c.c_{\alpha,\beta,\gamma}$	$c.d_{\alpha,\beta,\gamma}$
.d	$d.a_{\alpha,\beta,\gamma}$	$d.b_{\alpha,\beta,\gamma}$	$d.c_{\alpha,\beta,\gamma}$	$d.d_{\alpha,\beta,\gamma}$

mit a. $\in$ {1, 2, 3} und .a, .b., .c., .d. $\in$ {0, 1, 2, 3}.

Es ist somit nötig, die bereits in Toth (2010) eingeführten triadischen und trichotomischen "Peirce-Zahlen" (td P, tt P) zu verwenden, da nur a $\in$ tt P den Wert 0 annehmen kann.

Literatur

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotic Short Studies. Glasgow 2009

Toth, Alfred, Annäherung zu systemischen Bi-Zeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Zum Rand von Zeichen und Objekt. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Qualität als Positionierung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Komplementäre Zeichenrelationen

1. Wir gehen aus von Benses Definition des Peirceschen Zeichens als einer "Relation über Relationen" bzw. als einer "verschachtelten" Relation (Bense 1979, S. 53):

$ZR_r^3 = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$.

Die dazu komplementäre Relation ist natürlich das leere Zeichen:

$KZR_r^3 = \emptyset$,

und wegen KKR = R gilt natürlich

$K(\emptyset) = ZR_r^3$.

2. Wegen des Doppelstatus von Subzeichen, zugleich objektal und morphismisch zu fungieren, weisen semiotische Partialrelationen allerdings folgende Besonderheiten auf:

$K(2) = K(1 \rightarrow 2) = (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))$

$K(3) = K(2 \rightarrow 3) = (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2))$

$K'(2) = K(2 \rightarrow 1) = ((1 \rightarrow 2 \rightarrow 3) \rightarrow 1)$

$K'(3) = K(3 \rightarrow 2) = ((1 \rightarrow 2) \rightarrow 1)$,

in Sonderheit kommen also bei komplementären Relationen keine konversen Abbildungen vor. Ferner gilt

$K(3) \circ K(2) = ZR_r^3$,

d.h. von den komplementären Relationen her gesehen, ist die Erstheit (d.h. das kategorielle Objekt 1) "überflüssig", da sie zugleich als Domäne des Morphismus $\alpha = (1 \rightarrow 2)$ fungiert. Bei komponierten Morphismen der Konversen müssen ferner die Domänen der Komplementierung selbst komplementiert werden:

$K'(2) \circ K'(3) = ZR_r^3$,

d.h. es gilt $K(3) \circ K(2) = K'(2) \circ K'(3)$.

3. Nun existiert aber das leere Zeichen Ø nicht nur als Komplement von ZR_r^3, sondern es muß wegen der Potenzmenge über der Menge der Primzeichen (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.), d.h. von $P = \{1, 2, 3\}$, eine neben den drei kategorial-relationalen Zahlen unabhängige Existenz im Sinne einer Relationalzahl (vgl. Bense 1975, S. 65 f.), d.h. als kategoriale Nullheit haben (vgl. Toth 2006, S. 15):

$\wp(P) = \{(1), (2), (3), (1, 2), (2, 3), (1, 3), (1, 2, 3), \emptyset\}$.

Damit erhalten wir also Typen von Relationen und ihren Komplenten wie die folgenden

$R_1^3 = (\emptyset \rightarrow ((\emptyset \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$

$R_2^3 = (1 \rightarrow (\emptyset \rightarrow (1 \rightarrow \emptyset \rightarrow 3)))$

$R_3^3 = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow \emptyset))$

Da ferner bei Subzeichen ja zwischen Objekt und Morphismus differenziert werden kann (s.o.), müßten auch die folgenden Relationstypen bzw. ihre Komplemente einen semiotischen Status haben

$R_4^3 = (1 \rightarrow ((\emptyset \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$

$R_5^3 = (\emptyset \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$

$R_6^3 = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow \emptyset) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$

$R_7^3 = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow \emptyset \rightarrow 3)))$

Falls dem so ist, würde dies bedeuten, daß die typische semiosische "Oszillation", d.h. die Fähigkeit eines Subzeichen, zugleich als triadische und trichotomische Semiose (z.B. (1.2) als Objekt 2[3] [triad. Sem.] und als Morphismus (1→2) [trich. Sem.]) auftreten zu können, genau der Variation jedes semiotischen Wertes mit Ø korrespondieren, d.h. als leere Zeichen (bzw. die Kategorie der Zeroness) wäre sozusagen das "inhärente" Komplement jedes erst-, zweit- und drittheitlichen Primzeichens, und somit wären also Kategorien

[3] Streng genommen, müßte man sogar einen verdoppelten Objektstatus der Subzeichen annehmen, da dieses nämlich zugleich als initiales und terminales Objekt fungieren kann.

den Relationen inhärent, da Bense (1975, S. 65 f.) ja nullheitliche Kategorien durch Kategorialzahl $k > $ Relationalzahl r und $r = 0$ (also $k > 0$) bestimmt hatte.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008

Initiale, terminale semiotische Objekte und Nullsemiosen

1. Da die Potenzmenge der Menge der Primzeichen $P = \{1, 2, 3\}$ (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.)

$\wp(P) = \{(1), (2), (3), (1, 2), (2, 3), (1, 3), (1, 2, 3), \emptyset\}$

das "Nullzeichen" Ø enthält (vgl. Toth 2006, S. 15), kann dieses natürlich alle drei semiotischen Kategorialzahlen (vgl. Bense 1975, S. 65 f. zum Unterschied von Kategorial- und Relationalzahlen) und wegen der kategorial-relationalen Oszillation von Subzeichen (vgl. Toth 2012) auch die entsprechenden Semiosen, d.h.

$(2) = (1 \rightarrow 2)$

$(3) = (2 \rightarrow 3)$

wie folgt ersetzen

$R_1^3 = (\emptyset \rightarrow ((\emptyset \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$

$R_2^3 = (1 \rightarrow (\emptyset \rightarrow (1 \rightarrow \emptyset \rightarrow 3)))$

$R_3^3 = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow \emptyset))$.

Da das Zeichen ja nach Bense (1979, S. 53) als "verschachtelte Relation über Relationen", d.h. als

$ZR_r^3 = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$

definiert ist, werden also bei den Ersetzungen jeweils sämtliche Instanzen der jeweiligen Kategorie bzw. Relation ersetzt.

2. Wie man leicht einsieht, stellt gegenüber $(2) = (1 \rightarrow 2)$ und $(3) = (2 \rightarrow 3)$

$(1) = (1 \rightarrow 1)$

eine konstante oder, wie Bense sagte, "Nullsemiose" dar. Sie inhäriert also der kategorial-relationalen Gleichung $(2) = (1 \rightarrow 2)$, insofern, als (1) das Domänen-Element von (2) ist. Es fragt sich also, wie es um die Codomänen-Elemente bestellt ist. Da man theoretisch auch Relationstypen wie folgenden

$R_4^3 = (\varnothing \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$

$R_5^3 = (1 \rightarrow ((\varnothing \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$

$R_6^3 = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (\varnothing \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$

$R_7^3 = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow \varnothing) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$

$R_8^3 = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow \varnothing \rightarrow 3)))$

konstruieren kann, bei denen also nur Ersetzung eines kategorialen Objektes bzw. eines relationalen Morphismus in der eingebetteten oder in der einbettenden, nicht jedoch in mehr als einer Partialrelation vorgenommen ist, stellt offenbar das Nullzeichen Ø das "inhärente Komplement" (iK) von allen drei Kategorien und Abbildungen dar:

$iK(1) = ik(1 \rightarrow 1) = \varnothing$

$iK(2) = ik(1 \rightarrow 2) = \varnothing$

$iK(3) = ik(2 \rightarrow 3) = \varnothing$,

d.h. das inhärente Komplement "konkurriert" mit den nun als adhärenten zu bezeichnenden "gewöhnlichen" Komplementen:

$K(1) = K(1 \rightarrow 1) = ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)$

$K(2) = K(1 \rightarrow 2) = (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))$

$K(3) = K(2 \rightarrow 3) = (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2))$.

Ferner tritt Ø offenbar sowohl als initiales wie als terminales Objekt der semiosischen Abbildungen auf, d.h. es ist zu unterscheiden zwischen den folgenden Basis-Fällen

$K(1) = K(\varnothing \rightarrow 1) = ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)$

$K(1) = K(1 \rightarrow \varnothing) = ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)$

$K(2) = K(\varnothing \rightarrow 2) = (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))$

$K(2) = K(1 \rightarrow \varnothing) = (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))$

$K(3) = K(\varnothing \rightarrow 3) = (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2))$

$K(3) = K(2 \rightarrow \varnothing) = (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2))$.

Beweis: Gemäß Voraussetzung ist Ø iK jeder Kategorie und Relation.

3. Bei semiotischen Kategorien und Relation bzw. Objekten und Morphismen gibt es also zwei Typen von Komplementen: iK und K, ferner tritt das Nullzeichen Ø sowohl als initiales wie als terminales Objekt auf. Daraus folgt nun, daß wegen der Oszillation Ø nicht nur den Abbildungen, sondern auch den Objekten inhäriert, und dies ist deswegen möglich, weil es sich hier ja um eine nullheitliche Relation (und somit um ein Objekt) handelt. Wenn Bense (1975, S. 65) also zwischen Kategorialzahl k und Relationalzahl r bei semiotischen Relationen unterschied, dann gilt für das leere Zeichen bzw. die Nullheit $r(\varnothing) = 0$, aber für Erst-, Zweit- und Drittheit gilt jeweils $r(1) = 1$, $r(2) = 2$, $r(3) = 3$. Für Ø ist somit $k > r$, und dies ist nichts anderes als die formale Definition unserer "Inhärenz".

Das bedeutet nun aber, daß wir neben den bereits bekannten Fällen

$(2)^{\rho} = (1 \rightarrow 2)$

$(3)^{\rho} = (2 \rightarrow 3)$

(sowie dem trivialen Fall $(1) \rightarrow (1 \rightarrow 1)$)

auch noch die folgenden Fälle unterscheiden müssen:

$(2)^{\lambda} = (1 \rightarrow 2)$

$(3)^{\lambda} = (2 \rightarrow 3)$,

d.h. also, sämtliche Kategorien, und nicht nur die nullheitliche, können sowohl als initiale als auch als terminale Objekte bei semiosischen Morphismen auftreten. Aus dem oben Gesagten folgt also für semiotische Objekte:

$(b)^{\rho} \in COD(a \rightarrow b)$

$(b)^{\lambda} \in DOM(a \rightarrow b)$ mit $a, b \in \{1, 2, 3\}$.

Der Unterschied beider Beziehungen verdankt sich somit der Tatsache, daß (b) in $(b)^{\rho} \in COD(a \rightarrow b)$ Relationalzahl und in $(b)^{\lambda} \in DOM(a \rightarrow b)$ Kategorialzahl ist!

Konkret haben wir also für alle x ∈ {1, 2, 3) zu unterscheiden zwischen x als terminales Objekt (Relationalzahl), als initiales Objekt (Kategorialzahl) und als Morphismus (Semiose), d.h. zwischen $(x)^{\lambda}$, $(x)^{\rho}$ und $(y \rightarrow x)$.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008

Toth, Alfred, Komplementäre Zeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Kontexturelle Inklusion

1. Die aus den Benseschen Primzeichen (Bense 1981, S. 17 ff.) zusammengesetzten dyadischen Subzeichen der Form

(a.b) mit a, b ∈ {1, 2, 3}

ähneln insofern den ebenfalls zweigliedrigen komplexen Zahlen, als sie sich streng genommen nicht anordnen lassen. Anders ausgedrückt: Die Anordnung der Benseschen "kleinen Matrix"

	.1	.2	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

ist weitgehend willkürlich, denn trotz der suggestiven Ordnung lassen sich nur *Mengen* von Vorgängern und Nachfolgern eines beliebigen (a.b) mit a oder b > 1 (bzw. < 3) ausmachen und also nicht, wie man wegen der Isomorphie der Primzeichen mit den Peanozahlen (vgl. Bense 1975, S. 168 ff.) annehmen würde, jeweils ein eindeutiger bestimmter Vorgänger bzw. Nachfolger. Z.B. stehen sich symmetrische Dyadenpaare, d.h. solche der Form (a.b) und (b.a) mit a ≠ b gleichzeitig in Vorgänger- als auch Nachfolgerrelation, denn es gilt etwa bei (1.2) und (2.1): 1. < 2., jedoch .2 > .1, d.h. wir haben

(1.2) $\lneq$ (2.1), (1.3) $\lneq$ (3.1), (2.3) $\lneq$ (3.2).

2. Man kann dieses Problem jedoch lösen, indem man statt von den Subzeichen als statischen "Momenten" von ihrem dynamischen Status als Semiosen ausgeht, d.h. man setzt (a.b) → (a. → .b). Dann folgt wegen der Benseschen metarelationalen Zeichendefinition (Bense 1975, S. 53)

(1.1) = (1.1)

(1.2) = ((1.1) , (1.2))

(1.3) = (((1.1), (1.2)), (1.3))

$(2.1) = (2.1)$

$(2.2) = ((2.1), (2.2))$

$(2.3) = (((2.1), (2.2)), (2.3))$

$(3.1) = (3.1)$

$(3.2) = ((3.1), (3.2))$

$(3.3) = (((3.1), (3.2)), (3.3))$.

Wir haben es hier also mit Relationen zwischen Mengen und Teilmengen und nicht mehr mit solchen zwischen Mengen und Elementen zu tun, d.h. wir haben

$((1.1), (1.2))) \supset (2.1)$

$(((1.1), (1.2)), (1.3))) \supset (3.1)$

$(((2.1), (2.2)), (2.3))) \supset ((3.1), (3.2))$.

Nun berücksichtigt aber die Auswechslung von Objekten durch Morphismen

$(a.b) \rightarrow (a. \rightarrow .b)$

die in Toth (2012) behandelte Trennung zwischen Kontexturen von Triaden sowie von Trichotomien, d.h. wir können nunmehr wiederum von der "kurzen" Schreibung der Subzeichen ausgehen und stattdessen die Subzeichen, d.h. die Objekte selbst, kontexturieren:

$(1.1)_{I,1} = (1.1)_{I,1}$

$(1.2)_{I,2} = ((1.1)_{I,1}, (1.2)_{I,2})$

$(1.3)_{I,3} = (((1.1)_{I,1}, (1.2)_{I,2}), (1.3)_{I,3})$

$(2.1)_{II,1} = (2.1)_{II,1}$

$(2.2)_{II,2} = ((2.1)_{II,2}, (2.2)_{II,2})$

$(2.3)_{II,3} = (((2.1)_{II,1}, (2.2)_{II,2}), (2.3)_{II,3})$

$(3.1)_{III,1} = (3.1)_{III,1}$

$(3.2)_{III,2} = ((3.1)_{III,1}, (3.2)_{III,2})$

$(3.3)_{III,3} = (((3.1)_{III,1}, (3.2)_{III,2}), (3.3)_{III,3})$

Wir haben damit

$((1.2)_{I,2} = ((1.1)_{I,1}, (1.2)_{I,2})) \supset (2.1)_{II,1} = (2.1)_{II,1}$

$((1.3)_{I,3} = (((1.1)_{I,1}, (1.2)_{I,2}), (1.3)_{I,3})) \supset (3.1)_{III,1} = (3.1)_{III,1}$.

$((2.3)_{II,3} = (((2.1)_{II,1}, (2.2)_{II,2}), (2.3)_{II,3})) \supset (3.2)_{III,2} = ((3.1)_{III,1}, (3.2)_{III,2})$.

Dies gilt aber freilich nur unter der in Toth (2012) festgestellten Koinzidenz zwischen den Kontexturenzahlen und den triadischen sowie trichotomischen Werten der Subzeichen, die sie indizieren. Da andererseits nämlich

$K_{A,b} \subset K_{B,c}$ falls $A < B$ oder $b < c$ oder beides ($A, B \in$ Triad, $b, c \in$ Trich)

gilt, erhalten wir also im Falle der Nichtkoinzidenz, d.h. im wesentlichen bei "freier" Kontexturierung aller Subzeichen

$((1.2)_{I,2} = ((1.1)_{I,1}, (1.2)_{I,2})) \subsetneq (2.1)_{II,1} = (2.1)_{II,1}$

$((1.3)_{I,3} = (((1.1)_{I,1}, (1.2)_{I,2}), (1.3)_{I,3})) \subsetneq (3.1)_{III,1} = (3.1)_{III,1}$.

$((2.3)_{II,3} = (((2.1)_{II,1}, (2.2)_{II,2}), (2.3)_{II,3})) \subsetneq (3.2)_{III,2} = ((3.1)_{III,1}, (3.2)_{III,2})$,

d.h. genau die selben Strukturenverhältnisse wie bei den Subzeichen als kategorialen Objekten, mit dem Unterschied freilich, daß diese nun kontexturiert auftreten.

Literatur

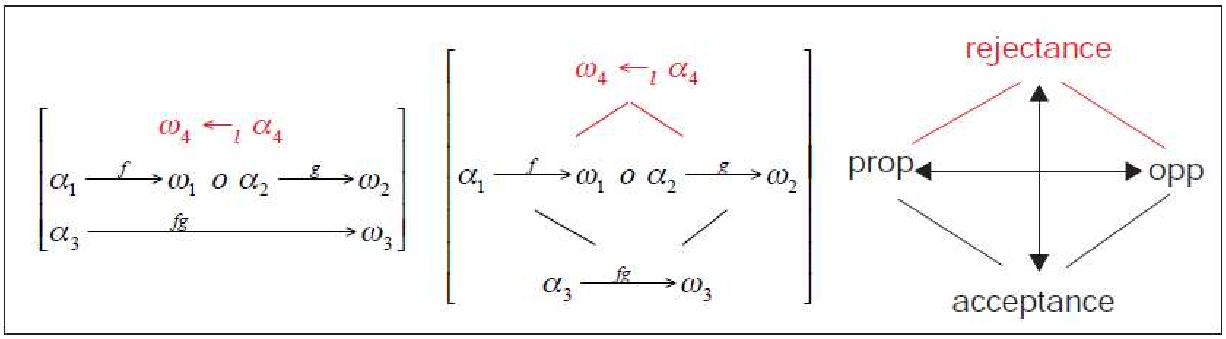
Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Kontexturen und gebrochene Kategorien. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

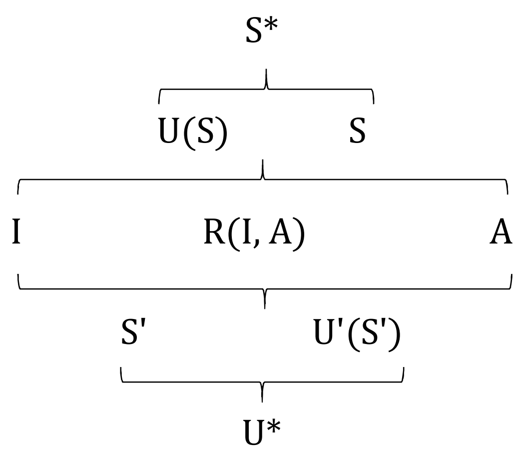
Systeme mit Rändern als 3-stufige Diamanten

1. In Toth (2012) war gezeigt worden, daß man die von Rudolf Kaehr entwickelten "saltarialen" Diamanten, die im Sinne der Komplementarität von (kategorialen) Morphismen und (saltarialen) "Heteromorphismen" zu den Kategorien der Kategorientheorie komplementär sind



(Kaehr 2007, S. 11),

systemtheoretisch wie folgt darstellen kann



worin also die durch Apostroph markierten Terme zu den entsprechenden Termen der Systemdefinition S*

$S^* = [A, \mathcal{R}[A, I], I]$

für den Fall $\mathcal{R}[S, U] = \emptyset$ komplementär sind.

2. Im Falle von Systemen mit "Rändern"

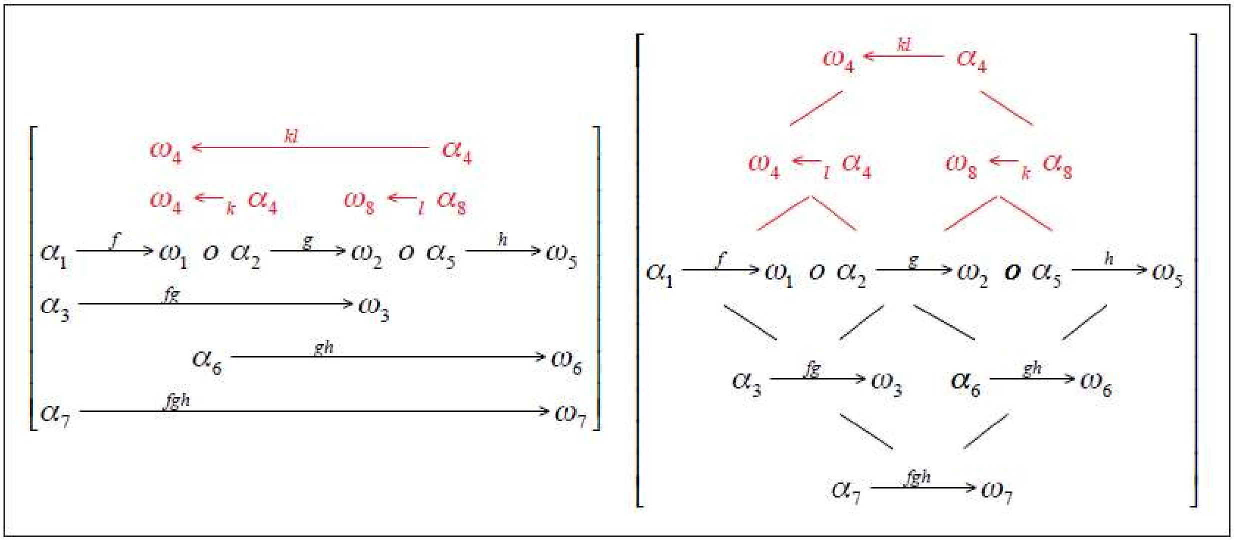
$S^{**} = [S, \mathcal{R}[S, U], U]$

mit $\mathcal{R}[S, U] \neq \emptyset$

bzw. in Verallgemeinerung für jedes gerichtete Paar von Teilsystemen

$S^* = [S_1, \mathcal{R}[S_1, S_2], S_2]$

kann man somit das 3-stufige Diamanten-Modell verwenden, das Kaehr wie folgt skizziert hatte



(Kaehr 2007, S. 12)

Eine mögliche systemtheoretische Belegung der als Systemvariablen interpretierten kategorialen und saltarialen Domänen, Codomänen und Abbildungen sieht wie folgt aus

$$\mathrm{U(S)} \leftarrow \mathrm{S}$$

$$\mathrm{R(I, A)} \leftarrow \mathrm{U(S)} \qquad\qquad \mathrm{R(I, A)} \leftarrow \mathrm{S}$$

$$\mathrm{I} \rightarrow \mathrm{R(I, A)} \circ \mathrm{R(I, A)} \qquad \rightarrow \qquad \mathrm{A} \rightarrow \mathrm{R(I, A)}$$

$$\mathrm{U(S)} \rightarrow \mathrm{R(I, A)} \qquad\qquad \mathrm{S} \rightarrow \mathrm{R(I, A)}$$

$$\mathrm{S} \rightarrow \mathrm{U(S)}$$

Literatur

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007

Toth, Alfred, Systemische Perspektive und kategoriale Diamanten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Reflexionstiefe von Subjekt und Objekt

1. In der 2-wertigen aristotelischen Logik, welche nur eine einzige Negation kennt, gibt es folglich nur die beiden Austauschrelationen

1	2
2	1.

Da die Anzahl von Austauschrelationen für eine n-wertige Logik mit n! berechnet wird, gibt es in einer 3-wertigen nicht-aristotelischen Logik 3! = 6 Austauschrelationen

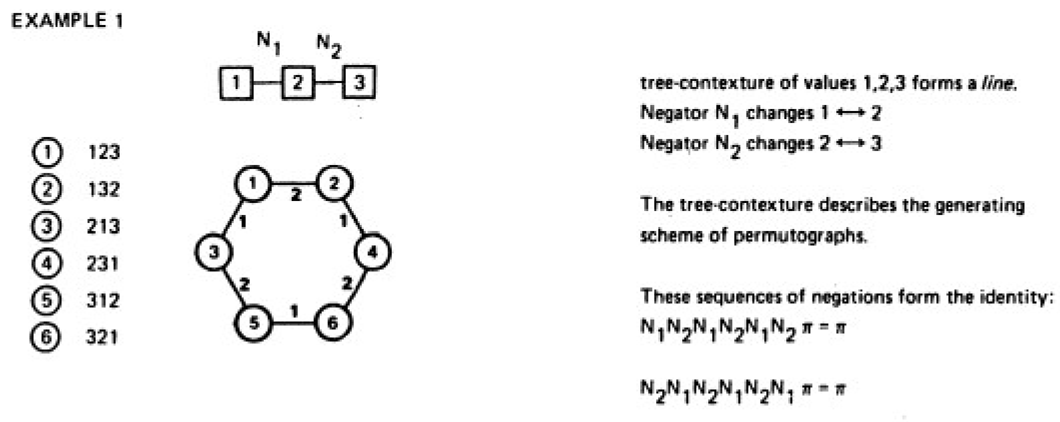
1	1	2	2	3	3
2	3	1	3	1	2
3	2	3	1	2	1,

in einer 4-wertigen Logik sind es natürlich 4! = 24 Austauschrelationen

1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
2	2	3	3	4	4	1	1	3	3	4	4
3	4	2	4	2	3	3	4	1	4	1	3
4	3	4	2	3	2	4	3	4	1	3	1

3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4
1	1	2	2	4	4	1	1	2	2	3	3
2	4	1	4	1	2	2	3	1	3	1	2
4	2	4	1	2	1	3	2	3	1	2	1, usw.

Da es sowohl in der aristotelischen als auch in der nicht-aristotelischen Günther-Logik (vgl. Günther 1976-80) jeweils nur 1 Objektposition gibt, sind also (n-1) Werte Subjektpositionen. Man kann daher solche Permutationen in Form von Zyklen und mit ihrer Hilfe die "Reflexionstiefe" der Subjektivität einer Logik (sowie ihren zugehörigen Ontologien) bestimmen. Graphentheoretisch ist die Reflexionstiefe qua Anzahl von Reflexionszyklen nach einem Vorschlag von Thomas (1982) mit Hilfe von sog. Permutatographen darstellbar, vgl. z.B. den der obigen 3-wertigen Logik mit 3! = Reflexionstypen entsprechenden Permutographen.



Permutograph PG(|3!|,□□□)

2. Demnach besitzt also sowohl vom Standpunkt der aristotelischen als auch von demjenigen der nicht-aristotelisch-güntherschen Logik und Ontologie ein Objekt keine Reflexionstiefe, ja überhaupt keine Reflexivität, denn diese kommt definitionsgemäß dem Subjekt innerhalb der Objekt-Subjekt-Dichotomie zu, während der Selbstreflexivität des 2-wertigen Subjektes die Selbstgegebenheit des 2-wertigen Objektes korrespondiert. Ein Ausdruck wie: der Gedanken eines Gedankens ist sinnvoll, aber ein Ausdruck wie: der Stein des Steines ist nicht sinnvoll. Dies setzt allerdings voraus, daß man an der logischen Dichotomie

$$L = [\Omega, \Sigma] = [P, N] = [p, \neg p]$$

festhält, in der es völlig belanglos ist, ob man die Ordnung der Relata umkehrt oder nicht, d.h. es ist $[p, \neg p] = [\neg p, p]$, da es ja kein Drittes gibt, wodurch p von $\neg$ p unterschieden werden könnte. Das Subjekt selbst koinzidiert ja mit der Negation und ist in der logischen 2-Wertigkeit der logisch nicht-designierte Wert: eine bloße Reflexion des Objektes, eine Art von Schatten und die ganze Logik L einem Lichtschalter vergleichbar, wobei es gleichgültig ist, ob man P mit Licht oder mit Dunkelheit oder N mit Dunkelheit oder mit Licht bezeichnet. Es handelt sich ja hier nicht um logische Positionen, sondern um ihre semiotischen Bezeichnungen. In anderen Worten: Ob man die aristotelische Logik, wie bislang ausnahmlos geschehen, auf der Position P oder aber auf der Negation N aufbaut, die beiden Logiken werden isomorph sein: Tertium non datur.

3. Man kann allerdings mit dem angeblichen Unterschied zwischen Wahr und Falsch, Gut und Böse, Schön und Häßlich ernst machen und, wie in Toth (2014) vorgeschlagen, bei Dichotomien statt von 2 Kategorien nur von 1 ausgehen und die andere als Umgebung der einen definieren (vgl. Toth 2014). Dadurch erhalten wir aus L

$L_1^* = [P, U[P]]$

oder

$L_2^* = [N, U[N]]$

und somit ferner

$L_3^* = [U[P], P]$

oder

$L_4^* = [U[N], N]$.

Setzen wir $X \in \{P, N\}$, bekommen wir also ein Paar von Relationen

$L_1^{**} = [X, U[X]]$

$L_2^{**} = [U[X], X]$.

Allerdings bleibt auch hier, trotz 1 Kategorie, die Logik 2-wertig, nur unterscheiden sich X und U[X] durch ihre Einbettungsstufen, denn selbstverständlich ist

$X \neq U[X]$,

so, wie ja z.B. ein Garten rund ums Haus nicht gleich dem Haus ist. Wir können somit einfacher schreiben

$L_1^{**} = [X, [X]]$

$L_2^{**} = [[X], X]$.

Die wesentlichste Vorteil besteht also darin, daß hiermit der Unterschied zwischen Objekt und Subjekt in L aufgehoben ist und wir nun im Stande sind, nicht nur Permutationszyklen von Subjekten der Form

R(Σ) = [Σ, [Σ, [Σ, [Σ, ...]]],

sondern auch Permutationszyklen von Objekten der Form

R(Ω) = [Ω, [Ω, [Ω, [Ω, ...]]]

zu bilden. Vielleicht hatte Max Bense eine solche Idee im Sinne, als er, als knapp 20jähriger, den folgenden bemerkenswerten Satz schrieb: "Das gespiegelte Ich ist die logische Wurzel des Nicht-Begriffs" (Bense 1934, S. 40). Denn vom Standpunkt aller 2-wertigen Logik gilt ja das genaue Gegenteil: Das gespiegelte Objekt ist das Ich, welches die Subjektposition in L einnimmt.

Literatur

Bense, Max, Raum und Ich. Berlin 1934

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Thomas, Gerhard G., On Permutographs. In: Frolík, Zdeněk (Hrsg.), Proceedings of the 10th Winter School on Abstract Analysis. Palermo 1982, S. 275-286

Toth, Alfred, Das Subjekt als Umgebung des Objekts. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Kontexturierte semiotische Morphismen

1. Wie in Toth (2014a-c) dargelegt, ist die peircesche Zeichenrelation

$Z = R(M, O, I)$

trotz ihrer zehnfach ausdifferenzierbaren Realitätsthematiken und den von ihnen präsentierten strukturellen Realitäten logisch 2-wertig, denn der die Subjektposition in Z repräsentierende Interpretantenbezug kann nur das Ich-Subjekt der aristotelischen Logik abbilden. Am deutlichsten wird dies bei Benses Definition des semiotischen Kommunikationsschemas (vgl. Bense 1971, S. 39 ff.)

$K = (O \rightarrow M \rightarrow I)$,

in dem als Sender der Objektbezug auftritt, der, genau wie in der 2-wertigen Logik (vgl. Günther 1991, S. 176), mit dem Es-Objekt gleichzeitig das Du-Subjekt repräsentiert.

2. Statt die peircesche Zeichenrelation zu erweitern, d.h. logische Mehrwertigkeit mit höherer relationaler n-adizität zu koppeln, wurde daher vorgeschlagen, die von Bense (1975, S. 101) eingeführte semiotische Matrix für jede der $3 \times 3 = 9$ als Einträge fungierenden Subrelationen zu kontexturieren

$(1.1)_i \quad (1.2)_i \quad (1.3)_i$

$(2.1)_i \quad (2.2)_i \quad (2.3)_i$

$(3.1)_i \quad (3.2)_i \quad (3.3)_i$

mit $i \in$ {ich, du, er}. Dadurch wird also die Subjektdeixis vom Interpretantenbezug auf die von ihm qua

$ZR = (M \subset ((M \subset O) \subset (M \subset O \subset I)))$

(vgl. Bense 1979, S. 53) semiotisch inkludierten Mittel- und Objektbezüge ausgedehnt, d.h. das gesamte triadisch-trichotomische System, welches die Matrix repräsentiert, ist nun ich-, du- oder er-deiktisch oder durch Kombinationen dieser Deixen darstellbar.

3. Treten kombinierte Deixen auf, z.B. im folgenden Fall

$$DS = [(3.1)_{ich.du}, (2.2)_{ich,du}, (1.3)_{ich,du}] \times [(3.1)_{du,ich}, (2.2)_{du,ich}, (1.3)_{du,ich}],$$

so hat dies, wie man anhand dieses Beispiels sieht, empfindliche Konsequenzen für die bisherige, auf der Universalität der Eigenrealität (vgl. Bense 1992) gegründete Semiotik, denn hier gilt

$$\times[(3.1)_{ich.du}, (2.2)_{ich,du}, (1.3)_{ich,du}] \neq [(3.1)_{du,ich}, (2.2)_{du,ich}, (1.3)_{du,ich}].$$

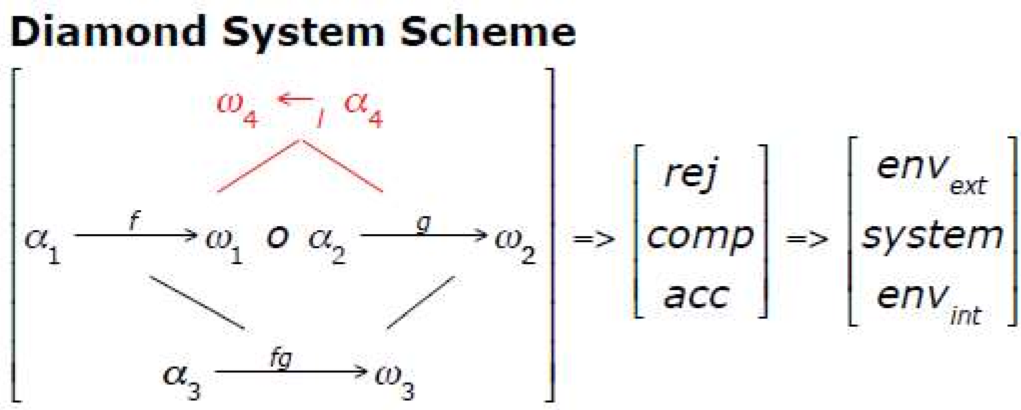
Das bedeutet also, daß nicht nur die bisher Domänen bzw. Codomänen semiosischer Abbildungen repräsentierenden Subrelationen, sondern auch die Abbildungen selbst, die semiosischen Morphismen, deiktisch kontexturiert sind, d.h. wir bekommen

$(id_1)_i$	$(\alpha)_i$	$(\beta\alpha)_i$
$(\alpha°)_i$	$(id_2)_i$	$(\beta)_i$
$(\alpha°\beta°)_i$	$(\beta°)_i$	$(id_3)_i$

Das bedeutet also, daß für jedes Paar von Subrelationen der Form $S_1 = \langle a.b \rangle$ und $S_2 = \langle c.d \rangle$ jeweils drei mögliche kontexturierte Morphismen

$$\begin{tikzcd} \langle a.b \rangle \arrow[r, bend left=60, "du"] \arrow[r, "ich"] \arrow[r, bend right=60, "er"'] & \langle c.d \rangle \end{tikzcd}$$

existieren, die natürlich aus dem Rahmen der ebenfalls logisch 2-wertigen Kategorientheorie fallen (vgl. dazu Toth 1997, S. 21 ff.). Sie fallen allerdings ebenfalls aus dem Rahmen der von Kaehr (2007, S. 2 ff.) eingeführten Differenzierung zwischen Morphismen und Heteromorphismen, vgl. das folgende Schema aus Kaehr (2007, S. 2)



darin die schwarz markierten Pfeile die Morphismen und der recht markierte Pfeil den zugehörigen Heteromorphismus bedeuten. Rein theoretisch kann man zwar Entsprechendes auch für die kontexturierte Semiotik konstruieren, denn z.B. gibt es nicht nur die Konversionen

$\langle a.b \rangle_{ich,du} \rightarrow \langle c.d \rangle_{du,er}$

$\langle a.b \rangle_{ich,du} \leftarrow \langle c.d \rangle_{du,er}$,

sondern auch die weiteren Konversionen

$\langle b.a \rangle_{du,ich} \rightarrow \langle d.c \rangle_{er,du}$

$\langle b.a \rangle_{ich,du} \leftarrow \langle d.c \rangle_{du,er}$,

aber da Semiosen im Gegensatz zu kategorie- und diamantentheoretischen Abbildungen aus prinzipiellen Gründen keine umkehrbaren Abbildungen dar- stellen (vgl. Bense 1981, S. 124 ff.), verbietet sich eine Interpretation der Abbildung

$\langle b.a \rangle_{ich,du} \leftarrow \langle d.c \rangle_{du,er}$

im Sinne eines "semiotischen Heteromorphismus" von selbst. Kontexturierte semiotische Morphismen stellen somit neben den 2-wertigen kategorialen und den mehr-wertigen diamantentheoretischen Morphismen eine dritte, sich weder mit den einen noch mit den anderen deckende Klasse qualitativer Abbildungen dar.

Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Nicht-minimale Semiotiken. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Semiotische Deixis und Kontexturen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

Toth, Alfred, Ontische Objekt- und Subjektkonjunktionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014c

Teilfunktionen permutationeller semiotischer Ordnungen

1. Die peircesche Zeichenrelation, die quasi kanonisch in der folgenden Ordnung gegeben wird

Z = (M, O, I),

tritt dennoch auch in anderen Ordnungen auf, z.B. in dem von Bense (1971, S. 39 ff.) eingeführten semiotischen Kommunikationsschema als

Z = (O, M, I)

und im dem von Bense (1975, S. 58 ff.) zuerst definierten Kreationsschema entweder als

Z = (I, M, O)

oder als

Z = (M, I, O).

Rein theoretisch steht jedenfalls der vollständigen Menge der Permutationen von Z, d.h.

PZ = ((M, O, I), (M, I, O), (O, M, I), (O, I, M), (I, M, O), (I, O, M)),

nichts entgegen.

2. Wie in der semiotischen Kategorientheorie üblich, definieren wir die folgenden semiotischen Funktionen als semiotische Morphismen

α: $(M \rightarrow O)$

β: $(O \rightarrow I)$,

wobei die komponierten Morphismen natürlich durch

$\beta\alpha$: $(M \rightarrow I)$

$\alpha°\beta°$: $(I \rightarrow M)$

definiert sind. Da α die semiotische Bezeichnungsfunktion, β die semiotische Bedeutungsfunktion und $\alpha°\beta°$ die semiotische Gebrauchsfunktion ist, bekommen wir das im folgenden dargestellte Gesamtschema von Teilfunktionen permutationeller semiotischer Ordnungen.

2.1. $Z_1 = (M, O, I)$

f_1: $(M \rightarrow O) \circ (O \rightarrow I) = \alpha \circ \beta =$

Bez ∘ Bed.

2.2. $Z_2 = (M, I, O)$

f_2: $(M \rightarrow I) \circ (I \rightarrow O) = \beta\alpha \circ \beta° =$

$Geb^{-1} \circ Bed^{-1}$.

2.3. $Z_3 = (O, M, I)$

f_3: $(O \rightarrow M) \circ (M \rightarrow I) = \alpha° \circ \beta\alpha =$

$Bez^{-1} \circ Geb^{-1}$.

2.4. $Z_4 = (O, I, M)$

f_4: $(O \rightarrow I) \circ (I \rightarrow M) = \beta \circ \alpha°\beta° =$

Bed ∘ Geb.

2.5. $Z_5 = (I, M, O)$

f_5: $(I \rightarrow M) \circ (M \rightarrow O) = \alpha°\beta° \circ \alpha =$

Geb ∘ Bez.

2.6. $Z_6 = (I, O, M)$

f_6: $(I \rightarrow O) \circ (O \rightarrow M) = \beta\circ \circ \alpha° =$

$Bed^{-1} \circ Bez^{-1}$.

Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Definition semiotischer Funktionen als Ränder

1. Bekanntlich wird innerhalb der Semiotik zwischen Bezeichnungsfunktion, Bedeutungsfunktion und Gebrauchsfunktion unterschieden (vgl. Walther 1979, S. 113 ff.). Wie z.B. in Toth (1997), können diese Funktionen als kategorientheoretische Morphismen wie folgt definiert werden

α:	$(M \rightarrow O)$	Bezeichnungsfunktion
β:	$(O \rightarrow I)$	Bedeutungsfunktion
$\alpha°\beta°$:	$(I \rightarrow M)$	Gebrauchsfunktion

2. Nun wurde in Toth (2014) gezeigt, daß man mit Hilfe dieser dyadischen Funktionen, welche also die vollständige triadische Zeichenrelation Z = (M, O, I) voraussetzen, folgende 3 mal 4 Einbettungsrelationen definieren kann

2.1. Einbettungsrelationen der Bezeichnung

[M, [O]] [[O], M]

[[M], O] [O, [M]]

2.2. Einbettungsrelationen der Bedeutung

[O, [I]] [[I], O]

[[O], I] [I, [O]]

2.3. Einbettungsrelationen des Gebrauchs

[I, [M]] [[M], I]

[[I], M] [M, [I]].

3. Wenn wir ein Paar von Subrelationen nehmen, wie z.B.

S = <<3.1>, <2.3>>,

dann besteht das Problem auf kategorientheoretischer Ebene somit darin, ob die morphismischen Abbildungen getrennt nach den triadischen Haupt- und den trichotomischen Stellenwerten bestimmt werden sollen, oder ob es eine

Möglichkeit gibt, die beiden Teilrelationen des Dyadenpaares in S als Subrelationen aufeinander abzubilden. Man könnte dabei wie folgt vorgehen

$\beta° = 3. \rightarrow 2.$

$\beta\alpha = .1 \rightarrow .3.$

Ansonsten bleibt nur die Möglichkeit, die Subrelationen selbst als Morphismen aufzufassen und aufeinander abzubilden, d.h. wir haben dann

$(3.1) \rightarrow (2.3) = (\alpha°\beta° \rightarrow \beta).$

Das erste Verfahren, die Abbildung nach Primzeichen, ist deswegen problematisch, weil die beiden semiotischen Morphismen α und β nicht zwischen triadischen Zeichenzahlen der Form (x.) und trichotomischen Zeichenzahlen der Form (.x) unterscheiden können. Das zweite Verfahren, die Abbildung nach Subzeichen, ist deswegen problematisch, weil es sich hier nicht um Abbildungen, sondern um Abbildungen von Abbildungen handelt. Allerdings läßt sich dieses zweite Verfahren durch den doppelten Status der Subzeichen, zugleich statische Zeichenzustände und dynamische Zeichenabbildungen (Semiosen) zu repräsentieren, legitimieren.

4. Wenn wir aus diesen Erwägungen den Schluß ziehen dürfen, daß das zweite Verfahren, Abbildungen 2. Stufe zwischen Subzeichen als Subrelationen triadischer Zeichenrelationen, dem ersten Verfahren vorzuziehen ist, dann stehen wir nun allerdings vor einem neuen Problem, denn wie sollen wir mit Hilfe von Abbildungen 2. Stufe die verschiedenen Einbettungsstufen von Primzeichen innerhalb der in Kap. 2 aufgelisteten Subrelationen definieren? Allerdings stellt sich das gleiche Problem auch für das erstere Verfahren, denn z.B. müßte dann der semiotische Morphismus α für die folgenden beiden Fälle separat definiert werden

$\alpha_1 := \ [M, [O]] = (1 \rightarrow [2])$

$\alpha_2 := \ [[M], O] = ([1] \rightarrow 2)$

Für die beiden übrigen Fälle stellt sich das Problem jedoch selbstverständlich nicht, denn es sind

$[[O], M] = \alpha_1°$

$[O, [M]] = \alpha_2°$.

Es handelt sich hier somit um eines der nicht wenigen ungelösten semiotischen Probleme.

Literatur

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Ränder und Permutationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Eigenreale und kategorienreale Homöostase

1. Im Anschluß an Toth (2014a-d) verstehen wir unter semiotischer Homöostase die Selbstregulierung semiotisch-morphogenetischer Systeme (vgl. Bense 1983, S. 81 ff., Toth 2007). In der peirce-benseschen Identitätssemiotik gibt es eine solche Homöostase nur kraft dem als dualidentisch bestimmten sog. eigenrealen Dualsystem in Form des "determinantensymmetrischen Dualitätssystems", das wir in der Form, wie es in Bense (1992, S. 76) erscheint, hier wiedergeben.

Zkl			Rth			Rpw	
3.1	2.1	1.1	1.1	1.2	1.3	9	
3.1	2.1	1.2	2.1	1.2	1.3	10	Mittel
3.1	2.1	1.3	3.1	1.2	1.3	11	
3.1	2.2	1.2	2.1	2.2	1.3	11	
3.2	2.2	1.2	2.1	2.2	2.3	12	Objekt
3.2	2.2	1.3	3.1	2.2	2.3	13	
3.1	2.3	1.3	3.1	3.2	1.3	13	
3.2	2.3	1.3	3.1	3.2	2.3	14	Interpretant
3.3	2.3	1.3	3.1	3.2	3.3	15	
3.1	2.2	1.3	3.1	2.2	1.3	12	Eigenrealität

In Sonderheit gibt es also in einer 2-wertigen Semiotik kein dem eigenrealen korrespondierendes "kategorienreales" Dualitätssystem, auch wenn Bense die Kategorienrealität als "Eigenrealität schwächerer Repräsentation" (1992, S. 40) bezeichnet hatte. Führt man jedoch den Einbettungsoperator E in die Semiotik ein und wendet ihn auf ein Subzeichen der allgemeinen Form

S = <x.y>

an, so ergibt

E(S) =[[a, [b]], [[b], a], [[a], b], [b, [a]]],

d.h. wir bekommen das folgende Quadrupel

$S_1 = [a, [b]]$ $\qquad$ $S_2 = [[b], a]$

$S_3 = [b, [a]]$ $\qquad$ $S_4 = [[b], a]$.

E verändert somit nicht nur den Einbettungsgrad jeder Zeichenzahl, sondern auch deren Position innerhalb der geordneten Paare. Darauf folgt in Sonderheit die Aufhebung des die logische 2-Wertigkeit garantierenden Identitätssatzes für die Semiotik vermöge

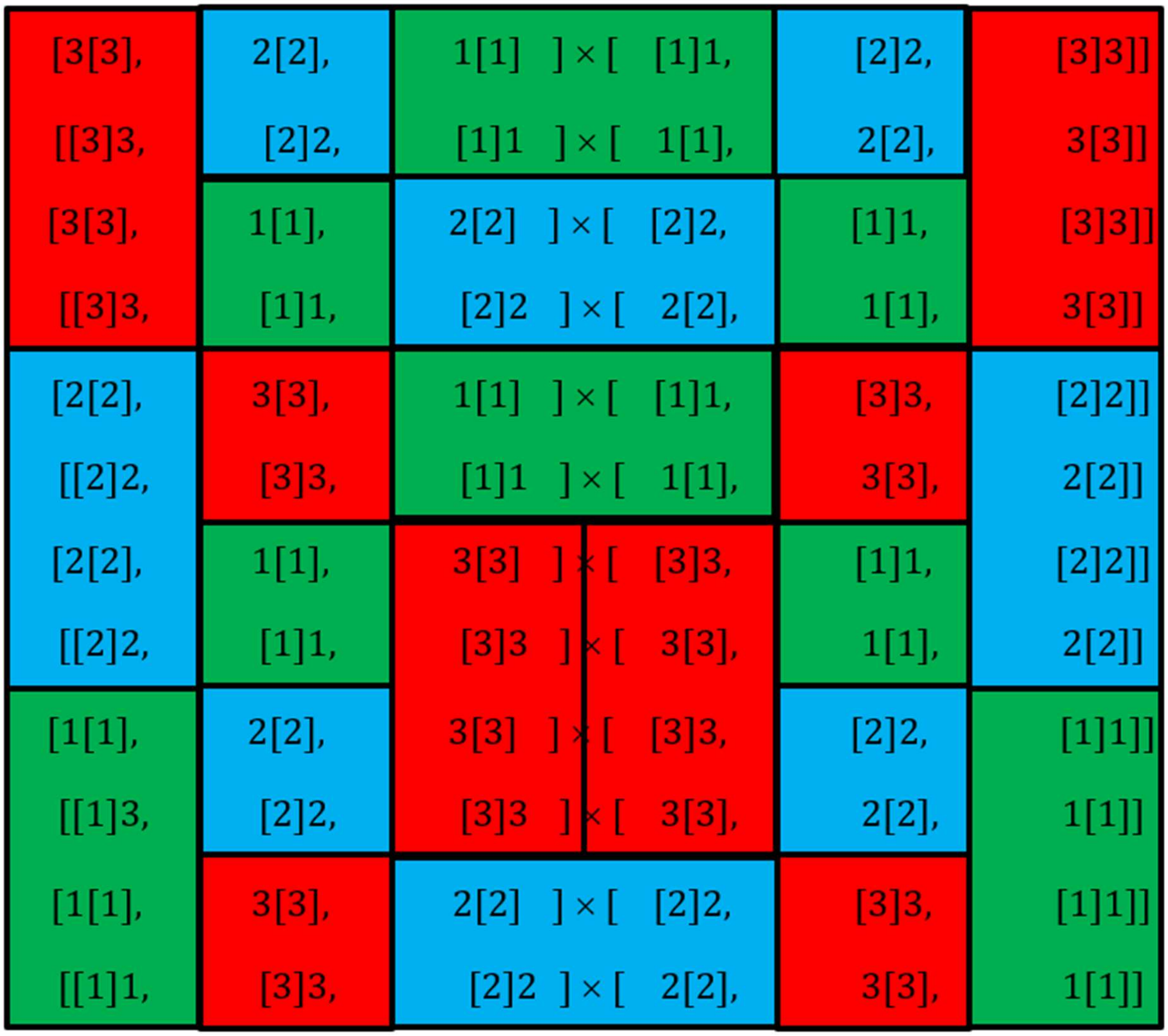
$\times \langle x.x \rangle \neq [[x, [x]], [[x], x]]$,

d.h. also nicht nur, daß die sog. genuinen, bislang als identitive Morphismen aufgefaßten Subrelationen der semiotischen Hauptdiagonalen nicht mehr selbst-identisch sind, sondern daß auch die die semiotische Nebendiagonale bildende Zeichenklasse bzw. Realitätsthematik nicht mehr eigenreal ist. Im folgenden soll jedoch gezeigt werden, daß das in Toth (2014d) eingeführte 12-Tupel semiomorphogenetischer Dualitätssysteme eine neue Form von Identität, nun allerdings von morphogenetisch vermittelter Identität, in die Semiotik bringt, und das (nicht ohne weiteres zu erwartende) wichtigste Ergebnis besteht darin, daß diese Systeme vermittelter Teilsysteme nicht nur eine neue Form von eigenrealer, sondern auch von kategorienrealer Homöostase erzeugen.

2.1. Eigenreale Homöostase

[3[1],	2[2],	1[3]	] × [	[3]1,	[2]2,	[1]3]]
[[3]1,	[2]2,	[1]3	] × [	3[1],	2[2],	1[3]]
[3[1],	1[3],	2[2]	] × [	[2]2,	[3]1,	[1]3]]
[[3]1,	[1]3,	[2]2	] × [	2[2],	1[3],	1[3]]
[2[2],	3[1],	1[3]	] × [	[3]1,	[1]3,	[2]2]]
[[2]2,	[3]1,	[1]3	] × [	1[3],	1[3],	2[2]]
[2[2],	1[3],	3[1]	] × [	[1]3,	[3]1,	[2]2]]
[[2]2,	[1]3,	[3]1	] × [	1[3],	3[1],	2[2]]
[1[3],	2[2],	3[1]	] × [	[1]3,	[2]2,	[3]1]]
[[1]3,	[2]2,	[3]1	] × [	1[3],	2[2],	3[1]]
[1[3],	3[1],	2[2]	] × [	[2]2,	[1]3,	[3]1]]
[[1]3,	[3]1,	[2]2	] × [	2[2],	1[3],	3[1]]

2.2. Kategorienreale Homöostase



Man beachte, daß das System der kategorienrealen Homöostase irreduzibel ist, obwohl sich Quadrupel für den Fall, daß x = y ist, natürlich im Prinzip auf Paare reduzieren lassen. Was die Reduktion des obigen Systems jedoch verhindert, ist wiederum die relative Position von Teildualitäten innerhalb der Teilsysteme des Gesamtsystems. Dieser Sachverhalt führt nun dazu, daß die homöostatischen Strukturen von Eigen- und Kategorienrealität unter Beseitigung identitätssemiotischer 2-Wertigkeit sogar identisch sind. Anders gesagt: Eine Rückabbildung der beiden homöostatisch-morphogenetischen semiotischen Systeme auf die Identitätssemiotik schließt eine gemeinsame Homöostase von Eigen- und Kategorienrealität wieder aus. Benses Vermutung, es könnte sich bei der Kategorienrealität um eine abgeschwächte Form von Eigenrealität handeln, bewahrt also ihre Gültigkeit nach Aufhebung des Identitässatzes nicht nur, sondern bestätigt diese Vermutung sogar in überraschender Weise. Man könnte abschließend folgende Vermutung aufstellen: Während die eigenreale Homöostase den semiotischen Zureichenden Grund für das bensesche semiotische Universum (vgl. Bense 1983) repräsentiert, repräsentiert die kategorienreale Homöostase das semiotische Universum selbst, d.h. beide Homöostasen zusammen, die ja außerdem strukturell nicht nur isomorph, sondern identisch sind, etablieren das System der Theoretischen Semiotik im Sinne eines im modelltheoretischen Sinne abgeschlossenen Universums.

Literatur

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Semiomorphogenetische Stabilität und Instabilität. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Mesozeichenklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

Toth, Alfred, Mesozeichenklassen und Wittgensteins Fugenproblem. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014c

Toth, Alfred, Semiomorphogenetische Homöostase. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014d

Ontische algebraische Kategorien

1. Daß man die algebraische Kategorientheorie zur mathematischen Darstellung der Semiotik verwenden kann, ist eine Idee, die von Max Bense selbst stammt (vgl. Bense 1981, S. 124 ff.). Das bislang umfassendste System einer kategorientheoretischen Semiotik findet sich in Toth (1997). Auch der Laie kennt MacLanes bekannte Aussage, daß in der Kategorientheorie mit "Pfeilen" gerechnet wird. Man kann somit Morphismen, Funktoren, natürliche Transformationen und verwandte Typen von Abbildungen statt entitätischer Zahlen oder Mengen zur Begründung der Mathematik und der Semiotik verwenden. Wegen der zuletzt in Toth (2015) umfassend dargestellten ontisch-semiotischen Isomorphie kann man nun auch, zunächst wenigstens in ihren elementarsten Grundzügen, eine ontische Kategorientheorie begründen.

2. Das vollständige semiotische Tripel-Universum

2.1. Randkonstante semiotische Tripel

2.1.1. Isomorph zu den ontotopologischen Grundstrukturen

$<3.3.3>_{S}$	$<3.2.3>_{S}$	$<3.2.3>_{R[S,U]}$	$<3.2.3>_{U}$	$<3.3.3>_{U}$
$<3.3.2>_{S[S]}$	$<3.2.2>_{S[S]}$	$<3.2.2>_{R[S,U]}$	$<3.2.2>_{U[S]}$	$<3.3.2>_{U}$
$<3.3.2>_{S[U]}$	$<3.2.2>_{S[U]}$	$<3.2.2>_{R[U,S]}$	$<3.2.2>_{U[U]}$	$<3.3.2>_{U}$
$<3.3.1>_{S}$	$<3.2.1>_{S}$	$<3.2.1>_{R[S,U]}$	$<3.2.1>_{U}$	$<3.3.1>_{U}$

2.1.2. Nicht-isomorph zu den ontotopologischen Grundstrukturen

$<3.1.1>_{S}$	$<3.1.1>_{S[S]}$	$<3.1.1>_{R[S,U]}$	$<3.1.1>_{U[S]}$	$<3.1.1>_{U}$
$<3.1.1>_{S}$	$<3.1.1>_{S[U]}$	$<3.1.1>_{R[U,S]}$	$<3.1.1>_{U[U]}$	$<3.1.1>_{U}$
$<3.1.2>_{S}$	$<3.1.2>_{S[S]}$	$<3.1.2>_{R[S,U]}$	$<3.1.2>_{U[S]}$	$<3.1.1>_{U}$
$<3.1.2>_{S}$	$<3.1.2>_{S[U]}$	$<3.1.2>_{R[U,S]}$	$<3.1.2>_{U[U]}$	$<3.1.1>_{U}$
$<3.1.3>_{S}$	$<3.1.3>_{S[S]}$	$<3.1.3>_{R[S,U]}$	$<3.1.3>_{U[S]}$	$<3.1.3>_{U}$
$<3.1.3>_{S}$	$<3.1.3>_{S[U]}$	$<3.1.3>_{R[U,S]}$	$<3.1.3>_{U[U]}$	$<3.1.3>_{U}$

2.2. Partiell randkonstante semiotische Tripel

2.2.1. Isomorph zu den ontotopologischen Grundstrukturen

$\langle 2.3.3\rangle_{S}$	$\langle 2.2.3\rangle_{S}$	$\langle 2.2.3\rangle_{R[S,U]}$	$\langle 2.2.3\rangle_{U}$	$\langle 2.3.3\rangle_{U}$
$\langle 2.3.2\rangle_{S[S]}$	$\langle 2.2.2\rangle_{S[S]}$	$\langle 2.2.2\rangle_{R[S,U]}$	$\langle 2.2.2\rangle_{U[S]}$	$\langle 2.3.2\rangle_{U}$
$\langle 2.3.2\rangle_{S[U]}$	$\langle 2.2.2\rangle_{S[U]}$	$\langle 2.2.2\rangle_{R[U,S]}$	$\langle 2.2.2\rangle_{U[U]}$	$\langle 2.3.2\rangle_{U}$
$\langle 2.3.1\rangle_{S}$	$\langle 2.2.1\rangle_{S}$	$\langle 2.2.1\rangle_{R[S,U]}$	$\langle 2.2.1\rangle_{U}$	$\langle 2.3.1\rangle_{U}$

2.2.2. Nicht-isomorph zu den ontotopologischen Grundstrukturen

$\langle 2.1.1\rangle_{S}$	$\langle 2.1.1\rangle_{S[S]}$	$\langle 2.1.1\rangle_{R[S,U]}$	$\langle 2.1.1\rangle_{U[S]}$	$\langle 2.1.1\rangle_{U}$
$\langle 2.1.1\rangle_{S}$	$\langle 2.1.1\rangle_{S[U]}$	$\langle 2.1.1\rangle_{R[U,S]}$	$\langle 2.1.1\rangle_{U[U]}$	$\langle 2.1.1\rangle_{U}$
$\langle 2.1.2\rangle_{S}$	$\langle 2.1.2\rangle_{S[S]}$	$\langle 2.1.2\rangle_{R[S,U]}$	$\langle 2.1.2\rangle_{U[S]}$	$\langle 2.1.1\rangle_{U}$
$\langle 2.1.2\rangle_{S}$	$\langle 2.1.2\rangle_{S[U]}$	$\langle 2.1.2\rangle_{R[U,S]}$	$\langle 2.1.2\rangle_{U[U]}$	$\langle 2.1.1\rangle_{U}$
$\langle 2.1.3\rangle_{S}$	$\langle 2.1.3\rangle_{S[S]}$	$\langle 2.1.3\rangle_{R[S,U]}$	$\langle 2.1.3\rangle_{U[S]}$	$\langle 2.1.3\rangle_{U}$
$\langle 2.1.3\rangle_{S}$	$\langle 2.1.3\rangle_{S[U]}$	$\langle 2.1.3\rangle_{R[U,S]}$	$\langle 2.1.3\rangle_{U[U]}$	$\langle 2.1.3\rangle_{U}$

2.3. Nicht-randkonstante semiotische Tripel

2.3.1. Isomorph zu den ontotopologischen Grundstrukturen

$\langle 1.3.3\rangle_{S}$	$\langle 1.2.3\rangle_{S}$	$\langle 1.2.3\rangle_{R[S,U]}$	$\langle 1.2.3\rangle_{U}$	$\langle 1.3.3\rangle_{U}$
$\langle 1.3.2\rangle_{S[S]}$	$\langle 1.2.2\rangle_{S[S]}$	$\langle 1.2.2\rangle_{R[S,U]}$	$\langle 1.2.2\rangle_{U[S]}$	$\langle 1.3.2\rangle_{U}$
$\langle 1.3.2\rangle_{S[U]}$	$\langle 1.2.2\rangle_{S[U]}$	$\langle 1.2.2\rangle_{R[U,S]}$	$\langle 1.2.2\rangle_{U[U]}$	$\langle 1.3.2\rangle_{U}$
$\langle 1.3.1\rangle_{S}$	$\langle 1.2.1\rangle_{S}$	$\langle 1.2.1\rangle_{R[S,U]}$	$\langle 1.2.1\rangle_{U}$	$\langle 1.3.1\rangle_{U}$

2.3.2. Nicht-isomorph zu den ontotopologischen Grundstrukturen

$\langle 1.1.1\rangle_{S}$	$\langle 1.1.1\rangle_{S[S]}$	$\langle 1.1.1\rangle_{R[S,U]}$	$\langle 1.1.1\rangle_{U[S]}$	$\langle 1.1.1\rangle_{U}$
$\langle 1.1.1\rangle_{S}$	$\langle 1.1.1\rangle_{S[U]}$	$\langle 1.1.1\rangle_{R[U,S]}$	$\langle 1.1.1\rangle_{U[U]}$	$\langle 1.1.1\rangle_{U}$
$\langle 1.1.2\rangle_{S}$	$\langle 1.1.2\rangle_{S[S]}$	$\langle 1.1.2\rangle_{R[S,U]}$	$\langle 1.1.2\rangle_{U[S]}$	$\langle 1.1.1\rangle_{U}$
$\langle 1.1.2\rangle_{S}$	$\langle 1.1.2\rangle_{S[U]}$	$\langle 1.1.2\rangle_{R[U,S]}$	$\langle 1.1.2\rangle_{U[U]}$	$\langle 1.1.1\rangle_{U}$

$<1.1.3>_S$ $<1.1.3>_{S[S]}$ $<1.1.3>_{R[S,U]}$ $<1.1.3>_{U[S]}$ $<1.1.3>_U$

$<1.1.3>_S$ $<1.1.3>_{S[U]}$ $<1.1.3>_{R[U,S]}$ $<1.1.3>_{U[U]}$ $<1.1.3>_U$

3. Selbstverständlich sind die in Kap. 2 gegebenen, mit den ontischen Grundstrukturen nicht-isomorphen semiotischen Tripel-Relationen ebenfalls ontisch-semiotisch isomorph. Wie diese ontischen Strukturen aussehen, muß einer anderen Arbeit vorbehalten bleiben, denn uns interessiert hier zunächst lediglich die Substitution entitätischer Tripel durch Relationen aus Morphismen.

3.1. Zunächst definieren wir

α: $(1 \rightarrow 2)$,

β: $(2 \rightarrow 3)$,

daraus folgt

$\alpha°$: $(2 \rightarrow 1)$,

$\beta°$: $(3 \rightarrow 2)$,

so daß wir die komponierten Morphismen

$\beta\alpha$: $(1 \rightarrow 3)$

$\alpha°\beta°$: $(3 \rightarrow 1)$

haben.

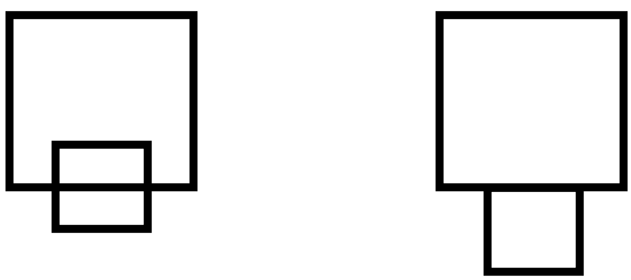
Mit Hilfe von α und β können also die Übergänge für jedes Paar von Tripel-Relationen

t: $S_1 = <x_1.y_1.z_1> \rightarrow S_2 = <x_2.y_2.z_2>$

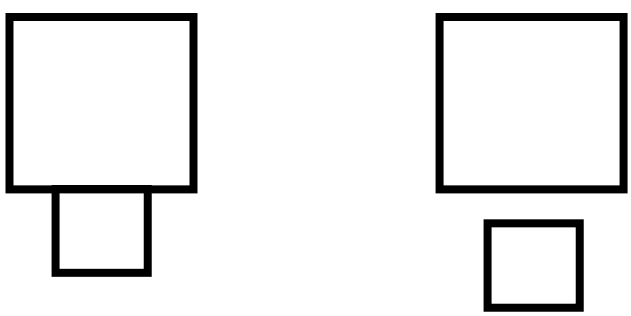
für alle x_i, y_j und z_k mit i, j, k $\in \mathbb{N}$ bestimmt werden. Z.B. werden die folgenden Übergänge der vollständigen 4er-Reihe von teilsystemabgeschlossener Randkonstanz wie folgt bestimmt.

t_1: $<3.3.3>_S$ → $<3.2.3>_S$ $= <id_3, \beta°, id_3>_S$

t_2: $<3.2.3>_S$ → $<3.2.3>_{R[S,U]}$ $= <id_3, id_2, id_3>_{S \rightarrow R[S,U]}$



t_3: $<3.2.3>_{R[S,U]}$ → $<3.2.3>_U$ $= <id_3, id_2, id_3>_{R[S,U] \rightarrow U}$



t_4: $<3.2.3>_U$ → $<3.3.3>_U$ $= <id_3, \alpha, id_3>_U$

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Ontische Isomorphie und Nicht-Isomorphie semiotischer Tripel-Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015

Das kategorientheoretische ontische Tripel-Universum I

1. Vermöge Toth (2014a-c) ist jede ontisch-semiotische Tripelrelation $S = <x.y.z>$ mit x, y, z ∈ in der Form

$S = <R[S, S^*], R[T, S], \underline{T}>$

darstellbar, darin $S \subset S^*$, $T \subset S$ gilt und $\underline{T}$ der topologische Raum von T ist.

2. Das vollständige kategorientheoretische Tripel-Universum

Es werden im folgenden nur die horizontalen Übergänge zwischen den Tripeln durch Tripel von Morphismen dargestellt. Nimmt man die vertikalen Übergänge dazu, erhält man das vollständige ontische Tripel-Universum, das man mit dem vollständigen semiotischen kategorientheoretischen Tripel-Universum in Toth (1997) vergleiche.

2.1. Randkonstante ontische Morphismen

2.1.1. Isomorphie zu den ontotopologischen Grundstrukturen

$<3.3.3>_{S[S]}$ $<3.2.3>_{S[S]}$ $<3.2.3>_{R[S,U]}$ $<3.2.3>_{U[U]}$ $<3.3.3>_{U[U]}$

$<id_3, \beta°, id_3>_{S[S]}$ $<id_3, id_2, id_3>_{S[S]\rightarrow R[S,U]}$ $<id_3, id_2, id_3>_{R[S,U]\rightarrow U[U]}$ $<id_3, \beta, id_3>_{U[U]}$

$<3.3.2>_{S[S]}$ $<3.2.2>_{S[S]}$ $<3.2.2>_{R[S,U]}$ $<3.2.2>_{U[S]}$ $<3.3.2>_{U[U]}$

$<id_3, \beta°, id_2>_{S[S]}$ $<id_3, id_2, id_2>_{S[S]\rightarrow R[S,U]}$ $<id_3, id_2, id_2>_{R[S,U]\rightarrow U[S]}$ $<id_3, \beta, id_2>_{U[S]\rightarrow U[U]}$

$<3.3.2>_{S[U]}$ $<3.2.2>_{S[U]}$ $<3.2.2>_{R[U,S]}$ $<3.2.2>_{U[U]}$ $<3.3.2>_{U[U]}$

$<id_3, \beta°, id_2>_{S[U]}$ $<id_3, id_2, id_2>_{S[U]\rightarrow R[U,S]}$ $<id_3, id_2, id_2>_{R[U,S]\rightarrow U[U]}$ $<id_3, \beta, id_2>_{U[U]}$

$<3.3.1>_{S[S]}$ $<3.2.1>_{S[S]}$ $<3.2.1>_{R[S,U]}$ $<3.2.1>_{U[U]}$ $<3.3.1>_{U[U]}$

$<id_3, \beta°, id_1>_{S[S]}$ $<id_3, id_2, id_1>_{S[S]\rightarrow R[S,U]}$ $<id_3, id_2, id_1>_{R[S,U]\rightarrow U[U]}$ $<id_3, \beta, id_1>_{U[U]}$

2.1.2. Nicht-Isomorphie zu den ontotopologischen Grundstrukturen

$<3.1.1>_{S[S]}$ $<3.1.1>_{S[S]}$ $<3.1.1>_{R[S,U]}$ $<3.1.1>_{U[S]}$ $<3.1.1>_{U[U]}$

$<id_3, id_1, id_1>_{S[S]}$ $<id_3, id_1, id_1>_{S[S]\rightarrow R[S,U]}$ $<id_3, id_1, id_1>_{R[S,U]\rightarrow U[S]}$ $<id_3, id_1, id_1>_{U[S]\rightarrow U[U]}$

$<3.1.1>_{S[S]}$ $<3.1.1>_{S[U]}$ $<3.1.1>_{R[U,S]}$ $<3.1.1>_{U[U]}$ $<3.1.1>_{U[U]}$

$<id_3, id_1, id_1>_{S[S]\rightarrow S[U]}$ $<id_3, id_1, id_1>_{S[U]\rightarrow R[U,S]}$ $<id_3, id_1, id_1>_{R[U,S]\rightarrow U[U]}$ $<id_3, id_1, id_1>_{U[U]}$

$<3.1.2>_{S[S]}$ $<3.1.2>_{S[S]}$ $<3.1.2>_{R[S,U]}$ $<3.1.2>_{U[S]}$ $<3.1.1>_{U[U]}$

$<id_3, id_1, id_2>_{S[S]}$ $<id_3, id_1, id_2>_{S[S]\rightarrow R[S,U]}$ $<id_3, id_1, id_2>_{R[S,U]\rightarrow U[S]}$ $<id_3, id_1, \alpha°>_{U[S]\rightarrow U[U]}$

$<3.1.2>_{S[S]}$ $<3.1.2>_{S[U]}$ $<3.1.2>_{R[U,S]}$ $<3.1.2>_{U[U]}$ $<3.1.1>_{U[U]}$

$<id_3, id_1, id_2>_{S[S]\rightarrow S[U]}$ $<id_3, id_1, id_2>_{S[U]\rightarrow R[U,S]}$ $<id_3, id_1, id_2>_{R[U,S]\rightarrow U[U]}$ $<id_3, id_1, \alpha°>_{U[U]}$

$<3.1.3>_{S[S]}$ $<3.1.3>_{S[S]}$ $<3.1.3>_{R[S,U]}$ $<3.1.3>_{U[S]}$ $<3.1.3>_{U[U]}$

$<id_3, id_1, id_3>_{S[S]}$ $<id_3, id_1, id_3>_{S[S]\rightarrow R[S,U]}$ $<id_3, id_1, id_3>_{R[S,U]\rightarrow U[S]}$ $<id_3, id_1, id_3>_{U[S]\rightarrow U[U]}$

$<3.1.3>_{S[S]}$ $<3.1.3>_{S[U]}$ $<3.1.3>_{R[U,S]}$ $<3.1.3>_{U[U]}$ $<3.1.3>_{U[U]}$

$<id_3, id_1, id_3>_{S[S]\rightarrow S[U]}$ $<id_3, id_1, id_3>_{S[U]\rightarrow R[U,S]}$ $<id_3, id_1, id_3>_{R[U,S]\rightarrow U[U]}$ $<id_3, id_1, id_3>_{U[U]}$

2.2. Partiell randkonstante ontische Morphismen

2.2.1. Isomorphie zu den ontotopologischen Grundstrukturen

$<2.3.3>_{S[S]}$ $<2.2.3>_{S[S]}$ $<2.2.3>_{R[S,U]}$ $<2.2.3>_{U[U]}$ $<2.3.3>_{U[U]}$

$<id_2, \beta°, id_3>_{S[S]}$ $<id_2, id_2, id_3>_{S[S]\rightarrow R[S,U]}$ $<id_2, id_2, id_3>_{R[S,U]\rightarrow U[U]}$ $<id_2, \beta, id_3>_{U[U]}$

$<2.3.2>_{S[S]}$ $<2.2.2>_{S[S]}$ $<2.2.2>_{R[S,U]}$ $<2.2.2>_{U[S]}$ $<2.3.2>_{U[U]}$

$<id_2, \beta°, id_2>_{S[S]}$ $<id_2, id_2, id_2>_{S[S]\rightarrow R[S,U]}$ $<id_2, id_2, id_2>_{R[S,U]\rightarrow U[S]}$ $<id_2, \beta, id_2>_{U[S]\rightarrow U[U]}$

$<2.3.2>_{S[U]}$ $<2.2.2>_{S[U]}$ $<2.2.2>_{R[U,S]}$ $<2.2.2>_{U[U]}$ $<2.3.2>_{U[U]}$

$<id_2, \beta°, id_2>_{S[U]}$ $<id_2, id_2, id_2>_{S[U]\rightarrow R[U,S]}$ $<id_2, id_2, id_2>_{R[U,S]\rightarrow U[U]}$ $<id_2, \beta, id_2>_{U[U]}$

$<2.3.1>_{S[S]}$ $<2.2.1>_{S[S]}$ $<2.2.1>_{R[S,U]}$ $<2.2.1>_{U[U]}$ $<2.3.1>_{U[U]}$

$<id_2, \beta°, id_1>_{S[S]}$ $<id_2, id_2, id_1>_{S[S]\rightarrow R[S,U]}$ $<id_2, id_2, id_1>_{R[S,U]\rightarrow U[U]}$ $<id_2, \beta, id_1>_{U[U]}$

2.2.2. Nicht-Isomorphie zu den ontotopologischen Grundstrukturen

$<2.1.1>_{S[S]}$ $<2.1.1>_{S[S]}$ $<2.1.1>_{R[S,U]}$ $<2.1.1>_{U[S]}$ $<2.1.1>_{U[U]}$

$<id_2, id_1, id_1>_{S[S]}$ $<id_2, id_1, id_1>_{S[S]\rightarrow R[S,U]}$ $<id_2, id_1, id_1>_{R[S,U]\rightarrow U[S]}$ $<id_2, id_1, id_1>_{U[S]\rightarrow U[U]}$

$<2.1.1>_{S[S]}$ $<2.1.1>_{S[U]}$ $<2.1.1>_{R[U,S]}$ $<2.1.1>_{U[U]}$ $<2.1.1>_{U[U]}$

$<id_2, id_1, id_1>_{S[S]\rightarrow S[U]}$ $<id_2, id_1, id_1>_{S[U]\rightarrow R[U,S]}$ $<id_2, id_1, id_1>_{R[U,S]\rightarrow U[U]}$ $<id_2, id_1, id_1>_{U[U]}$

$<2.1.2>_{S[S]}$ $<2.1.2>_{S[S]}$ $<2.1.2>_{R[S,U]}$ $<2.1.2>_{U[S]}$ $<2.1.1>_{U[U]}$

$<id_2, id_1, id_2>_{S[S]}$ $<id_2, id_1, id_2>_{S[S]\rightarrow R[S,U]}$ $<id_2, id_1, id_2>_{R[S,U]\rightarrow U[S]}$ $<id_2, id_1, \alpha°>_{U[S]\rightarrow U[U]}$

$<2.1.2>_{S[S]}$ $<2.1.2>_{S[U]}$ $<2.1.2>_{R[U,S]}$ $<2.1.2>_{U[U]}$ $<2.1.1>_{U[U]}$

$<id_2, id_1, id_2>_{S[S]\rightarrow S[U]}$ $<id_2, id_1, id_2>_{S[U]\rightarrow R[U,S]}$ $<id_2, id_1, id_2>_{R[U,S]\rightarrow U[U]}$ $<id_2, id_1, \alpha°>_{U[U]}$

$<2.1.3>_{S[S]}$ $<2.1.3>_{S[S]}$ $<2.1.3>_{R[S,U]}$ $<2.1.3>_{U[S]}$ $<2.1.3>_{U[U]}$

$<id_2, id_1, id_3>_{S[S]}$ $<id_2, id_1, id_3>_{S[S]\rightarrow R[S,U]}$ $<id_2, id_1, id_3>_{R[S,U]\rightarrow U[S]}$ $<id_2, id_1, id_3>_{U[S]\rightarrow U[U]}$

$<2.1.3>_{S[S]}$ $<2.1.3>_{S[U]}$ $<2.1.3>_{R[U,S]}$ $<2.1.3>_{U[U]}$ $<2.1.3>_{U[U]}$

$<id_2, id_1, id_3>_{S[S]\rightarrow S[U]}$ $<id_2, id_1, id_3>_{S[U]\rightarrow R[U,S]}$ $<id_2, id_1, id_3>_{R[U,S]\rightarrow U[U]}$ $<id_2, id_1, id_3>_{U[U]}$

2.3. Nicht-randkonstante ontische Morphismen

2.3.1. Isomorphie zu den ontotopologischen Grundstrukturen

$<1.3.3>_{S[S]}$ $<1.2.3>_{S[S]}$ $<1.2.3>_{R[S,U]}$ $<1.2.3>_{U[U]}$ $<1.3.3>_{U[U]}$

$<id_1, \beta°, id_3>_{S[S]}$ $<id_1, id_2, id_3>_{S[S]\rightarrow R[S,U]}$ $<id_1, id_2, id_3>_{R[S,U]\rightarrow U[U]}$ $<id_1, \beta, id_3>_{U[U]}$

$<1.3.2>_{S[S]}$ $<1.2.2>_{S[S]}$ $<1.2.2>_{R[S,U]}$ $<1.2.2>_{U[S]}$ $<1.3.2>_{U[U]}$

$<id_1, \beta°, id_2>_{S[S]}$ $<id_1, id_2, id_2>_{S[S]\rightarrow R[S,U]}$ $<id_1, id_2, id_2>_{R[S,U]\rightarrow U[S]}$ $<id_1, \beta, id_2>_{U[S]\rightarrow U[U]}$

$\langle 1.3.2\rangle_{S[U]}$ $\langle 1.2.2\rangle_{S[U]}$ $\langle 1.2.2\rangle_{R[U,S]}$ $\langle 1.2.2\rangle_{U[U]}$ $\langle 1.3.2\rangle_{U[U]}$

$\langle id_1, \beta°, id_2\rangle_{S[U]}$ $\langle id_1, id_2, id_2\rangle_{S[U]\rightarrow R[U,S]}$ $\langle id_1, id_2, id_2\rangle_{R[U,S]\rightarrow U[U]}$ $\langle id_1, \beta, id_2\rangle_{U[U]}$

$\langle 1.3.1\rangle_{S[S]}$ $\langle 1.2.1\rangle_{S[S]}$ $\langle 1.2.1\rangle_{R[S,U]}$ $\langle 1.2.1\rangle_{U[U]}$ $\langle 1.3.1\rangle_{U[U]}$

$\langle id_1, \beta°, id_1\rangle_{S[S]}$ $\langle id_1, id_2, id_1\rangle_{S[S]\rightarrow R[S,U]}$ $\langle id_1, id_2, id_1\rangle_{R[S,U]\rightarrow U[U]}$ $\langle id_1, \beta, id_1\rangle_{U[U]}$

2.3.2. Nicht-Isomorphie zu den ontotopologischen Grundstrukturen

$\langle 1.1.1\rangle_{S[S]}$ $\langle 1.1.1\rangle_{S[S]}$ $\langle 1.1.1\rangle_{R[S,U]}$ $\langle 1.1.1\rangle_{U[S]}$ $\langle 1.1.1\rangle_{U[U]}$

$\langle id_1, id_1, id_1\rangle_{S[S]}$ $\langle id_1, id_1, id_1\rangle_{S[S]\rightarrow R[S,U]}$ $\langle id_1, id_1, id_1\rangle_{R[S,U]\rightarrow U[S]}$ $\langle id_1, id_1, id_1\rangle_{U[S]\rightarrow U[U]}$

$\langle 1.1.1\rangle_{S[S]}$ $\langle 1.1.1\rangle_{S[U]}$ $\langle 1.1.1\rangle_{R[U,S]}$ $\langle 1.1.1\rangle_{U[U]}$ $\langle 1.1.1\rangle_{U[U]}$

$\langle id_1, id_1, id_1\rangle_{S[S]\rightarrow S[U]}$ $\langle id_1, id_1, id_1\rangle_{S[U]\rightarrow R[U,S]}$ $\langle id_1, id_1, id_1\rangle_{R[U,S]\rightarrow U[U]}$ $\langle id_1, id_1, id_1\rangle_{U[U]}$

$\langle 1.1.2\rangle_{S[S]}$ $\langle 1.1.2\rangle_{S[S]}$ $\langle 1.1.2\rangle_{R[S,U]}$ $\langle 1.1.2\rangle_{U[S]}$ $\langle 1.1.1\rangle_{U[U]}$

$\langle id_1, id_1, id_2\rangle_{S[S]}$ $\langle id_1, id_1, id_2\rangle_{S[S]\rightarrow R[S,U]}$ $\langle id_1, id_1, id_2\rangle_{R[S,U]\rightarrow U[S]}$ $\langle id_1, id_1, \alpha°\rangle_{U[S]\rightarrow U[U]}$

$\langle 1.1.2\rangle_{S[S]}$ $\langle 1.1.2\rangle_{S[U]}$ $\langle 1.1.2\rangle_{R[U,S]}$ $\langle 1.1.2\rangle_{U[U]}$ $\langle 1.1.1\rangle_{U[U]}$

$\langle id_1, id_1, id_2\rangle_{S[S]\rightarrow S[U]}$ $\langle id_1, id_1, id_2\rangle_{S[U]\rightarrow R[U,S]}$ $\langle id_1, id_1, id_2\rangle_{R[U,S]\rightarrow U[U]}$ $\langle id_1, id_1, \alpha°\rangle_{U[U]}$

$\langle 1.1.3\rangle_{S[S]}$ $\langle 1.1.3\rangle_{S[S]}$ $\langle 1.1.3\rangle_{R[S,U]}$ $\langle 1.1.3\rangle_{U[S]}$ $\langle 1.1.3\rangle_{U[U]}$

$\langle id_1, id_1, id_3\rangle_{S[S]}$ $\langle id_1, id_1, id_3\rangle_{S[S]\rightarrow R[S,U]}$ $\langle id_1, id_1, id_3\rangle_{R[S,U]\rightarrow U[S]}$ $\langle id_1, id_1, id_3\rangle_{U[S]\rightarrow U[U]}$

$\langle 1.1.3\rangle_{S[S]}$ $\langle 1.1.3\rangle_{S[U]}$ $\langle 1.1.3\rangle_{R[U,S]}$ $\langle 1.1.3\rangle_{U[U]}$ $\langle 1.1.3\rangle_{U[U]}$

$\langle id_1, id_1, id_3\rangle_{S[S]\rightarrow S[U]}$ $\langle id_1, id_1, id_3\rangle_{S[U]\rightarrow R[U,S]}$ $\langle id_1, id_1, id_3\rangle_{R[U,S]\rightarrow U[U]}$ $\langle id_1, id_1, id_3\rangle_{U[U]}$

Literatur

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Die semiotischen Repräsentationen ontischer Präsentationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015a

Toth, Alfred, Ontische Isomorphie und Nicht-Isomorphie semiotischer Tripel-Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015b

Toth, Alfred, Ontische algebraische Kategorien. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015c

Das kategorientheoretische ontische Tripel-Universum II

1. Vermöge Toth (2015) ist jede ontisch-semiotische Tripelrelation $S = <x.y.z>$ mit x, y, z ∈ in der Form

$$S = <R[S, S^*], R[T, S], \underline{T}>$$

darstellbar, darin $S \subset S^*$, $T \subset S$ gilt und $\underline{T}$ der topologische Raum von T ist.

2. Das vollständige kategorientheoretische Tripel-Universum

In Ergänzung zu Teil I (vgl. Toth 2015) werden im folgenden die vertikalen Übergänge zwischen den Tripeln durch Tripel von Morphismen dargestellt.

2.1. Randkonstante ontische Morphismen

2.1.1. Isomorphie zu den ontotopologischen Grundstrukturen

$<3.3.3>_{S[S]}$	$<3.2.3>_{S[S]}$	$<3.2.3>_{R[S,U]}$	$<3.2.3>_{U[U]}$	$<3.3.3>_{U[U]}$
$<id_3, id_3, \beta°>_{S[S]}$	$<id_3, id_2, \beta°>_{S[S]}$	$<id_3, id_2, \beta°>_{R[S,U]}$	$<id_3, id_2, \beta°>_{U[U] \rightarrow U[S]}$	$<id_3, id_3, \beta°>_{U[U]}$
$<3.3.2>_{S[S]}$	$<3.2.2>_{S[S]}$	$<3.2.2>_{R[S,U]}$	$<3.2.2>_{U[S]}$	$<3.3.2>_{U[U]}$
$<id_3, id_3, id_2>_{S[S] \rightarrow S[U]}$	$<id_3, id_2, id_2>_{S[S] \rightarrow S[U]}$	$<id_3, id_2, id_2>_{R[S,U] \rightarrow R[U,S]}$	$<id_3, id_2, id_2>_{U[S] \rightarrow U[U]}$	$<id_3, id_3, id_2>_{U[U]}$
$<3.3.2>_{S[U]}$	$<3.2.2>_{S[U]}$	$<3.2.2>_{R[U,S]}$	$<3.2.2>_{U[U]}$	$<3.3.2>_{U[U]}$
$<id_3, id_3, \alpha°>_{S[U] \rightarrow S[S]}$	$<id_3, id_2, \alpha°>_{S[U] \rightarrow S[S]}$	$<id_3, id_2, \alpha°>_{R[U,S] \rightarrow R[S,U]}$	$<id_3, id_2, \alpha°>_{U[U]}$	$<id_3, id_3, \alpha°>_{U[U]}$
$<3.3.1>_{S[S]}$	$<3.2.1>_{S[S]}$	$<3.2.1>_{R[S,U]}$	$<3.2.1>_{U[U]}$	$<3.3.1>_{U[U]}$

2.1.2. Nicht-Isomorphie zu den ontotopologischen Grundstrukturen

$<3.1.1>_{S[S]}$	$<3.1.1>_{S[S]}$	$<3.1.1>_{R[S,U]}$	$<3.1.1>_{U[S]}$	$<3.1.1>_{U[U]}$
$<id_3, id_1, id_1>_{S[S]}$	$<id_3, id_1, id_1>_{S[S] \rightarrow S[U]}$	$<id_3, id_1, id_1>_{R[S,U] \rightarrow R[U,S]}$	$<id_3, id_1, id_1>_{U[S] \rightarrow U[U]}$	$<id_3, id_1, id_1>_{U[U]}$
$<3.1.1>_{S[S]}$	$<3.1.1>_{S[U]}$	$<3.1.1>_{R[U,S]}$	$<3.1.1>_{U[U]}$	$<3.1.1>_{U[U]}$
$<id_3, id_1, \alpha>_{S[S]}$	$<id_3, id_1, \alpha>_{S[U] \rightarrow S[S]}$	$<id_3, id_1, \alpha>_{R[U,S] \rightarrow R[S,U]}$	$<id_3, id_1, \alpha>_{U[U] \rightarrow U[S]}$	$<id_3, id_1, id_1>_{U[U]}$
$<3.1.2>_{S[S]}$	$<3.1.2>_{S[S]}$	$<3.1.2>_{R[S,U]}$	$<3.1.2>_{U[S]}$	$<3.1.1>_{U[U]}$
$<id_3, id_1, id_2>_{S[S]}$	$<id_3, id_1, id_2>_{S[S] \rightarrow S[U]}$	$<id_3, id_1, id_2>_{R[S,U] \rightarrow R[U,S]}$	$<id_3, id_1, id_2>_{U[S] \rightarrow U[U]}$	$<id_3, id_1, id_1>_{U[U]}$
$<3.1.2>_{S[S]}$	$<3.1.2>_{S[U]}$	$<3.1.2>_{R[U,S]}$	$<3.1.2>_{U[U]}$	$<3.1.1>_{U[U]}$
$<id_3, id_1, \beta>_{S[S]}$	$<id_3, id_1, \beta>_{S[U] \rightarrow S[S]}$	$<id_3, id_1, \beta>_{R[U,S] \rightarrow R[S,U]}$	$<id_3, id_1, \beta>_{U[U] \rightarrow U[S]}$	$<id_3, id_1, \beta\alpha>_{U[U]}$

$\langle 3.1.3\rangle_{S[S]}$	$\langle 3.1.3\rangle_{S[S]}$	$\langle 3.1.3\rangle_{R[S,U]}$	$\langle 3.1.3\rangle_{U[S]}$	$\langle 3.1.3\rangle_{U[U]}$
$\langle id_3, id_1, d_3\rangle_{S[S]}$	$\langle id_3, id_1, d_3\rangle_{S[S]\to S[U]}$	$\langle id_3, id_1, d_3\rangle_{R[S,U]\to R[U,S]}$	$\langle id_3, id_1, d_3\rangle_{U[S]\to U[U]}$	$\langle id_3, id_1, d_3\rangle_{U[U]}$
$\langle 3.1.3\rangle_{S[S]}$	$\langle 3.1.3\rangle_{S[U]}$	$\langle 3.1.3\rangle_{R[U,S]}$	$\langle 3.1.3\rangle_{U[U]}$	$\langle 3.1.3\rangle_{U[U]}$

2.2. Partiell randkonstante ontische Morphismen

2.2.1. Isomorphie zu den ontotopologischen Grundstrukturen

$\langle 2.3.3\rangle_{S[S]}$	$\langle 2.2.3\rangle_{S[S]}$	$\langle 2.2.3\rangle_{R[S,U]}$	$\langle 2.2.3\rangle_{U[U]}$	$\langle 2.3.3\rangle_{U[U]}$
$\langle id_2, id_3, \beta°\rangle_{S[S]}$	$\langle id_2, id_2, \beta°\rangle_{S[S]}$	$\langle id_2, id_2, \beta°\rangle_{R[S,U]}$	$\langle id_2, id_2, \beta°\rangle_{U[U]\to U[S]}$	$\langle id_2, id_3, \beta°\rangle_{U[U]}$
$\langle 2.3.2\rangle_{S[S]}$	$\langle 2.2.2\rangle_{S[S]}$	$\langle 2.2.2\rangle_{R[S,U]}$	$\langle 2.2.2\rangle_{U[S]}$	$\langle 2.3.2\rangle_{U[U]}$
$\langle id_2, id_3, id_2\rangle_{S[S]\to S[U]}$	$\langle id_2, id_2, id_2\rangle_{S[S]\to S[U]}$	$\langle id_2, id_2, id_2\rangle_{R[S,U]\to R[U,S]}$	$\langle id_2, id_2, id_2\rangle_{U[S]\to U[U]}$	$\langle id_2, id_3, id_2\rangle_{U[U]}$
$\langle 2.3.2\rangle_{S[U]}$	$\langle 2.2.2\rangle_{S[U]}$	$\langle 2.2.2\rangle_{R[U,S]}$	$\langle 2.2.2\rangle_{U[U]}$	$\langle 2.3.2\rangle_{U[U]}$
$\langle id_2, id_3, \alpha°\rangle_{S[U]\to S[S]}$	$\langle id_2, id_2, \alpha°\rangle_{S[U]\to S[S]}$	$\langle id_2, id_2, \alpha°\rangle_{R[U,S]\to R[S,U]}$	$\langle id_2, id_2, \alpha°\rangle_{U[U]}$	$\langle id_2, id_3, \alpha°\rangle_{U[U]}$
$\langle 2.3.1\rangle_{S[S]}$	$\langle 2.2.1\rangle_{S[S]}$	$\langle 2.2.1\rangle_{R[S,U]}$	$\langle 2.2.1\rangle_{U[U]}$	$\langle 2.3.1\rangle_{U[U]}$

2.2.2. Nicht-Isomorphie zu den ontotopologischen Grundstrukturen

$\langle 2.1.1\rangle_{S[S]}$	$\langle 2.1.1\rangle_{S[S]}$	$\langle 2.1.1\rangle_{R[S,U]}$	$\langle 2.1.1\rangle_{U[S]}$	$\langle 2.1.1\rangle_{U[U]}$
$\langle id_2, id_1, id_1\rangle_{S[S]}$	$\langle id_2, id_1, id_1\rangle_{S[S]\to S[U]}$	$\langle id_2, id_1, id_1\rangle_{R[S,U]\to R[U,S]}$	$\langle id_2, id_1, id_1\rangle_{U[S]\to U[U]}$	$\langle id_2, id_1, id_1\rangle_{U[U]}$
$\langle 2.1.1\rangle_{S[S]}$	$\langle 2.1.1\rangle_{S[U]}$	$\langle 2.1.1\rangle_{R[U,S]}$	$\langle 2.1.1\rangle_{U[U]}$	$\langle 2.1.1\rangle_{U[U]}$
$\langle id_2, id_1, \alpha\rangle_{S[S]}$	$\langle id_2, id_1, \alpha\rangle_{S[U]\to S[S]}$	$\langle id_2, id_1, \alpha\rangle_{R[U,S]\to R[S,U]}$	$\langle id_2, id_1, \alpha\rangle_{U[U]\to U[S]}$	$\langle id_2, id_1, id_1\rangle_{U[U]}$
$\langle 2.1.2\rangle_{S[S]}$	$\langle 2.1.2\rangle_{S[S]}$	$\langle 2.1.2\rangle_{R[S,U]}$	$\langle 2.1.2\rangle_{U[S]}$	$\langle 2.1.1\rangle_{U[U]}$
$\langle id_2, id_1, id_2\rangle_{S[S]}$	$\langle id_2, id_1, id_2\rangle_{S[S]\to S[U]}$	$\langle id_2, id_1, id_2\rangle_{R[S,U]\to R[U,S]}$	$\langle id_2, id_1, id_2\rangle_{U[S]\to U[U]}$	$\langle id_2, id_1, id_1\rangle_{U[U]}$
$\langle 2.1.2\rangle_{S[S]}$	$\langle 2.1.2\rangle_{S[U]}$	$\langle 2.1.2\rangle_{R[U,S]}$	$\langle 2.1.2\rangle_{U[U]}$	$\langle 2.1.1\rangle_{U[U]}$
$\langle id_2, id_1, \beta\rangle_{S[S]}$	$\langle id_2, id_1, \beta\rangle_{S[U]\to S[S]}$	$\langle id_2, id_1, \beta\rangle_{R[U,S]\to R[S,U]}$	$\langle id_2, id_1, \beta\rangle_{U[U]\to U[S]}$	$\langle id_2, id_1, \beta\alpha\rangle_{U[U]}$
$\langle 2.1.3\rangle_{S[S]}$	$\langle 2.1.3\rangle_{S[S]}$	$\langle 2.1.3\rangle_{R[S,U]}$	$\langle 2.1.3\rangle_{U[S]}$	$\langle 2.1.3\rangle_{U[U]}$
$\langle id_2, id_1, d_3\rangle_{S[S]}$	$\langle id_2, id_1, d_3\rangle_{S[S]\to S[U]}$	$\langle id_2, id_1, d_3\rangle_{R[S,U]\to R[U,S]}$	$\langle id_2, id_1, d_3\rangle_{U[S]\to U[U]}$	$\langle id_2, id_1, d_3\rangle_{U[U]}$
$\langle 2.1.3\rangle_{S[S]}$	$\langle 2.1.3\rangle_{S[U]}$	$\langle 2.1.3\rangle_{R[U,S]}$	$\langle 2.1.3\rangle_{U[U]}$	$\langle 2.1.3\rangle_{U[U]}$

2.3. Nicht-randkonstante ontische Morphismen

2.3.1. Isomorphie zu den ontotopologischen Grundstrukturen

$\langle 1.3.3\rangle_{S[S]}$	$\langle 1.2.3\rangle_{S[S]}$	$\langle 1.2.3\rangle_{R[S,U]}$	$\langle 1.2.3\rangle_{U[U]}$	$\langle 1.3.3\rangle_{U[U]}$
$\langle id_1, id_3, \beta°\rangle_{S[S]}$	$\langle id_1, id_2, \beta°\rangle_{S[S]}$	$\langle id_1, id_2, \beta°\rangle_{R[S,U]}$	$\langle id_1, id_2, \beta°\rangle_{U[U]\rightarrow U[S]}$	$\langle id_1, id_3, \beta°\rangle_{U[U]}$
$\langle 1.3.2\rangle_{S[S]}$	$\langle 1.2.2\rangle_{S[S]}$	$\langle 1.2.2\rangle_{R[S,U]}$	$\langle 1.2.2\rangle_{U[S]}$	$\langle 1.3.2\rangle_{U[U]}$
$\langle id_1, id_3, id_2\rangle_{S[S]\rightarrow S[U]}$	$\langle id_1, id_2, id_2\rangle_{S[S]\rightarrow S[U]}$	$\langle id_1, id_2, id_2\rangle_{R[S,U]\rightarrow R[U,S]}$	$\langle id_1, id_2, id_2\rangle_{U[S]\rightarrow U[U]}$	$\langle id_1, id_3, id_2\rangle_{U[U]}$
$\langle 1.3.2\rangle_{S[U]}$	$\langle 1.2.2\rangle_{S[U]}$	$\langle 1.2.2\rangle_{R[U,S]}$	$\langle 1.2.2\rangle_{U[U]}$	$\langle 1.3.2\rangle_{U[U]}$
$\langle id_1, id_3, \alpha°\rangle_{S[U]\rightarrow S[S]}$	$\langle id_1, id_2, \alpha°\rangle_{S[U]\rightarrow S[S]}$	$\langle id_1, id_2, \alpha°\rangle_{R[U,S]\rightarrow R[S,U]}$	$\langle id_1, id_2, \alpha°\rangle_{U[U]}$	$\langle id_1, id_3, \alpha°\rangle_{U[U]}$
$\langle 1.3.1\rangle_{S[S]}$	$\langle 1.2.1\rangle_{S[S]}$	$\langle 1.2.1\rangle_{R[S,U]}$	$\langle 1.2.1\rangle_{U[U]}$	$\langle 1.3.1\rangle_{U[U]}$

2.3.2. Nicht-Isomorphie zu den ontotopologischen Grundstrukturen

$\langle 1.1.1\rangle_{S[S]}$	$\langle 1.1.1\rangle_{S[S]}$	$\langle 1.1.1\rangle_{R[S,U]}$	$\langle 1.1.1\rangle_{U[S]}$	$\langle 1.1.1\rangle_{U[U]}$
$\langle id_1, id_1, id_1\rangle_{S[S]}$	$\langle id_1, id_1, id_1\rangle_{S[S]\rightarrow S[U]}$	$\langle id_1, id_1, id_1\rangle_{R[S,U]\rightarrow R[U,S]}$	$\langle id_1, id_1, id_1\rangle_{U[S]\rightarrow U[U]}$	$\langle id_1, id_1, id_1\rangle_{U[U]}$
$\langle 1.1.1\rangle_{S[S]}$	$\langle 1.1.1\rangle_{S[U]}$	$\langle 1.1.1\rangle_{R[U,S]}$	$\langle 1.1.1\rangle_{U[U]}$	$\langle 1.1.1\rangle_{U[U]}$
$\langle id_1, id_1, \alpha\rangle_{S[S]}$	$\langle id_1, id_1, \alpha\rangle_{S[U]\rightarrow S[S]}$	$\langle id_1, id_1, \alpha\rangle_{R[U,S]\rightarrow R[S,U]}$	$\langle id_1, id_1, \alpha\rangle_{U[U]\rightarrow U[S]}$	$\langle id_1, id_1, id_1\rangle_{U[U]}$
$\langle 1.1.2\rangle_{S[S]}$	$\langle 1.1.2\rangle_{S[S]}$	$\langle 1.1.2\rangle_{R[S,U]}$	$\langle 1.1.2\rangle_{U[S]}$	$\langle 1.1.1\rangle_{U[U]}$
$\langle id_1, id_1, id_2\rangle_{S[S]}$	$\langle id_1, id_1, id_2\rangle_{S[S]\rightarrow S[U]}$	$\langle id_1, id_1, id_2\rangle_{R[S,U]\rightarrow R[U,S]}$	$\langle id_1, id_1, id_2\rangle_{U[S]\rightarrow U[U]}$	$\langle id_1, id_1, id_1\rangle_{U[U]}$
$\langle 1.1.2\rangle_{S[S]}$	$\langle 1.1.2\rangle_{S[U]}$	$\langle 1.1.2\rangle_{R[U,S]}$	$\langle 1.1.2\rangle_{U[U]}$	$\langle 1.1.1\rangle_{U[U]}$
$\langle id_1, id_1, \beta\rangle_{S[S]}$	$\langle id_1, id_1, \beta\rangle_{S[U]\rightarrow S[S]}$	$\langle id_1, id_1, \beta\rangle_{R[U,S]\rightarrow R[S,U]}$	$\langle id_1, id_1, \beta\rangle_{U[U]\rightarrow U[S]}$	$\langle id_1, id_1, \beta\alpha\rangle_{U[U]}$
$\langle 1.1.3\rangle_{S[S]}$	$\langle 1.1.3\rangle_{S[S]}$	$\langle 1.1.3\rangle_{R[S,U]}$	$\langle 1.1.3\rangle_{U[S]}$	$\langle 1.1.3\rangle_{U[U]}$
$\langle id_1, id_1, d_3\rangle_{S[S]}$	$\langle id_1, id_1, d_3\rangle_{S[S]\rightarrow S[U]}$	$\langle id_1, id_1, d_3\rangle_{R[S,U]\rightarrow R[U,S]}$	$\langle id_1, id_1, d_3\rangle_{U[S]\rightarrow U[U]}$	$\langle id_1, id_1, d_3\rangle_{U[U]}$
$\langle 1.1.3\rangle_{S[S]}$	$\langle 1.1.3\rangle_{S[U]}$	$\langle 1.1.3\rangle_{R[U,S]}$	$\langle 1.1.3\rangle_{U[U]}$	$\langle 1.1.3\rangle_{U[U]}$

Literatur

Toth, Alfred, Das kategorientheoretische ontische Tripel-Universum I. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015

Das kategorientheoretische ontische Tripel-Universum III

1. Vermöge Toth (2015) ist jede ontisch-semiotische Tripelrelation $S = \langle x.y.z\rangle$ mit x, y, z ∈ in der Form

$$S = \langle R[S, S^*], R[T, S], \underline{T}\rangle$$

darstellbar, darin $S \subset S^*$, $T \subset S$ gilt und $\underline{T}$ der topologische Raum von T ist.

2. Horizontale ontische Übergänge

2.1. Randkonstante ontische Morphismen

2.1.1. Isomorphie zu den ontotopologischen Grundstrukturen

$\langle id_3, \beta^\circ, id_3\rangle_{S[S]}$	$\langle id_3, id_2, id_3\rangle_{S[S]\rightarrow R[S,U]}$	$\langle id_3, id_2, id_3\rangle_{R[S,U]\rightarrow U[U]}$	$\langle id_3, \beta, id_3\rangle_{U[U]}$
$\langle id_3, \beta^\circ, id_2\rangle_{S[S]}$	$\langle id_3, id_2, id_2\rangle_{S[S]\rightarrow R[S,U]}$	$\langle id_3, id_2, id_2\rangle_{R[S,U]\rightarrow U[S]}$	$\langle id_3, \beta, id_2\rangle_{U[S]\rightarrow U[U]}$
$\langle id_3, \beta^\circ, id_2\rangle_{S[U]}$	$\langle id_3, id_2, id_2\rangle_{S[U]\rightarrow R[U,S]}$	$\langle id_3, id_2, id_2\rangle_{R[U,S]\rightarrow U[U]}$	$\langle id_3, \beta, id_2\rangle_{U[U]}$
$\langle id_3, \beta^\circ, id_1\rangle_{S[S]}$	$\langle id_3, id_2, id_1\rangle_{S[S]\rightarrow R[S,U]}$	$\langle id_3, id_2, id_1\rangle_{R[S,U]\rightarrow U[U]}$	$\langle id_3, \beta, id_1\rangle_{U[U]}$

2.1.2. Nicht-Isomorphie zu den ontotopologischen Grundstrukturen

$\langle id_3, id_1, id_1\rangle_{S[S]}$	$\langle id_3, id_1, id_1\rangle_{S[S]\rightarrow R[S,U]}$	$\langle id_3, id_1, id_1\rangle_{R[S,U]\rightarrow U[S]}$	$\langle id_3, id_1, id_1\rangle_{U[S]\rightarrow U[U]}$
$\langle id_3, id_1, id_1\rangle_{S[S]\rightarrow S[U]}$	$\langle id_3, id_1, id_1\rangle_{S[U]\rightarrow R[U,S]}$	$\langle id_3, id_1, id_1\rangle_{R[U,S]\rightarrow U[U]}$	$\langle id_3, id_1, id_1\rangle_{U[U]}$
$\langle id_3, id_1, id_2\rangle_{S[S]}$	$\langle id_3, id_1, id_2\rangle_{S[S]\rightarrow R[S,U]}$	$\langle id_3, id_1, id_2\rangle_{R[S,U]\rightarrow U[S]}$	$\langle id_3, id_1, \alpha^\circ\rangle_{U[S]\rightarrow U[U]}$
$\langle id_3, id_1, id_2\rangle_{S[S]\rightarrow S[U]}$	$\langle id_3, id_1, id_2\rangle_{S[U]\rightarrow R[U,S]}$	$\langle id_3, id_1, id_2\rangle_{R[U,S]\rightarrow U[U]}$	$\langle id_3, id_1, \alpha^\circ\rangle_{U[U]}$
$\langle id_3, id_1, id_3\rangle_{S[S]}$	$\langle id_3, id_1, id_3\rangle_{S[S]\rightarrow R[S,U]}$	$\langle id_3, id_1, id_3\rangle_{R[S,U]\rightarrow U[S]}$	$\langle id_3, id_1, id_3\rangle_{U[S]\rightarrow U[U]}$
$\langle id_3, id_1, id_3\rangle_{S[S]\rightarrow S[U]}$	$\langle id_3, id_1, id_3\rangle_{S[U]\rightarrow R[U,S]}$	$\langle id_3, id_1, id_3\rangle_{R[U,S]\rightarrow U[U]}$	$\langle id_3, id_1, id_3\rangle_{U[U]}$

2.2. Partiell randkonstante ontische Morphismen

2.2.1. Isomorphie zu den ontotopologischen Grundstrukturen

$\langle id_2, \beta^\circ, id_3\rangle_{S[S]}$	$\langle id_2, id_2, id_3\rangle_{S[S]\rightarrow R[S,U]}$	$\langle id_2, id_2, id_3\rangle_{R[S,U]\rightarrow U[U]}$	$\langle id_2, \beta, id_3\rangle_{U[U]}$
$\langle id_2, \beta^\circ, id_2\rangle_{S[S]}$	$\langle id_2, id_2, id_2\rangle_{S[S]\rightarrow R[S,U]}$	$\langle id_2, id_2, id_2\rangle_{R[S,U]\rightarrow U[S]}$	$\langle id_2, \beta, id_2\rangle_{U[S]\rightarrow U[U]}$
$\langle id_2, \beta^\circ, id_2\rangle_{S[U]}$	$\langle id_2, id_2, id_2\rangle_{S[U]\rightarrow R[U,S]}$	$\langle id_2, id_2, id_2\rangle_{R[U,S]\rightarrow U[U]}$	$\langle id_2, \beta, id_2\rangle_{U[U]}$
$\langle id_2, \beta^\circ, id_1\rangle_{S[S]}$	$\langle id_2, id_2, id_1\rangle_{S[S]\rightarrow R[S,U]}$	$\langle id_2, id_2, id_1\rangle_{R[S,U]\rightarrow U[U]}$	$\langle id_2, \beta, id_1\rangle_{U[U]}$

2.2.2. Nicht-Isomorphie zu den ontotopologischen Grundstrukturen

$\langle id_2, id_1, id_1\rangle_{S[S]}$	$\langle id_2, id_1, id_1\rangle_{S[S]\rightarrow R[S,U]}$	$\langle id_2, id_1, id_1\rangle_{R[S,U]\rightarrow U[S]}$	$\langle id_2, id_1, id_1\rangle_{U[S]\rightarrow U[U]}$

$\langle id_2, id_1, id_1\rangle_{S[S]\to S[U]}$	$\langle id_2, id_1, id_1\rangle_{S[U]\to R[U,S]}$	$\langle id_2, id_1, id_1\rangle_{R[U,S]\to U[U]}$	$\langle id_2, id_1, id_1\rangle_{U[U]}$
$\langle id_2, id_1, id_2\rangle_{S[S]}$	$\langle id_2, id_1, id_2\rangle_{S[S]\to R[S,U]}$	$\langle id_2, id_1, id_2\rangle_{R[S,U]\to U[S]}$	$\langle id_2, id_1, \alpha°\rangle_{U[S]\to U[U]}$
$\langle id_2, id_1, id_2\rangle_{S[S]\to S[U]}$	$\langle id_2, id_1, id_2\rangle_{S[U]\to R[U,S]}$	$\langle id_2, id_1, id_2\rangle_{R[U,S]\to U[U]}$	$\langle id_2, id_1, \alpha°\rangle_{U[U]}$
$\langle id_2, id_1, id_3\rangle_{S[S]}$	$\langle id_2, id_1, id_3\rangle_{S[S]\to R[S,U]}$	$\langle id_2, id_1, id_3\rangle_{R[S,U]\to U[S]}$	$\langle id_2, id_1, id_3\rangle_{U[S]\to U[U]}$
$\langle id_2, id_1, id_3\rangle_{S[S]\to S[U]}$	$\langle id_2, id_1, id_3\rangle_{S[U]\to R[U,S]}$	$\langle id_2, id_1, id_3\rangle_{R[U,S]\to U[U]}$	$\langle id_2, id_1, id_3\rangle_{U[U]}$

2.3. Nicht-randkonstante ontische Morphismen

2.3.1. Isomorphie zu den ontotopologischen Grundstrukturen

$\langle id_1, \beta°, id_3\rangle_{S[S]}$	$\langle id_1, id_2, id_3\rangle_{S[S]\to R[S,U]}$	$\langle id_1, id_2, id_3\rangle_{R[S,U]\to U[U]}$	$\langle id_1, \beta, id_3\rangle_{U[U]}$
$\langle id_1, \beta°, id_2\rangle_{S[S]}$	$\langle id_1, id_2, id_2\rangle_{S[S]\to R[S,U]}$	$\langle id_1, id_2, id_2\rangle_{R[S,U]\to U[S]}$	$\langle id_1, \beta, id_2\rangle_{U[S]\to U[U]}$
$\langle id_1, \beta°, id_2\rangle_{S[U]}$	$\langle id_1, id_2, id_2\rangle_{S[U]\to R[U,S]}$	$\langle id_1, id_2, id_2\rangle_{R[U,S]\to U[U]}$	$\langle id_1, \beta, id_2\rangle_{U[U]}$
$\langle id_1, \beta°, id_1\rangle_{S[S]}$	$\langle id_1, id_2, id_1\rangle_{S[S]\to R[S,U]}$	$\langle id_1, id_2, id_1\rangle_{R[S,U]\to U[U]}$	$\langle id_1, \beta, id_1\rangle_{U[U]}$

2.3.2. Nicht-Isomorphie zu den ontotopologischen Grundstrukturen

$\langle id_1, id_1, id_1\rangle_{S[S]}$	$\langle id_1, id_1, id_1\rangle_{S[S]\to R[S,U]}$	$\langle id_1, id_1, id_1\rangle_{R[S,U]\to U[S]}$	$\langle id_1, id_1, id_1\rangle_{U[S]\to U[U]}$
$\langle id_1, id_1, id_1\rangle_{S[S]\to S[U]}$	$\langle id_1, id_1, id_1\rangle_{S[U]\to R[U,S]}$	$\langle id_1, id_1, id_1\rangle_{R[U,S]\to U[U]}$	$\langle id_1, id_1, id_1\rangle_{U[U]}$
$\langle id_1, id_1, id_2\rangle_{S[S]}$	$\langle id_1, id_1, id_2\rangle_{S[S]\to R[S,U]}$	$\langle id_1, id_1, id_2\rangle_{R[S,U]\to U[S]}$	$\langle id_1, id_1, \alpha°\rangle_{U[S]\to U[U]}$
$\langle id_1, id_1, id_2\rangle_{S[S]\to S[U]}$	$\langle id_1, id_1, id_2\rangle_{S[U]\to R[U,S]}$	$\langle id_1, id_1, id_2\rangle_{R[U,S]\to U[U]}$	$\langle id_1, id_1, \alpha°\rangle_{U[U]}$
$\langle id_1, id_1, id_3\rangle_{S[S]}$	$\langle id_1, id_1, id_3\rangle_{S[S]\to R[S,U]}$	$\langle id_1, id_1, id_3\rangle_{R[S,U]\to U[S]}$	$\langle id_1, id_1, id_3\rangle_{U[S]\to U[U]}$
$\langle id_1, id_1, id_3\rangle_{S[S]\to S[U]}$	$\langle id_1, id_1, id_3\rangle_{S[U]\to R[U,S]}$	$\langle id_1, id_1, id_3\rangle_{R[U,S]\to U[U]}$	$\langle id_1, id_1, id_3\rangle_{U[U]}$

3. Vertikale ontische Übergänge

3.1. Randkonstante ontische Morphismen

3.1.1. Isomorphie zu den ontotopologischen Grundstrukturen

$\langle id_3, id_3, \beta°\rangle_{S[S]}$	$\langle id_3, id_2, \beta°\rangle_{S[S]}$	$\langle id_3, id_2, \beta°\rangle_{R[S,U]}$	$\langle id_3, id_2, \beta°\rangle_{U[U]\to U[S]}$	$\langle id_3, id_3, \beta°\rangle_{U[U]}$
$\langle id_3, id_3, id_2\rangle_{S[S]\to S[U]}$	$\langle id_3, id_2, id_2\rangle_{S[S]\to S[U]}$	$\langle id_3, id_2, id_2\rangle_{R[S,U]\to R[U,S]}$	$\langle id_3, id_2, id_2\rangle_{U[S]\to U[U]}$	$\langle id_3, id_3, id_2\rangle_{U[U]}$
$\langle id_3, id_3, \alpha°\rangle_{S[U]\to S[S]}$	$\langle id_3, id_2, \alpha°\rangle_{S[U]\to S[S]}$	$\langle id_3, id_2, \alpha°\rangle_{R[U,S]\to R[S,U]}$	$\langle id_3, id_2, \alpha°\rangle_{U[U]}$	$\langle id_3, id_3, \alpha°\rangle_{U[U]}$

3.1.2. Nicht-Isomorphie zu den ontotopologischen Grundstrukturen

$\langle id_3, id_1, id_1\rangle_{S[S]}$	$\langle id_3, id_1, id_1\rangle_{S[S]\to S[U]}$	$\langle id_3, id_1, id_1\rangle_{R[S,U]\to R[U,S]}$	$\langle id_3, id_1, id_1\rangle_{U[S]\to U[U]}$	$\langle id_3, id_1, id_1\rangle_{U[U]}$
$\langle id_3, id_1, \alpha\rangle_{S[S]}$	$\langle id_3, id_1, \alpha\rangle_{S[U]\to S[S]}$	$\langle id_3, id_1, \alpha\rangle_{R[U,S]\to R[S,U]}$	$\langle id_3, id_1, \alpha\rangle_{U[U]\to U[S]}$	$\langle id_3, id_1, id_1\rangle_{U[U]}$
$\langle id_3, id_1, id_2\rangle_{S[S]}$	$\langle id_3, id_1, id_2\rangle_{S[S]\to S[U]}$	$\langle id_3, id_1, id_2\rangle_{R[S,U]\to R[U,S]}$	$\langle id_3, id_1, id_2\rangle_{U[S]\to U[U]}$	$\langle id_3, id_1, id_1\rangle_{U[U]}$

$\langle id_3, id_1, \beta\rangle_{S[S]}$ $\langle id_3, id_1, \beta\rangle_{S[U]\to S[S]}$ $\langle id_3, id_1, \beta\rangle_{R[U,S]\to R[S,U]}$ $\langle id_3, id_1, \beta\rangle_{U[U]\to U[S]}$ $\langle id_3, id_1, \beta\alpha\rangle_{U[U]}$

$\langle id_3, id_1, d_3\rangle_{S[S]}$ $\langle id_3, id_1, d_3\rangle_{S[S]\to S[U]}$ $\langle id_3, id_1, d_3\rangle_{R[S,U]\to R[U,S]}$ $\langle id_3, id_1, d_3\rangle_{U[S]\to U[U]}$ $\langle id_3, id_1, d_3\rangle_{U[U]}$

3.2. Partiell randkonstante ontische Morphismen

3.2.1. Isomorphie zu den ontotopologischen Grundstrukturen

$\langle id_2, id_3, \beta°\rangle_{S[S]}$ $\langle id_2, id_2, \beta°\rangle_{S[S]}$ $\langle id_2, id_2, \beta°\rangle_{R[S,U]}$ $\langle id_2, id_2, \beta°\rangle_{U[U]\to U[S]}$ $\langle id_2, id_3, \beta°\rangle_{U[U]}$

$\langle id_2, id_3, id_2\rangle_{S[S]\to S[U]}$ $\langle id_2, id_2, id_2\rangle_{S[S]\to S[U]}$ $\langle id_2, id_2, id_2\rangle_{R[S,U]\to R[U,S]}$ $\langle id_2, id_2, id_2\rangle_{U[S]\to U[U]}$ $\langle id_2, id_3, id_2\rangle_{U[U]}$

$\langle id_2, id_3, \alpha°\rangle_{S[U]\to S[S]}$ $\langle id_2, id_2, \alpha°\rangle_{S[U]\to S[S]}$ $\langle id_2, id_2, \alpha°\rangle_{R[U,S]\to R[S,U]}$ $\langle id_2, id_2, \alpha°\rangle_{U[U]}$ $\langle id_2, id_3, \alpha°\rangle_{U[U]}$

3.2.2. Nicht-Isomorphie zu den ontotopologischen Grundstrukturen

$\langle id_2, id_1, id_1\rangle_{S[S]}$ $\langle id_2, id_1, id_1\rangle_{S[S]\to S[U]}$ $\langle id_2, id_1, id_1\rangle_{R[S,U]\to R[U,S]}$ $\langle id_2, id_1, id_1\rangle_{U[S]\to U[U]}$ $\langle id_2, id_1, id_1\rangle_{U[U]}$

$\langle id_2, id_1, \alpha\rangle_{S[S]}$ $\langle id_2, id_1, \alpha\rangle_{S[U]\to S[S]}$ $\langle id_2, id_1, \alpha\rangle_{R[U,S]\to R[S,U]}$ $\langle id_2, id_1, \alpha\rangle_{U[U]\to U[S]}$ $\langle id_2, id_1, id_1\rangle_{U[U]}$

$\langle id_2, id_1, id_2\rangle_{S[S]}$ $\langle id_2, id_1, id_2\rangle_{S[S]\to S[U]}$ $\langle id_2, id_1, id_2\rangle_{R[S,U]\to R[U,S]}$ $\langle id_2, id_1, id_2\rangle_{U[S]\to U[U]}$ $\langle id_2, id_1, id_1\rangle_{U[U]}$

$\langle id_2, id_1, \beta\rangle_{S[S]}$ $\langle id_2, id_1, \beta\rangle_{S[U]\to S[S]}$ $\langle id_2, id_1, \beta\rangle_{R[U,S]\to R[S,U]}$ $\langle id_2, id_1, \beta\rangle_{U[U]\to U[S]}$ $\langle id_2, id_1, \beta\alpha\rangle_{U[U]}$

$\langle id_2, id_1, d_3\rangle_{S[S]}$ $\langle id_2, id_1, d_3\rangle_{S[S]\to S[U]}$ $\langle id_2, id_1, d_3\rangle_{R[S,U]\to R[U,S]}$ $\langle id_2, id_1, d_3\rangle_{U[S]\to U[U]}$ $\langle id_2, id_1, d_3\rangle_{U[U]}$

3.3. Nicht-randkonstante ontische Morphismen

3.3.1. Isomorphie zu den ontotopologischen Grundstrukturen

$\langle id_1, id_3, \beta°\rangle_{S[S]}$ $\langle id_1, id_2, \beta°\rangle_{S[S]}$ $\langle id_1, id_2, \beta°\rangle_{R[S,U]}$ $\langle id_1, id_2, \beta°\rangle_{U[U]\to U[S]}$ $\langle id_1, id_3, \beta°\rangle_{U[U]}$

$\langle id_1, id_3, id_2\rangle_{S[S]\to S[U]}$ $\langle id_1, id_2, id_2\rangle_{S[S]\to S[U]}$ $\langle id_1, id_2, id_2\rangle_{R[S,U]\to R[U,S]}$ $\langle id_1, id_2, id_2\rangle_{U[S]\to U[U]}$ $\langle id_1, id_3, id_2\rangle_{U[U]}$

$\langle id_1, id_3, \alpha°\rangle_{S[U]\to S[S]}$ $\langle id_1, id_2, \alpha°\rangle_{S[U]\to S[S]}$ $\langle id_1, id_2, \alpha°\rangle_{R[U,S]\to R[S,U]}$ $\langle id_1, id_2, \alpha°\rangle_{U[U]}$ $\langle id_1, id_3, \alpha°\rangle_{U[U]}$

3.3.2. Nicht-Isomorphie zu den ontotopologischen Grundstrukturen

$\langle id_1, id_1, id_1\rangle_{S[S]}$ $\langle id_1, id_1, id_1\rangle_{S[S]\to S[U]}$ $\langle id_1, id_1, id_1\rangle_{R[S,U]\to R[U,S]}$ $\langle id_1, id_1, id_1\rangle_{U[S]\to U[U]}$ $\langle id_1, id_1, id_1\rangle_{U[U]}$

$\langle id_1, id_1, \alpha\rangle_{S[S]}$ $\langle id_1, id_1, \alpha\rangle_{S[U]\to S[S]}$ $\langle id_1, id_1, \alpha\rangle_{R[U,S]\to R[S,U]}$ $\langle id_1, id_1, \alpha\rangle_{U[U]\to U[S]}$ $\langle id_1, id_1, id_1\rangle_{U[U]}$

$\langle id_1, id_1, id_2\rangle_{S[S]}$ $\langle id_1, id_1, id_2\rangle_{S[S]\to S[U]}$ $\langle id_1, id_1, id_2\rangle_{R[S,U]\to R[U,S]}$ $\langle id_1, id_1, id_2\rangle_{U[S]\to U[U]}$ $\langle id_1, id_1, id_1\rangle_{U[U]}$

$\langle id_1, id_1, \beta\rangle_{S[S]}$ $\langle id_1, id_1, \beta\rangle_{S[U]\to S[S]}$ $\langle id_1, id_1, \beta\rangle_{R[U,S]\to R[S,U]}$ $\langle id_1, id_1, \beta\rangle_{U[U]\to U[S]}$ $\langle id_1, id_1, \beta\alpha\rangle_{U[U]}$

$\langle id_1, id_1, d_3\rangle_{S[S]}$ $\langle id_1, id_1, d_3\rangle_{S[S]\to S[U]}$ $\langle id_1, id_1, d_3\rangle_{R[S,U]\to R[U,S]}$ $\langle id_1, id_1, d_3\rangle_{U[S]\to U[U]}$ $\langle id_1, id_1, d_3\rangle_{U[U]}$

Literatur

Toth, Alfred, Das kategorientheoretische ontische Tripel-Universum I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015

Das kategorientheoretische ontische Tripel-Universum IV

1. Vermöge Toth (2015) ist jede ontisch-semiotische Tripelrelation $S = \langle x.y.z \rangle$ mit $x, y, z \in$ in der Form

$$S = \langle R[S, S^*], R[T, S], \underline{T} \rangle$$

darstellbar, darin $S \subset S^*$, $T \subset S$ gilt und $\underline{T}$ der topologische Raum von T ist.

In einem weiteren Schritt kann man nun die Übergänge zwischen den Tripeln von Morphismen durch natürliche Transformationen angeben, so wie dies in Toth (1997) für rein semiotische, d.h. triadisch-trichotomische Systeme getan wurde, deren relationale Basiselemente die Subzeichen, d.h. dyadische Relationen und also keine Tripel-Relationen sind. Am einfachsten kann man die hierdurch zutage tretenden Strukturen durch horizontale Linien andeuten, welche gleiche Morphismen miteinander verbinden. (Aus technische Gründen kommen im folgenden diese Linien leider nicht, wie es sein sollte, direkt zwischen die Domänen- und CodomänenMorphismen zu stehen.)

2. Horizontale ontische Übergänge

2.1. Randkonstante ontische Morphismen

2.1.1. Isomorphie zu den ontotopologischen Grundstrukturen

$\langle id_3, \beta°, id_3 \rangle_{S[S]}$	$\langle id_3, id_2, id_3 \rangle_{S[S] \rightarrow R[S,U]}$	$\langle id_3, id_2, id_3 \rangle_{R[S,U] \rightarrow U[U]}$	$\langle id_3, \beta, id_3 \rangle_{U[U]}$
$\vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert$
$\langle id_3, \beta°, id_2 \rangle_{S[S]}$	$\langle id_3, id_2, id_2 \rangle_{S[S] \rightarrow R[S,U]}$	$\langle id_3, id_2, id_2 \rangle_{R[S,U] \rightarrow U[S]}$	$\langle id_3, \beta, id_2 \rangle_{U[S] \rightarrow U[U]}$
$\vert \quad \vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert \quad \vert$
$\langle id_3, \beta°, id_2 \rangle_{S[U]}$	$\langle id_3, id_2, id_2 \rangle_{S[U] \rightarrow R[U,S]}$	$\langle id_3, id_2, id_2 \rangle_{R[U,S] \rightarrow U[U]}$	$\langle id_3, \beta, id_2 \rangle_{U[U]}$
$\vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert$
$\langle id_3, \beta°, id_1 \rangle_{S[S]}$	$\langle id_3, id_2, id_1 \rangle_{S[S] \rightarrow R[S,U]}$	$\langle id_3, id_2, id_1 \rangle_{R[S,U] \rightarrow U[U]}$	$\langle id_3, \beta, id_1 \rangle_{U[U]}$

2.1.2. Nicht-Isomorphie zu den ontotopologischen Grundstrukturen

$\langle id_3, id_1, id_1\rangle_{S[S]}$	$\langle id_3, id_1, id_1\rangle_{S[S]\to R[S,U]}$	$\langle id_3, id_1, id_1\rangle_{R[S,U]\to U[S]}$	$\langle id_3, id_1, id_1\rangle_{U[S]\to U[U]}$
$\vert\quad\vert\quad\vert$	$\vert\quad\vert\quad\vert$	$\vert\quad\vert\quad\vert$	$\vert\quad\vert\quad\vert$
$\langle id_3, id_1, id_1\rangle_{S[S]\to S[U]}$	$\langle id_3, id_1, id_1\rangle_{S[U]\to R[U,S]}$	$\langle id_3, id_1, id_1\rangle_{R[U,S]\to U[U]}$	$\langle id_3, id_1, id_1\rangle_{U[U]}$
$\vert\quad\vert$	$\vert\quad\vert$	$\vert\quad\vert$	$\vert\quad\vert$
$\langle id_3, id_1, id_2\rangle_{S[S]}$	$\langle id_3, id_1, id_2\rangle_{S[S]\to R[S,U]}$	$\langle id_3, id_1, id_2\rangle_{R[S,U]\to U[S]}$	$\langle id_3, id_1, \alpha°\rangle_{U[S]\to U[U]}$
$\vert\quad\vert\quad\vert$	$\vert\quad\vert\quad\vert$	$\vert\quad\vert\quad\vert$	$\vert\quad\vert\quad\vert$
$\langle id_3, id_1, id_2\rangle_{S[S]\to S[U]}$	$\langle id_3, id_1, id_2\rangle_{S[U]\to R[U,S]}$	$\langle id_3, id_1, id_2\rangle_{R[U,S]\to U[U]}$	$\langle id_3, id_1, \alpha°\rangle_{U[U]}$
$\vert\quad\vert$	$\vert\quad\vert$	$\vert\quad\vert$	$\vert\quad\vert$
$\langle id_3, id_1, id_3\rangle_{S[S]}$	$\langle id_3, id_1, id_3\rangle_{S[S]\to R[S,U]}$	$\langle id_3, id_1, id_3\rangle_{R[S,U]\to U[S]}$	$\langle id_3, id_1, id_3\rangle_{U[S]\to U[U]}$
$\vert\quad\vert\quad\vert$	$\vert\quad\vert\quad\vert$	$\vert\quad\vert\quad\vert$	$\vert\quad\vert\quad\vert$
$\langle id_3, id_1, id_3\rangle_{S[S]\to S[U]}$	$\langle id_3, id_1, id_3\rangle_{S[U]\to R[U,S]}$	$\langle id_3, id_1, id_3\rangle_{R[U,S]\to U[U]}$	$\langle id_3, id_1, id_3\rangle_{U[U]}$

2.2. Partiell randkonstante ontische Morphismen

2.2.1. Isomorphie zu den ontotopologischen Grundstrukturen

$\langle id_2, \beta°, id_3\rangle_{S[S]}$	$\langle id_2, id_2, id_3\rangle_{S[S]\to R[S,U]}$	$\langle id_2, id_2, id_3\rangle_{R[S,U]\to U[U]}$	$\langle id_2, \beta, id_3\rangle_{U[U]}$
$\vert\quad\vert$	$\vert\quad\vert$	$\vert\quad\vert$	$\vert\quad\vert$
$\langle id_2, \beta°, id_2\rangle_{S[S]}$	$\langle id_2, id_2, id_2\rangle_{S[S]\to R[S,U]}$	$\langle id_2, id_2, id_2\rangle_{R[S,U]\to U[S]}$	$\langle id_2, \beta, id_2\rangle_{U[S]\to U[U]}$
$\vert\quad\vert\quad\vert$	$\vert\quad\vert\quad\vert$	$\vert\quad\vert\quad\vert$	$\vert\quad\vert\quad\vert$
$\langle id_2, \beta°, id_2\rangle_{S[U]}$	$\langle id_2, id_2, id_2\rangle_{S[U]\to R[U,S]}$	$\langle id_2, id_2, id_2\rangle_{R[U,S]\to U[U]}$	$\langle id_2, \beta, id_2\rangle_{U[U]}$
$\vert\quad\vert$	$\vert\quad\vert$	$\vert\quad\vert$	$\vert\quad\vert$
$\langle id_2, \beta°, id_1\rangle_{S[S]}$	$\langle id_2, id_2, id_1\rangle_{S[S]\to R[S,U]}$	$\langle id_2, id_2, id_1\rangle_{R[S,U]\to U[U]}$	$\langle id_2, \beta, id_1\rangle_{U[U]}$

2.2.2. Nicht-Isomorphie zu den ontotopologischen Grundstrukturen

$\langle id_2, id_1, id_1\rangle_{S[S]}$	$\langle id_2, id_1, id_1\rangle_{S[S]\to R[S,U]}$	$\langle id_2, id_1, id_1\rangle_{R[S,U]\to U[S]}$	$\langle id_2, id_1, id_1\rangle_{U[S]\to U[U]}$
$\vert\quad\vert\quad\vert$	$\vert\quad\vert\quad\vert$	$\vert\quad\vert\quad\vert$	$\vert\quad\vert\quad\vert$
$\langle id_2, id_1, id_1\rangle_{S[S]\to S[U]}$	$\langle id_2, id_1, id_1\rangle_{S[U]\to R[U,S]}$	$\langle id_2, id_1, id_1\rangle_{R[U,S]\to U[U]}$	$\langle id_2, id_1, id_1\rangle_{U[U]}$

$\vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert$
$\langle id_2, id_1, id_2\rangle_{S[S]}$	$\langle id_2, id_1, id_2\rangle_{S[S]\to R[S,U]}$	$\langle id_2, id_1, id_2\rangle_{R[S,U]\to U[S]}$	$\langle id_2, id_1, \alpha°\rangle_{U[S]\to U[U]}$
$\vert \quad \vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert \quad \vert$
$\langle id_2, id_1, id_2\rangle_{S[S]\to S[U]}$	$\langle id_2, id_1, id_2\rangle_{S[U]\to R[U,S]}$	$\langle id_2, id_1, id_2\rangle_{R[U,S]\to U[U]}$	$\langle id_2, id_1, \alpha°\rangle_{U[U]}$
$\vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert$
$\langle id_2, id_1, id_3\rangle_{S[S]}$	$\langle id_2, id_1, id_3\rangle_{S[S]\to R[S,U]}$	$\langle id_2, id_1, id_3\rangle_{R[S,U]\to U[S]}$	$\langle id_2, id_1, id_3\rangle_{U[S]\to U[U]}$
$\vert \quad \vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert \quad \vert$
$\langle id_2, id_1, id_3\rangle_{S[S]\to S[U]}$	$\langle id_2, id_1, id_3\rangle_{S[U]\to R[U,S]}$	$\langle id_2, id_1, id_3\rangle_{R[U,S]\to U[U]}$	$\langle id_2, id_1, id_3\rangle_{U[U]}$

2.3. Nicht-randkonstante ontische Morphismen

2.3.1. Isomorphie zu den ontotopologischen Grundstrukturen

$\langle id_1, \beta°, id_3\rangle_{S[S]}$	$\langle id_1, id_2, id_3\rangle_{S[S]\to R[S,U]}$	$\langle id_1, id_2, id_3\rangle_{R[S,U]\to U[U]}$	$\langle id_1, \beta, id_3\rangle_{U[U]}$
$\vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert$
$\langle id_1, \beta°, id_2\rangle_{S[S]}$	$\langle id_1, id_2, id_2\rangle_{S[S]\to R[S,U]}$	$\langle id_1, id_2, id_2\rangle_{R[S,U]\to U[S]}$	$\langle id_1, \beta, id_2\rangle_{U[S]\to U[U]}$
$\vert \quad \vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert \quad \vert$
$\langle id_1, \beta°, id_2\rangle_{S[U]}$	$\langle id_1, id_2, id_2\rangle_{S[U]\to R[U,S]}$	$\langle id_1, id_2, id_2\rangle_{R[U,S]\to U[U]}$	$\langle id_1, \beta, id_2\rangle_{U[U]}$
$\vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert$
$\langle id_1, \beta°, id_1\rangle_{S[S]}$	$\langle id_1, id_2, id_1\rangle_{S[S]\to R[S,U]}$	$\langle id_1, id_2, id_1\rangle_{R[S,U]\to U[U]}$	$\langle id_1, \beta, id_1\rangle_{U[U]}$

2.3.2. Nicht-Isomorphie zu den ontotopologischen Grundstrukturen

$\langle id_1, id_1, id_1\rangle_{S[S]}$	$\langle id_1, id_1, id_1\rangle_{S[S]\to R[S,U]}$	$\langle id_1, id_1, id_1\rangle_{R[S,U]\to U[S]}$	$\langle id_1, id_1, id_1\rangle_{U[S]\to U[U]}$
$\vert \quad \vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert \quad \vert$
$\langle id_1, id_1, id_1\rangle_{S[S]\to S[U]}$	$\langle id_1, id_1, id_1\rangle_{S[U]\to R[U,S]}$	$\langle id_1, id_1, id_1\rangle_{R[U,S]\to U[U]}$	$\langle id_1, id_1, id_1\rangle_{U[U]}$
$\vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert$
$\langle id_1, id_1, id_2\rangle_{S[S]}$	$\langle id_1, id_1, id_2\rangle_{S[S]\to R[S,U]}$	$\langle id_1, id_1, id_2\rangle_{R[S,U]\to U[S]}$	$\langle id_1, id_1, \alpha°\rangle_{U[S]\to U[U]}$
$\vert \quad \vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert \quad \vert$
$\langle id_1, id_1, id_2\rangle_{S[S]\to S[U]}$	$\langle id_1, id_1, id_2\rangle_{S[U]\to R[U,S]}$	$\langle id_1, id_1, id_2\rangle_{R[U,S]\to U[U]}$	$\langle id_1, id_1, \alpha°\rangle_{U[U]}$

| | | | | | | |

$\langle id_1, id_1, id_3\rangle_{S[S]}$ $\langle id_1, id_1, id_3\rangle_{S[S]\rightarrow R[S,U]}$ $\langle id_1, id_1, id_3\rangle_{R[S,U]\rightarrow U[S]}$ $\langle id_1, id_1, id_3\rangle_{U[S]\rightarrow U[U]}$

| | | | | | | | | | | |

$\langle id_1, id_1, id_3\rangle_{S[S]\rightarrow S[U]}$ $\langle id_1, id_1, id_3\rangle_{S[U]\rightarrow R[U,S]}$ $\langle id_1, id_1, id_3\rangle_{R[U,S]\rightarrow U[U]}$ $\langle id_1, id_1, id_3\rangle_{U[U]}$

3. Vertikale ontische Übergänge

3.1. Randkonstante ontische Morphismen

3.1.1. Isomorphie zu den ontotopologischen Grundstrukturen

$\langle id_3, id_3, \beta°\rangle_{S[S]}$ $\langle id_3, id_2, \beta°\rangle_{S[S]}$ $\langle id_3, id_2, \beta°\rangle_{R[S,U]}$ $\langle id_3, id_2, \beta°\rangle_{U[U]\rightarrow U[S]}$ $\langle id_3, id_3, \beta°\rangle_{U[U]}$

| | | | | | | |

$\langle id_3, id_3, id_2\rangle_{S[S]\rightarrow S[U]}$ $\langle id_3, id_2, id_2\rangle_{S[S]\rightarrow S[U]}$ $\langle id_3, id_2, id_2\rangle_{R[S,U]\rightarrow R[U,S]}$ $\langle id_3, id_2, id_2\rangle_{U[S]\rightarrow U[U]}$ $\langle id_3, id_3, id_2\rangle_{U[U]}$

| | | | | | | |

$\langle id_3, id_3, \alpha°\rangle_{S[U]\rightarrow S[S]}$ $\langle id_3, id_2, \alpha°\rangle_{S[U]\rightarrow S[S]}$ $\langle id_3, id_2, \alpha°\rangle_{R[U,S]\rightarrow R[S,U]}$ $\langle id_3, id_2, \alpha°\rangle_{U[U]}$ $\langle id_3, id_3, \alpha°\rangle_{U[U]}$

3.1.2. Nicht-Isomorphie zu den ontotopologischen Grundstrukturen

$\langle id_3, id_1, id_1\rangle_{S[S]}$ $\langle id_3, id_1, id_1\rangle_{S[S]\rightarrow S[U]}$ $\langle id_3, id_1, id_1\rangle_{R[S,U]\rightarrow R[U,S]}$ $\langle id_3, id_1, id_1\rangle_{U[S]\rightarrow U[U]}$ $\langle id_3, id_1, id_1\rangle_{U[U]}$

| | | | | | | |

$\langle id_3, id_1, \alpha\rangle_{S[S]}$ $\langle id_3, id_1, \alpha\rangle_{S[U]\rightarrow S[S]}$ $\langle id_3, id_1, \alpha\rangle_{R[U,S]\rightarrow R[S,U]}$ $\langle id_3, id_1, \alpha\rangle_{U[U]\rightarrow U[S]}$ $\langle id_3, id_1, id_1\rangle_{U[U]}$

| | | | | | | |

$\langle id_3, id_1, id_2\rangle_{S[S]}$ $\langle id_3, id_1, id_2\rangle_{S[S]\rightarrow S[U]}$ $\langle id_3, id_1, id_2\rangle_{R[S,U]\rightarrow R[U,S]}$ $\langle id_3, id_1, id_2\rangle_{U[S]\rightarrow U[U]}$ $\langle id_3, id_1, id_1\rangle_{U[U]}$

| | | | | | | |

$\langle id_3, id_1, \beta\rangle_{S[S]}$ $\langle id_3, id_1, \beta\rangle_{S[U]\rightarrow S[S]}$ $\langle id_3, id_1, \beta\rangle_{R[U,S]\rightarrow R[S,U]}$ $\langle id_3, id_1, \beta\rangle_{U[U]\rightarrow U[S]}$ $\langle id_3, id_1, \beta\alpha\rangle_{U[U]}$

| | | | | | | |

$\langle id_3, id_1, id_3\rangle_{S[S]}$ $\langle id_3, id_1, id_3\rangle_{S[S]\rightarrow S[U]}$ $\langle id_3, id_1, id_3\rangle_{R[S,U]\rightarrow R[U,S]}$ $\langle id_3, id_1, d_3\rangle_{U[S]\rightarrow U[U]}$ $\langle id_3, id_1, id_3\rangle_{U[U]}$

3.2. Partiell randkonstante ontische Morphismen

3.2.1. Isomorphie zu den ontotopologischen Grundstrukturen

$$\begin{array}{lllll}
\langle id_2, id_3, \beta^\circ\rangle_{S[S]} & \langle id_2, id_2, \beta^\circ\rangle_{S[S]} & \langle id_2, id_2, \beta^\circ\rangle_{R[S,U]} & \langle id_2, id_2, \beta^\circ\rangle_{U[U]\rightarrow U[S]} & \langle id_2, id_3, \beta^\circ\rangle_{U[U]} \\
\vert \quad \vert & \vert \quad \vert & \vert \quad \vert & \vert \quad \vert & \\
\langle id_2, id_3, id_2\rangle_{S[S]\rightarrow S[U]} & \langle id_2, id_2, id_2\rangle_{S[S]\rightarrow S[U]} & \langle id_2, id_2, id_2\rangle_{R[S,U]\rightarrow R[U,S]} & \langle id_2, id_2, id_2\rangle_{U[S]\rightarrow U[U]} & \langle id_2, id_3, id_2\rangle_{U[U]} \\
\vert \quad \vert & \vert \quad \vert & \vert \quad \vert & \vert \quad \vert & \\
\langle id_2, id_3, \alpha^\circ\rangle_{S[U]\rightarrow S[S]} & \langle id_2, id_2, \alpha^\circ\rangle_{S[U]\rightarrow S[S]} & \langle id_2, id_2, \alpha^\circ\rangle_{R[U,S]\rightarrow R[S,U]} & \langle id_2, id_2, \alpha^\circ\rangle_{U[U]} & \langle id_2, id_3, \alpha^\circ\rangle_{U[U]}
\end{array}$$

3.2.2. Nicht-Isomorphie zu den ontotopologischen Grundstrukturen

$$\begin{array}{lllll}
\langle id_2, id_1, id_1\rangle_{S[S]} & \langle id_2, id_1, id_1\rangle_{S[S]\rightarrow S[U]} & \langle id_2, id_1, id_1\rangle_{R[S,U]\rightarrow R[U,S]} & \langle id_2, id_1, id_1\rangle_{U[S]\rightarrow U[U]} & \langle id_2, id_1, id_1\rangle_{U[U]} \\
\vert \quad \vert & \vert \quad \vert & \vert \quad \vert & \vert \quad \vert & \\
\langle id_2, id_1, \alpha\rangle_{S[S]} & \langle id_2, id_1, \alpha\rangle_{S[U]\rightarrow S[S]} & \langle id_2, id_1, \alpha\rangle_{R[U,S]\rightarrow R[S,U]} & \langle id_2, id_1, \alpha\rangle_{U[U]\rightarrow U[S]} & \langle id_2, id_1, id_1\rangle_{U[U]} \\
\vert \quad \vert & \vert \quad \vert & \vert \quad \vert & \vert \quad \vert & \\
\langle id_2, id_1, id_2\rangle_{S[S]} & \langle id_2, id_1, id_2\rangle_{S[S]\rightarrow S[U]} & \langle id_2, id_1, id_2\rangle_{R[S,U]\rightarrow R[U,S]} & \langle id_2, id_1, id_2\rangle_{U[S]\rightarrow U[U]} & \langle id_2, id_1, id_1\rangle_{U[U]} \\
\vert \quad \vert & \vert \quad \vert & \vert \quad \vert & \vert \quad \vert & \\
\langle id_2, id_1, \beta\rangle_{S[S]} & \langle id_2, id_1, \beta\rangle_{S[U]\rightarrow S[S]} & \langle id_2, id_1, \beta\rangle_{R[U,S]\rightarrow R[S,U]} & \langle id_2, id_1, \beta\rangle_{U[U]\rightarrow U[S]} & \langle id_2, id_1, \beta\alpha\rangle_{U[U]} \\
\vert \quad \vert & \vert \quad \vert & \vert \quad \vert & \vert \quad \vert & \\
\langle id_2, id_1, id_3\rangle_{S[S]} & \langle id_2, id_1, id_3\rangle_{S[S]\rightarrow S[U]} & \langle id_2, id_1, id_3\rangle_{R[S,U]\rightarrow R[U,S]} & \langle id_2, id_1, id_3\rangle_{U[S]\rightarrow U[U]} & \langle id_2, id_1, id_3\rangle_{U[U]}
\end{array}$$

3.3. Nicht-randkonstante ontische Morphismen

3.3.1. Isomorphie zu den ontotopologischen Grundstrukturen

$$\begin{array}{lllll}
\langle id_1, id_3, \beta^\circ\rangle_{S[S]} & \langle id_1, id_2, \beta^\circ\rangle_{S[S]} & \langle id_1, id_2, \beta^\circ\rangle_{R[S,U]} & \langle id_1, id_2, \beta^\circ\rangle_{U[U]\rightarrow U[S]} & \langle id_1, id_3, \beta^\circ\rangle_{U[U]} \\
\vert \quad \vert & \vert \quad \vert & \vert \quad \vert & \vert \quad \vert & \\
\langle id_1, id_3, id_2\rangle_{S[S]\rightarrow S[U]} & \langle id_1, id_2, id_2\rangle_{S[S]\rightarrow S[U]} & \langle id_1, id_2, id_2\rangle_{R[S,U]\rightarrow R[U,S]} & \langle id_1, id_2, id_2\rangle_{U[S]\rightarrow U[U]} & \langle id_1, id_3, id_2\rangle_{U[U]} \\
\vert \quad \vert & \vert \quad \vert & \vert \quad \vert & \vert \quad \vert & \\
\langle id_1, id_3, \alpha^\circ\rangle_{S[U]\rightarrow S[S]} & \langle id_1, id_2, \alpha^\circ\rangle_{S[U]\rightarrow S[S]} & \langle id_1, id_2, \alpha^\circ\rangle_{R[U,S]\rightarrow R[S,U]} & \langle id_1, id_2, \alpha^\circ\rangle_{U[U]} & \langle id_1, id_3, \alpha^\circ\rangle_{U[U]}
\end{array}$$

3.3.2. Nicht-Isomorphie zu den ontotopologischen Grundstrukturen

$$\begin{array}{lllll}
\langle id_1, id_1, id_1\rangle_{S[S]} & \langle id_1, id_1, id_1\rangle_{S[S]\rightarrow S[U]} & \langle id_1, id_1, id_1\rangle_{R[S,U]\rightarrow R[U,S]} & \langle id_1, id_1, id_1\rangle_{U[S]\rightarrow U[U]} & \langle id_1, id_1, id_1\rangle_{U[U]}
\end{array}$$

$\vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert$	
$<id_1, id_1, \alpha>_{S[S]}$	$<id_1, id_1, \alpha>_{S[U]\to S[S]}$	$<id_1, id_1, \alpha>_{R[U,S]\to R[S,U]}$	$<id_1, id_1, \alpha>_{U[U]\to U[S]}$	$<id_1, id_1, id_1>_{U[U]}$
$\vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert$	
$<id_1, id_1, id_2>_{S[S]}$	$<id_1, id_1, id_2>_{S[S]\to S[U]}$	$<id_1, id_1, id_2>_{R[S,U]\to R[U,S]}$	$<id_1, id_1, id_2>_{U[S]\to U[U]}$	$<id_1, id_1, id_1>_{U[U]}$
$\vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert$	
$<id_1, id_1, \beta>_{S[S]}$	$<id_1, id_1, \beta>_{S[U]\to S[S]}$	$<id_1, id_1, \beta>_{R[U,S]\to R[S,U]}$	$<id_1, id_1, \beta>_{U[U]\to U[S]}$	$<id_1, id_1, \beta\alpha>_{U[U]}$
$\vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert$	$\vert \quad \vert$	
$<id_1, id_1, id_3>_{S[S]}$	$<id_1, id_1, id_3>_{S[S]\to S[U]}$	$<id_1, id_1, id_3>_{R[S,U]\to R[U,S]}$	$<id_1, id_1, id_3>_{U[S]\to U[U]}$	$<id_1, id_1, id_3>_{U[U]}$

Literatur

Toth, Alfred, Das kategorientheoretische ontische Tripel-Universum I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015

Die Aufhebung der Perspektivitätskontexturierung bei Systemrelationen

1. Geht man mit Toth (2015a) davon aus, daß jede ontisch-semiotische Tripelrelation der Form $S = \langle x.y.z \rangle$ mit x, y, z $\in$ {1, 2, 3} in der Form

$$S = \langle R[S, S^*], R[T, S], \underline{T} \rangle$$

darstellbar ist, darin $S \subset S^*$, $T \subset S$ gilt und $\underline{T}$ der topologische Raum von T ist, ist, müssen in allen drei möglichen ontotopologischen Teilsystemen von Strukturen (vgl. Toth 2015b) diese Tripel perspektivisch kontexturiert werden.

1.1. Semiotische Repräsentation randkonstanter ontischer Strukturen

$\langle 3.3.3 \rangle_{S}$	$\langle 3.2.3 \rangle_{S}$	$\langle 3.2.3 \rangle_{R[S,U]}$	$\langle 3.2.3 \rangle_{U}$	$\langle 3.3.3 \rangle_{U}$
$\langle 3.3.2 \rangle_{S[S]}$	$\langle 3.2.2 \rangle_{S[S]}$	$\langle 3.2.2 \rangle_{R[S,U]}$	$\langle 3.2.2 \rangle_{U[S]}$	$\langle 3.3.2 \rangle_{U}$
$\langle 3.3.2 \rangle_{S[U]}$	$\langle 3.2.2 \rangle_{S[U]}$	$\langle 3.2.2 \rangle_{R[U,S]}$	$\langle 3.2.2 \rangle_{U[U]}$	$\langle 3.3.2 \rangle_{U}$
$\langle 3.3.1 \rangle_{S}$	$\langle 3.2.1 \rangle_{S}$	$\langle 3.2.1 \rangle_{R[S,U]}$	$\langle 3.2.1 \rangle_{U}$	$\langle 3.3.1 \rangle_{U}$

1.2. Semiotische Repräsentation partiell-randkonstanter ontischer Strukturen

$\langle 2.3.3 \rangle_{S}$	$\langle 2.2.3 \rangle_{S}$	$\langle 2.2.3 \rangle_{R[S,U]}$	$\langle 2.2.3 \rangle_{U}$	$\langle 2.3.3 \rangle_{U}$
$\langle 2.3.2 \rangle_{S[S]}$	$\langle 2.2.2 \rangle_{S[S]}$	$\langle 2.2.2 \rangle_{R[S,U]}$	$\langle 2.2.2 \rangle_{U[S]}$	$\langle 2.3.2 \rangle_{U}$
$\langle 2.3.2 \rangle_{S[U]}$	$\langle 2.2.2 \rangle_{S[U]}$	$\langle 2.2.2 \rangle_{R[U,S]}$	$\langle 2.2.2 \rangle_{U[U]}$	$\langle 2.3.2 \rangle_{U}$
$\langle 2.3.1 \rangle_{S}$	$\langle 2.2.1 \rangle_{S}$	$\langle 2.2.1 \rangle_{R[S,U]}$	$\langle 2.2.1 \rangle_{U}$	$\langle 2.3.1 \rangle_{U}$

1.3. Semiotische Repräsentation nicht-randkonstanter ontischer Strukturen

$\langle 1.3.3 \rangle_{S}$	$\langle 1.2.3 \rangle_{S}$	$\langle 1.2.3 \rangle_{R[S,U]}$	$\langle 1.2.3 \rangle_{U}$	$\langle 1.3.3 \rangle_{U}$
$\langle 1.3.2 \rangle_{S[S]}$	$\langle 1.2.2 \rangle_{S[S]}$	$\langle 1.2.2 \rangle_{R[S,U]}$	$\langle 1.2.2 \rangle_{U[S]}$	$\langle 1.3.2 \rangle_{U}$
$\langle 1.3.2 \rangle_{S[U]}$	$\langle 1.2.2 \rangle_{S[U]}$	$\langle 1.2.2 \rangle_{R[U,S]}$	$\langle 1.2.2 \rangle_{U[U]}$	$\langle 1.3.2 \rangle_{U}$
$\langle 1.3.1 \rangle_{S}$	$\langle 1.2.1 \rangle_{S}$	$\langle 1.2.1 \rangle_{R[S,U]}$	$\langle 1.2.1 \rangle_{U}$	$\langle 1.3.1 \rangle_{U}$

2. Benutzt man nun aber die in Toth (2015c) eingeführte neue Systemdefinition

$$S = [R[0, T], [[R[T, S], R[S, S^*]]],$$

darin O das Objekt, T das Teilsystem, S das System ohne Umgebung und S* das System mit Umgebung vermöge S* = [S, U] bezeichnet (vgl. Toth 2012), dann kann man zu S die Dualrelation

$\times S = [[[R[S^*, S], [R[S, T]], R[T, O]]$

bilden, die beide vermöge der zu einander dualen Zeichenrelationen

$Z = [R[M, O], [[R[O, I], R[M, O, I]]],$

$\times Z = [[[R[I, O, M], [R[I, O]], R[O, M]]$

in einer ontisch-semiotischen Isomorphierelation stehen, d.h. wir haben

$[S, \times S] \cong [Z, \times Z].$

Ferner kann man die Domänen und Codomänen der einzelnen Abbildungen, d.h. in unseren Fällen der Relata, vermöge Bense (1979, S. 53 u. 67) durch Morphismen ersetzen, so daß gilt

$\times(\rightarrow_{\alpha}, (\rightarrow_{\beta}, (\rightarrow_{\beta\alpha}))) = ((((\leftarrow_{\beta\alpha}) \leftarrow_{\beta}), \leftarrow_{\alpha}),$

und wegen der ontisch-semiotischen Isomorphie ist diese kategorientheoretische Dualrelation das abstrakteste mögliche Fundament sowohl der Präsentation von Objekten als auch ihrer Repräsentation durch Zeichen. Das bedeutet natürlich, daß nun auf die Perspektivitätskontexturierung verzichtet werden kann, denn die perspektivischen Teilrelationen

$P[S[U]] = [U[S]]$

$P[R[S, U]] = [R[U, S]]$

werden durch die Dualitätsrelationen in $[S, \times S] \cong [Z, \times Z]$ ausgedrückt. Ferner ist es nicht mehr länger nötig, als Basis ontisch-semiotischer Relationen Tripel der Form $S = \langle x.y.z \rangle$ anzusetzen, sondern die dyadischen Paarrelationen der Form $S = \langle x.y \rangle$, welche bekanntlich die abstrakte Form der Subzeichen sind, sind vermöge ontisch-semiotischer Isomorphie nun ebenfalls ausreichend. Allerdings gibt es für Objekte, anders als für Zeichen, keine trichotomische Inklusion der Form

$Z = (3.x, 2.y, 1.z)$

mit $x \leqq y \leqq z$,

welche Ordnung bekanntlich das theoretisch mögliche Gesamtsystem von $3^3 = 27$ triadischen semiotischen Relation auf die 10 peirceschen Zeichenklassen einschränkt, sondern für Objekte gilt nun das Gesamtsystem aller 27 Repräsentationen, die vermöge der Teilisomorphien

$R[O, T] \cong R[M, O]$

$R[T, S] \cong R[O, I]$

$R[S, S^*] \cong R[M, O, I]$

zur Präsentation von Objekten verwendet werden können. Anders gesagt, stellen die 27 Relationen die systemtheoretische Basis sowohl der Präsentation von Objekten auch der Repräsentation von Zeichen dar. Da die Zeichen Abstraktionen von Objekten sind (vgl. Benses Ausführungen zur "Polyaffinität" bzw. "Polyrepräsentativität" von Zeichenklassen in Bense [1983, S. 44 f.]), sind die 10 peirceschen Zeichenklassen natürlich eine Teilmenge der 27 systemischen, zugleich präsentierenden und repräsentierenden Relationen über Relationen.

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Toth, Alfred, Die semiotischen Repräsentationen ontischer Präsentationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015a

Toth, Alfred, Das kategorientheoretische ontische Tripel-Universum I-V. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015b

Toth, Alfred, Neudefinition der Systemrelation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015c

Die Zeichenrelation als Systemrelation

1. Jedes Subzeichen kann nach Bense (1986, S. 50) sowohl statisch als auch dynamisch fungieren, d.h. als Entität oder als Prozeß, der als Semiose bezeichnet wird. Entsprechend kann man die peircesche Zeichenrelation entweder entitätisch durch

$Z = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)))$

oder semiosisch durch

$Z = ((M \rightarrow O) \rightarrow ((O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I)))$

definieren. Seit Bense (1979, S. 53 u. 67) wird nurmehr die entitätische Definition gebraucht. Die semiosische hingegen dominiert Benses frühes semiotisches Werk (vgl. z.B. Bense 1971, S. 77 ff.; 1975, S. 88 ff. u. 109 ff.). Beide Zeichendefinitionen können schließlich seit Bense (1981, S. 124 ff.) kategorientheoretisch redefiniert werden, wobei die Morphismen zwischen den Fundamentalkategorien wie folgt definiert sind

$\alpha := (.1. \rightarrow .2.)$

$\beta := (.2. \rightarrow .3.)$

und folglich haben wir weiter die konversen

$\alpha° := (.2. \rightarrow .1.)$

$\beta° := (.3. \rightarrow .2.)$,

die komponierten

$\beta\alpha = (.1. \rightarrow .3)$

$\alpha°\beta° = (.3. \rightarrow 1.)$

sowie natürlich die drei identitiven Morphismen

$id_1 = (.1. \rightarrow .1.)$

$id_2 = (.2. \rightarrow .2.)$

$id_3 = (.3. \rightarrow .3.)$.

2. Nun kann man die Systemrelation wie folgt definieren

$S = [R[O, T], [[R[T, S], R[O, T, S]]],$

worin O das Objekt, T das Teilsystem und S das System bezeichnet (vgl. Toth 2015),

d.h. wir haben die ontisch-semiotischen Teilisomorphien

$R[O, T] \cong R[M, O]$

$R[T, S] \cong R[O, I]$

$R[O, T, S] \cong R[M, O, I],$

und deshalb

$$Z = ((M \to O) \to ((O \to I) \to (M \to O \to I)))$$
$$\cong$$
$$S = [R[O, T], [[R[T, S], R[O, T, S]]].$$

Allerdings ist es so, daß wir bislang nicht von S als minimaler systemtheoretischer Einheit ausgegangen waren, sondern seit Toth (2012) gilt

$S^* = [S, U],$

oder anders gesagt: S hat keine Umgebung, es sei denn, es erscheine in S^* eingebettet. Daraus folgt unmittelbar die in Toth (2015) gegebene Definition der Systemrelation

$S^* = [R[O, T], [[R[T, S], R[S, S^*]]],$

deren Isomorphie mit der Zeichenrelation vermöge der Teilisomorphien

$Z^* = [R[M, O], [[R[O, I], R[I, I^*]]]$

ergäbe. Nun gilt für I, da es per definitionem eine triadische Kategorie ist

$I = Z,$

und daher haben wir sofort

$Z^* = [R[M, O], [[R[O, I], R[I, Z^*]]]$

mit den neuen Teilisomorphien

$R[O, T] \cong R[M, O]$

$R[T, S] \cong R[O, I]$

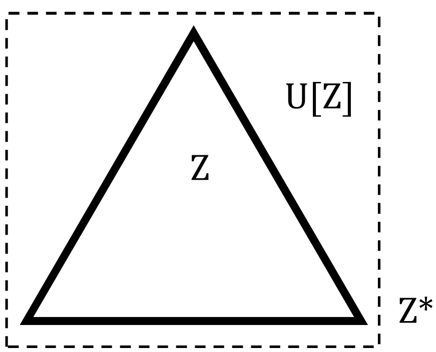
$R[S, S^*] \cong R[I, Z^*]$.

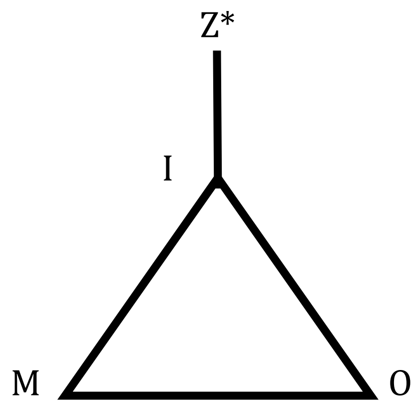
Es handelt sich somit sowohl bei S^* als auch beim ihm nun isomorphen Z^* um pseudo-tetradische Relationen, da

$S^* = U[S]$

$Z^* = U[Z = I]$

gilt. Wir gehen also von einem neuen Zeichenmodell aus, das in eine Umgebung eingebettet erscheint, etwa so, wie in den folgenden Schemata dargestellt





Nach Benses Bestimmung des Zeichens als Differenz paarweiser "Umwelt-systeme" (Bense 1975, S. 134)

$Z \equiv \Delta(U_i, U_j)$

erzeugt das Zeichen Umgebungsdifferenzen, und umgekehrt wird nach Benses situationstheoretischer Zeichendefinition (vgl. Bense 1971, S. 84 ff. u. 1983, S. 156 ff.) das Zeichen als Funktion von Umgebungen eingeführt

$Z = R(Z, Sit_i, Sit_j)$,

d.h. das Zeichen wirkt einerseits umgebungserzeugend und wird andererseits durch Umgebungen erzeugt, es gibt somit eine bijektive Abbildung von Zeichen als Systemen auf ihre Umgebungen.

Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1986

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Toth, Alfred, Grundlegung der ontisch-semiotischen Systemtheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015, S. 1-8

Grundlegung einer ontisch-semiotischen Kategorientheorie

1. Im Anschluß an Toth (2015a, b) gehen wir aus von der Isomorphie der semiosisch (d.h. nicht-entitätisch, vgl. Bense 1983, S. 50) definierten Zeichen- und Systemrelation

$Z = ((M \rightarrow O) \rightarrow ((O \rightarrow I) \rightarrow (M \rightarrow O \ \rightarrow I)))$
$\cong$
$S = [R[O, T], [[R[T, S], R[O, T, S]]],$

die ihrerseits in die drei ontisch-semiotischen Teilisomorphien

$R[O, T] \cong R[M, O]$

$R[T, S] \cong R[O, I]$

$R[O, T, S] \cong R[M, O, I]$

zerfällt.

2. Sei nun, wie bereits in Toth (1997, S. 21 ff.) definiert

$\alpha := (.1. \rightarrow .2.)$

$\beta := (.2. \rightarrow .3.).$

Folglich haben wir weiter die konversen

$\alpha° := (.2. \rightarrow .1.)$

$\beta° := (.3. \rightarrow .2.),$

die komponierten

$\beta\alpha = (.1. \rightarrow .3)$

$\alpha°\beta° = (.3. \rightarrow 1.)$

sowie natürlich die drei identitiven Morphismen

$id_1 = (.1. \rightarrow .1.)$

$id_2 = (.2. \rightarrow .2.)$

$id_3 = (.3. \rightarrow .3.).$

Nun können wir vermöge der Teilisomorphien die kategorientheoretischen Abbildungen, die sowohl für semiotische Repräsentation als auch für ontische Präsentation gültig sind, wie folgt definieren.

(M → O)

(1.1) → (2.1)	:=	[α, id_1]	(1.2) → (2.1)	:=	[α, α°]
(1.1) → (2.2)	:=	[α, α]	(1.2) → (2.2)	:=	[α, id_2]
(1.1) → (2.3)	:=	[α, βα]	(1.2) → (2.3)	:=	[α, β]

(1.3) → (2.1)	:=	[α, α°β°]
(1.3) → (2.2)	:=	[α, β°]
(1.3) → (2.3)	:=	[α, id_3]

(O → I)

(2.1) → (3.1)	:=	[β, id_1]	(2.2) → (3.1)	:=	[β, α°]
(2.1) → (3.2)	:=	[β, α]	(2.2) → (3.2)	:=	[β, id_2]
(2.1) → (3.3)	:=	[β βα]	(2.2) → (3.3)	:=	[β, β]

(2.3) → (3.1)	:=	[β, α°β°]
(2.3) → (3.2)	:=	[β, β°]
(2.3) → (3.3)	:=	[β, id_3]

Für die triadischen Subrelationen sei daran erinnert (vgl. Toth 2015a), daß wir wegen der ontischen Präsentation, für welche keine trichotomisch-inklusive Ordnung wie für die semiotische Repräsentation gilt, von der Gesamtmenge der 3^3 = 27 und nicht nur von den 10 triadisch-trichotomischen Relationen ausgehen müssen.

$(M \rightarrow O \rightarrow I)$

$(3.1, 2.1, 1.1) := [[\beta°, id_1], [\alpha°, id_1]]$

$(3.1, 2.1, 1.2) := [[\beta°, id_1], [\alpha°, \alpha]]$

$(3.1, 2.1, 1.3) := [[\beta°, id_1], [\alpha°, \beta\alpha]]$

$(3.1, 2.2, 1.1) := [[\beta°, \alpha], [\alpha°, \alpha°]]$

$(3.1, 2.2, 1.2) := [[\beta°, \alpha], [\alpha°, id_1]]$

$(3.1, 2.2, 1.3) := [[\beta°, \alpha], [\alpha°, \beta]]$

$(3.1, 2.3, 1.1) := [[\beta°, \beta\alpha], [\alpha°\beta°, \alpha°\beta°]]$

$(3.1, 2.3, 1.2) := [[\beta°, \beta\alpha], [\alpha°, \beta°]]$

$(3.1, 2.3, 1.3) := [[\beta°, \beta\alpha], [\alpha°, id_3]]$

$(3.2, 2.1, 1.1) := [[\beta°, \alpha°], [\alpha°, id_1]]$

$(3.2, 2.1, 1.2) := [[\beta°, \alpha°], [\alpha°, \alpha]]$

$(3.2, 2.1, 1.3) := [[\beta°, \alpha°], [\alpha°, \beta\alpha]]$

$(3.2, 2.2, 1.1) := [[\beta°, id_2], [\alpha°, \alpha°]]$

$(3.2, 2.2, 1.2) := [[\beta°, id_2], [\alpha°, id_1]]$

$(3.2, 2.2, 1.3) := [[\beta°, id_2], [\alpha°, \beta]]$

$(3.2, 2.3, 1.1) := [[\beta°, \beta], [\alpha°\beta°, \alpha°\beta°]]$

$(3.2, 2.3, 1.2) := [[\beta°, \beta], [\alpha°, \beta°]]$

$(3.2, 2.3, 1.3) := [[\beta°, \beta], [\alpha°, id_3]]$

$(3.3, 2.1, 1.1) := [[\beta°, \alpha°\beta°], [\alpha°, id_1]]$

$(3.3, 2.1, 1.2) := [[\beta°, \alpha°\beta°], [\alpha°, \alpha]]$

$(3.3, 2.1, 1.3) := [[\beta°, \alpha°\beta°], [\alpha°, \beta\alpha]]$

$(3.3, 2.2, 1.1) \quad := \quad [[\beta°, \beta°], [\alpha°, \alpha°]]$

$(3.3, 2.2, 1.2) \quad := \quad [[\beta°, \beta°], [\alpha°, id_1]]$

$(3.3, 2.2, 1.3) \quad := \quad [[\beta°, \beta°], [\alpha°, \beta]]$

$(3.3, 2.3, 1.1) \quad := \quad [[\beta°, id_3], [\alpha°\beta°, \alpha°\beta°]]$

$(3.3, 2.3, 1.2) \quad := \quad [[\beta°, id_3], [\alpha°, \beta°]]$

$(3.3, 2.3, 1.3) \quad := \quad [[\beta°, id_3], [\alpha°, id_3]]$

Literatur

Toth, Alfred, Grundlegung der ontisch-semiotischen Systemtheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015a

Toth, Alfred, Die Zeichenrelation als Systemrelation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015b

Semiotische Identität und Antiidentität

1. Die Substitution der von Bense als Primzeichenrelation eingeführten Zeichenzahlenrelation (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.)

$P_1 = (1, 2, 3)$

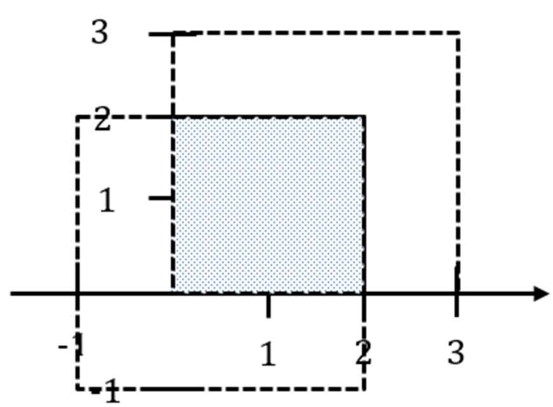
durch die von Engelbert Kronthaler vorgeschlagene Zeichenzahlenrelation

$P_2 = (-1, 1, 2)$,

in der also nicht nur die positiven ganzen Zahlen einschließlich der 1, sondern auch die negativen als Feld von Primzahlen anerkannt werden, führt, wie bereits in Toth (2015a) gezeigt, zu einer Matrix mit nicht-leerer Schnittmenge ihrer Teilmatrizen

	-1	1	2	3
-1	-1.-1	-1.1	-1.2	
1	1.-1	1.1	1.2	1.3
2	2.-1	2.1	2.2	2.3
3		3.1	3.2	3.3

und verlangt zur Darstellung der semiotischen Subrelationen ein kartesisches Koordinatensystem, welches alle vier Quadranten benötigt.



2. Obwohl die Substitutionsoperation

σ: $P_1 \rightarrow P_2 = (1, 2, 3) \rightarrow (-1, 1, 2)$

somit relativ zur semiotischen Bezeichnungsfunktion nur partiell ist (vgl. den schraffierten Bereich im Koordinatensystem), haben wir folgende kategorialen Abbildungen.

2.1. Triadische Morphismen

2.1.1. (1.) → (-1.)

2.1.2. (-1.) → (1.)

2.2. Trichotomische Morphismen

2.2.1. (.1) → (.-1)

2.2.2. (.-1) → (.1),

d.h. wir haben es nicht mehr länger nur mit automorphen Abbildungen wie in P_1, d.h.

$id_1 = (1) \rightarrow (1)$

$id_2 = (2) \rightarrow (2)$

$id_3 = (3) \rightarrow (3)$,

zu tun, sondern im Falle der erstheitlichen Identität mit $i^2 = -1$, und dies, obwohl mit Hilfe von komplexen Zahlen natürlich keine Primzeichenrelationen definiert werden können (vgl. Toth 2015b). Es bleibt somit nichts anderes übrig, als neben den Identitäten id_1, id_2 und id_3 semiotische Antiidentitäten der vier Formen 2.1.1. bis 2.2.2. anzusetzen. Man sollte sich allerdings hüten, hier eine Verletzung der 2-wertigen logischen Basis der Semiotik zu sehen, wie sie etwa durch den Begriff der "Gegenidentität" von Günther impliziert wird: "Die Identität des Positiven mit sich selbst erscheint zuerst im 3-wertigen System, in dem das Denken von der Achse der Positivsprache zur Achsenrichtung der Negativsprache überwandert, auf zweierlei Weise deutbar. Einmal als Identität des Objekts mit sich selbst und dann als Identität der Subjektivität mit sich selbst. Die Einführung der 2. Negation – die zugleich die erste trans-klassische ist – schränkt also den universellen Gültigkeitsbereich des klassischen Identitätsdenkens ein, weil das fraglose Mit-sich-selbst-identisch-Sein eines jeden beliebigen Weltdatums sich jetzt in eine Polarität von Identität und

Gegenidentität auflöst" (Günther 1980, S. 43). Wir führen daher zur Bezeichnung von Antiidentiät den Asterisk (*) ein und definieren

$id^*_1 = (1.) \rightarrow (-1.)$

$id^*{}_1^{-1} = (-1.) \rightarrow (1.)$

$id_{1^*} = (.1) \rightarrow (.-1)$

$id_{1^*}^{-1} = (.-1) \rightarrow (.1)$.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

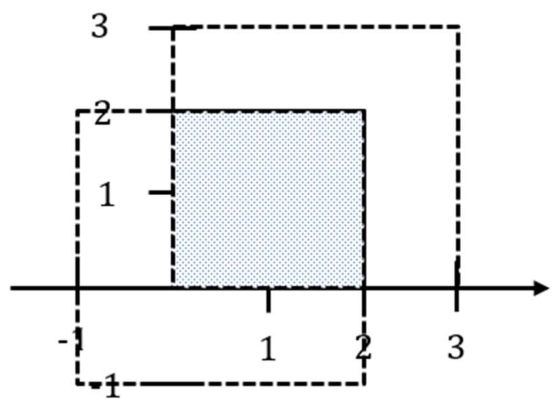
Günther, Gotthard, Identität, Gegenidentität und Negativsprache. In: Hegel-Jahrbuch 1979, S. 22-87

Toth, Alfred, Zwei Zeichenzahlenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Die Problematik einer Definition komplexer Zeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Identische und antiidentische semiotische Kategorien

1. Ersetzt man die von Bense (1981, S. 17 ff.) definierte Primzeichenrelation, welche 1 als Primzeichen anerkennt, P_1 =(1, 2, 3), durch die von Kronthaler vorgeschlagene Primzeichenrelation, welche auch negative ganze Zahlen als Primzahlen akzeptiert, P_2 = (-1, 1, 2) (vgl. Toth 2015a), so erhält man für die über P_2 erzeugbare semiotische Matrix ein zugehöriges kartesisches Koordinatensystem, welches alle vier Quadranten benötigt.



2. Wie in Toth (2015b) gezeigt, ist man in diesem Falle gezwungen, für die (als einzige auftretende) 1-Identität eine "Antiidentität" zu definieren, und zwar sowohl für triadische als auch für trichotomische Abbildungen

2.1. Triadische Morphismen

2.1.1. (1.) → (-1.) := $\quad id^*_1$ = (1.) → (-1.)

2.1.2. (-1.) → (1.) := $\quad id^*{}_1^{-1}$ = (-1.) → (1.)

2.2. Trichotomische Morphismen

2.2.1. (.1) → (.-1) := $\quad id_{1^*}$ = (.1) → (.-1)

2.2.2. (.-1) → (.1) := $\quad id_{1^*}{}^{-1}$ = (.-1) → (.1).

3. Damit steht allerdings der Weg frei, auch für sämtliche in P_1 =(1, 2, 3) auftretenden Primzeichen die zugehörigen Negativen zu definieren, d.h. die sich im doppelt positiven (sowohl triadisch als auch trichotomischen) Falle nur im 1. Quadranten definierte semiotische Matrix über P_1 =(1, 2, 3) auch für den

2., 3. und 4. Quadranten zu definieren. Man erhält somit eine neue Primzeichenrelation der parametrisierten Form

$P = (\pm 1, \pm 2, \pm 3)$.

Das bedeutet, daß die beiden kategorientheoretischen Abbildungen für die semiotische Bezeichnungs- und Bedeutungsfunktion, α und β, ebenfalls neu definiert werden müssen. Man erhält nach dem Vorbild der redefinierten Identitäten für α

3.1. $(1.) \rightarrow (-2.) \quad := \quad \alpha *_1 = (1.) \rightarrow (-2.)$

3.2. $(-2.) \rightarrow (1.) \quad := \quad \alpha *_1{}^{-1} = (-2.) \rightarrow (1.)$

3.3. $(.1) \rightarrow (.-2) \quad := \quad \alpha_{1*} = (.1) \rightarrow (.-2)$

3.4. $(.-2) \rightarrow (.1) \quad := \quad \alpha_{1*}{}^{-1} = (.-2) \rightarrow (.1)$

und für β

3.5. $(2.) \rightarrow (-3.) \quad := \quad \beta *_1 = (2.) \rightarrow (-3.)$

3.6. $(-3.) \rightarrow (2.) \quad := \quad \beta *_1{}^{-1} = (-3.) \rightarrow (2.)$

3.7. $(.2) \rightarrow (.-3) \quad := \quad \beta_{1*} = (.2) \rightarrow (.-3)$

3.8. $(.-3) \rightarrow (.2) \quad := \quad \beta_{1*}{}^{-1} = (.-3) \rightarrow (.2)$.

Literatur

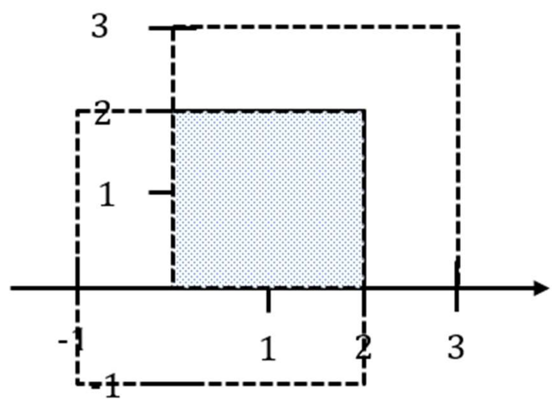
Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Primzahlen und Primzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Semiotische Identität und Antiidentität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Positive und negative Primzeichen

1. Ersetzt man die von Bense (1981, S. 17 ff.) definierte Primzeichenrelation, welche 1 als Primzeichen anerkennt, $P_1 = (1, 2, 3)$, durch die von Kronthaler vorgeschlagene Primzeichenrelation, welche auch negative ganze Zahlen als Primzahlen akzeptiert, $P_2 = (-1, 1, 2)$ (vgl. Toth 2015a), so erhält man für die über P_2 erzeugbare semiotische Matrix ein zugehöriges kartesisches Koordinatensystem, welches alle vier Quadranten benötigt.



2. Wie bereits in Toth (2015b) vorgeschlagen wurde, können wir einen entscheidenden Schritt weiter gehen, indem wir für alle drei Primzeichen positive und negative Primzahlen zulassen, d.h. wir nehmen die folgende Abbildung vor

f: $P = (1, 2, 3) \rightarrow P = (\pm 1, \pm 2, \pm 3)$.

Dadurch müssen die semiotischen Kategorien (vgl. Toth 1997, S. 21 ff.) neu definiert werden.

2.1. Redefinition identitiver Morphismen

$(1.) \rightarrow (-1.) :=$ $id^*_1 = (1.) \rightarrow (-1.)$

$(-1.) \rightarrow (1.) :=$ $id^*{}_1^{-1} = (-1.) \rightarrow (1.)$

$(.1) \rightarrow (.-1) :=$ $id_{1^*} = (.1) \rightarrow (.-1)$

$(.-1) \rightarrow (.1) :=$ $id_{1^*}{}^{-1} = (.-1) \rightarrow (.1)$.

2.2. Redefinition nicht-identitiver Morphismen

2.2.1. Morphismen der semiotischen Bezeichnungsfunktion

$(1.) \rightarrow (-2.) :=\quad \alpha *_1 = (1.) \rightarrow (-2.)$

$(-2.) \rightarrow (1.) :=\quad \alpha *_1^{-1} = (-2.) \rightarrow (1.)$

$(.1) \rightarrow (.-2) :=\quad \alpha_{1*} = (.1) \rightarrow (.-2)$

$(.-2) \rightarrow (.1) :=\quad \alpha_{1*}^{-1} = (.-2) \rightarrow (.1)$

2.2.2. Morphismen der semiotischen Bedeutungsfunktion

$(2.) \rightarrow (-3.) :=\quad \beta *_1 = (2.) \rightarrow (-3.)$

$(-3.) \rightarrow (2.) :=\quad \beta *_1^{-1} = (-3.) \rightarrow (2.)$

$(.2) \rightarrow (.-3) :=\quad \beta_{1*} = (.2) \rightarrow (.-3)$

$(.-3) \rightarrow (.2) :=\quad \beta_{1*}^{-1} = (.-3) \rightarrow (.2).$

3. Semiotische Dualsysteme werden vermöge der gleichen, oben definierten Abbildung

$$f: \quad (3.x, 2.y, 1.z) \times (z.1, y.2, x.3) \rightarrow$$

$$(\pm 3.\pm x, \pm 2.\pm y, \pm 1.\pm z) \times (\pm z.\pm 1, \pm y.\pm 2, \pm x.\pm 3)$$

parametrisiert, d.h. ihr zugehöriger semiotischer Raum dehnt sich in einem kartesischen Koordinatensystem vom ersten auf alle vier Quadranten aus. Dadurch erhalten wir also eine sehr große Zahl von Zeichen- und Realitätsthematiken mit positiven oder negativen Vorzeichen, wobei die Dualisationsoperation natürlich mit der Konversion von Triaden in Trichotomien bzw. umgekehrt auch die Vorzeichen umkehrt. So ist die Realitätsthematik einer Zeichenthematik der Form

$ZTh = (-3.x, -2.y, -1.z)$

$RTh = \times ZTh = \times(-3.x, -2.y, -1.z) = (z.-1, y.-2, x.-3),$

während die Realitätsthematik einer Zeichenthematik der Form

$ZTh = (3.-x, 2.-y, 1.-z)$

RTh = ×ZTh = ×(3.-x, 2.-y, 1.-z) = (-z.1, -y.2, -x.3)

ist, d.h. wir bekommen ein Paar von Zeichenklassen, das einem Vorzeichen-konversen Paar von Realitätsthematiken bzw. vice versa gegenüber steht

(-3.x, -2.y, -1.z)   (z.-1, y.-2, x.-3)

(3.-x, 2.-y, 1.-z)   (-z.1, -y.2, -x.3)

und damit eine chiastische Relation zwischen jedem Paar von semiotischen Dualsystemen, deren Triaden und Trichotomien ungleiche Vorzeichen haben.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Primzahlen und Primzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Identische und antiidentische semiotische Kategorien. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Grundlegung einer 2-dimensionalen semiotischen Kategorientheorie I

1. Zur semiotischen Kategorientheorie vgl. Bense (1981, S. 124 ff.) und Toth (1997, S. 21 ff.). Im folgenden werden 2-dimensionale semiotische Kategorien – und damit natürlich nur die allererlementarsten Grundlagen einer entsprechenden Kategorientheorie – für die in Toth (2015) definierten semiotischen Graphen definiert.

2. Semiotische Kategorien

2.1. Adjazente Zählweise

0	→	1		2		Ø
↑	↙		⊗	↓	↖	
2		Ø		0	→	1

1	←	0		Ø		2
	↘	↑	⊗		↗	↓
Ø		2		1	←	0

0	→	1		Ø		2
	↖	↓	⊗		↙	↑
Ø		2		0	→	1

1	←	0		2		Ø
↓	↗		⊗	↑	↘	
2		Ø		1	←	0

2.2. Subjazente Zählweise

0	←	2		2	→	0
↓	↗		⊗		↖	↓
1		Ø		Ø		1

1	→	2		2	←	1
↑	↙		⊗		↘	↑
0		Ø		Ø		0

0		Ø		Ø		0
↓	↖		⊗		↗	↓
1	→	2		2	←	1

1		Ø		Ø		1
↑	↘		⊗		↙	↑
0	←	2		2	→	0

2.3. Transjazente Zählweise

0	←	2		2	→	0
	↘	↑	⊗	↑	↙	
Ø		1		1		Ø

1	→	2		2	←	1
	↖	↓	⊗	↓	↗	
Ø		0		0		Ø

$$\begin{array}{ccccccccc}
0 & & \emptyset & & & \emptyset & & & 0 \\
\uparrow & \searrow & & & \otimes & & & \swarrow & \uparrow \\
2 & \leftarrow & 1 & & & 1 & & \rightarrow & 2
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccc}
1 & & \emptyset & & & \emptyset & & & 1 \\
\downarrow & \nwarrow & & & \otimes & & & \nearrow & \downarrow \\
2 & \rightarrow & 0 & & & 0 & & \leftarrow & 2
\end{array}$$

3. Semiotische Morphismen

Die bereits in Toth (1997) definierten semiotischen Morphismen

$\alpha := (0 \rightarrow 1)$

$\beta := (1 \rightarrow 2)$,

den dazu konversen

$\alpha° = (1 \rightarrow 0)$

$\beta° = (2 \rightarrow 1)$,

den komponierten

$\beta\alpha = (0 \rightarrow 2)$

$\alpha°\beta° = (0 \rightarrow 2)$

und natürlich den drei identitiven

$id_0 := (0 \rightarrow 0)$

$id_1 := (1 \rightarrow 1)$

$id_2 := (2 \rightarrow 2)$

sind somit in dimensionaler Abhängigkeit von den folgenden vier Paaren von Gerichtetheit zu definieren

$(\rightarrow, \leftarrow), (\uparrow, \downarrow), (\nearrow, \swarrow)\ (\nwarrow, \searrow)$, d.h. wir erhalten folgendes 8-dimensionales System semiotischer Morphismen

	α	$\alpha°$	β	$\beta°$	$\beta\alpha$	$\alpha°\beta°$	id_0	id_1	id_2
$\rightarrow$	$\alpha^{\rightarrow}$	$\alpha^{°\rightarrow}$	$\beta^{\rightarrow}$	$\beta^{°\rightarrow}$	$\beta\alpha^{\rightarrow}$	$\alpha°\beta^{°\rightarrow}$	$id_0^{\rightarrow}$	$id_1^{\rightarrow}$	$id_2^{\rightarrow}$
$\leftarrow$	$\alpha^{\leftarrow}$	$\alpha^{°\leftarrow}$	$\beta^{\leftarrow}$	$\beta^{°\leftarrow}$	$\beta\alpha^{\leftarrow}$	$\alpha°\beta^{°\leftarrow}$	$id_0^{\leftarrow}$	$id^{\leftarrow}$	$id_2^{\leftarrow}$
$\uparrow$	$\alpha^{\uparrow}$	$\alpha^{°\uparrow}$	$\beta^{\uparrow}$	$\beta^{°\uparrow}$	$\beta\alpha^{\uparrow}$	$\alpha°\beta^{\uparrow}$	$id^{\uparrow}$	$id_1^{\uparrow}$	$id_2^{\uparrow}$
$\downarrow$	$\alpha^{\downarrow}$	$\alpha^{°\downarrow}$	$\beta^{\downarrow}$	$\beta^{°\downarrow}$	$\beta\alpha^{\downarrow}$	$\alpha°\beta^{°\downarrow}$	$id_0^{\downarrow}$	$id_1^{\downarrow}$	$id_2^{\downarrow}$
$\nearrow$	$\alpha^{\nearrow}$	$\alpha^{°\nearrow}$	$\beta^{\nearrow}$	$\beta^{°\nearrow}$	$\beta\alpha^{\nearrow}$	$\alpha°\beta^{°\nearrow}$	$id_0^{\nearrow}$	$id_1^{\nearrow}$	$id_2^{\nearrow}$
$\swarrow$	$\alpha^{\swarrow}$	$\alpha^{°\swarrow}$	$\beta^{\swarrow}$	$\beta^{°\swarrow}$	$\beta\alpha^{\swarrow}$	$\alpha°\beta^{°\swarrow}$	$id_0^{\swarrow}$	$id_1^{\swarrow}$	$id_2^{\swarrow}$
$\nwarrow$	$\alpha^{\nwarrow}$	$\alpha^{°\nwarrow}$	$\beta^{\nwarrow}$	$\beta^{°\nwarrow}$	$\beta\alpha^{\nwarrow}$	$\alpha°\beta^{°\nwarrow}$	$id_0^{\nwarrow}$	$id_1^{\nwarrow}$	$id_2^{\nwarrow}$
$\searrow$	$\alpha^{\searrow}$	$\alpha^{°\searrow}$	$\beta^{\searrow}$	$\beta^{°\searrow}$	$\beta\alpha^{\searrow}$	$\alpha°\beta^{°\searrow}$	$id_0^{\searrow}$	$id_1^{\searrow}$	$id_2^{\searrow}$

für die drei in 2 Dimensionen unterscheidbaren Zählweisen.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Semiotische Graphen in 2-dimensionalen Raumfeldern. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Grundlegung einer 2-dimensionalen semiotischen Kategorientheorie II

1. Von dem in Teil I (vgl. Toth 2015) in dimensionaler Abhängigkeit von den folgenden vier Paaren von Gerichtetheit

(→, ←), (↑, ↓), (↗, ↙) (↖, ↘),

definierten, 8-dimensionalen System von 72 semiotischen Morphismen

	α	$\alpha°$	β	$\beta°$	$\beta\alpha$	$\alpha°\beta°$	id_0	id_1	id_2
→	$\alpha^{\rightarrow}$	$\alpha°^{\rightarrow}$	$\beta^{\rightarrow}$	$\beta°^{\rightarrow}$	$\beta\alpha^{\rightarrow}$	$\alpha°\beta°^{\rightarrow}$	$id_0{}^{\rightarrow}$	$id_1{}^{\rightarrow}$	$id_2{}^{\rightarrow}$
←	$\alpha^{\leftarrow}$	$\alpha°^{\leftarrow}$	$\beta^{\leftarrow}$	$\beta°^{\leftarrow}$	$\beta\alpha^{\leftarrow}$	$\alpha°\beta°^{\leftarrow}$	$id_0{}^{\leftarrow}$	$id^{\leftarrow}$	$id_2{}^{\leftarrow}$
↑	$\alpha^{\uparrow}$	$\alpha°^{\uparrow}$	$\beta^{\uparrow}$	$\beta°^{\uparrow}$	$\beta\alpha^{\uparrow}$	$\alpha°\beta^{\uparrow}$	$id^{\uparrow}$	$id_1{}^{\uparrow}$	$id_2{}^{\uparrow}$
↓	$\alpha^{\downarrow}$	$\alpha°^{\downarrow}$	$\beta^{\downarrow}$	$\beta°^{\downarrow}$	$\beta\alpha^{\downarrow}$	$\alpha°\beta°^{\downarrow}$	$id_0{}^{\downarrow}$	$id_1{}^{\downarrow}$	$id_2{}^{\downarrow}$
↗	$\alpha^{\nearrow}$	$\alpha°^{\nearrow}$	$\beta^{\nearrow}$	$\beta°^{\nearrow}$	$\beta\alpha^{\nearrow}$	$\alpha°\beta°^{\nearrow}$	$id_0{}^{\nearrow}$	$id_1{}^{\nearrow}$	$id_2{}^{\nearrow}$
↙	$\alpha^{\swarrow}$	$\alpha°^{\swarrow}$	$\beta^{\swarrow}$	$\beta°^{\swarrow}$	$\beta\alpha^{\swarrow}$	$\alpha°\beta°^{\swarrow}$	$id_0{}^{\swarrow}$	$id_1{}^{\swarrow}$	$id_2{}^{\swarrow}$
↖	$\alpha^{\nwarrow}$	$\alpha°^{\nwarrow}$	$\beta^{\nwarrow}$	$\beta°^{\nwarrow}$	$\beta\alpha^{\nwarrow}$	$\alpha°\beta°^{\nwarrow}$	$id_0{}^{\nwarrow}$	$id_1{}^{\nwarrow}$	$id_2{}^{\nwarrow}$
↘	$\alpha^{\searrow}$	$\alpha°^{\searrow}$	$\beta^{\searrow}$	$\beta°^{\searrow}$	$\beta\alpha^{\searrow}$	$\alpha°\beta°^{\searrow}$	$id_0{}^{\searrow}$	$id_1{}^{\searrow}$	$id_2{}^{\searrow}$

nehmen die 18 horizontalen und die 18 vertikalen Morphismen insofern eine Sonderstellung ein, als sie rechtsmehrdeutig sind.

2. Präzise gesprochen handelt es sich um eine den →/← und ↑↓-Abbildungen inhärente Doppeldeutigkeit, denn z.B. kann

$\alpha^{\rightarrow}$ (0, 1)

sowohl auf

0 1

Ø Ø

als auch auf

Ø Ø

0 1

und

$\alpha^{\uparrow}(0, 1)$

sowohl auf

0 Ø

1 Ø

als auch auf

Ø 0

Ø 1

abgebildet werden, während sämtliche übrigen Abbildungen rechtseindeutig sind, vgl. z.B.

$\alpha^{\nearrow}(0, 1) =$

Ø 1

0 Ø.

Die 18 horizontalen und die 18 vertikalen Abbildungen können damit auf die folgenden Abbildungsdifferenzen zurückgeführt werden

$\rightarrow(0, 1) = \{(0 \rightarrow 1), ((0 \rightarrow 1))\}$

$\leftarrow(0, 1) = \{(0 \leftarrow 1), ((0 \leftarrow 1))\}$

$\uparrow(0, 1) = \{(0 \uparrow 1), ((0 \uparrow 1))\}$

$\downarrow(0, 1) = \{(0 \downarrow 1), ((0 \downarrow 1))\}$,

d.h. nur die transjazente Zählweise ist vermöge Diagonalität nicht nur links-, sondern auch rechtseindeutig.

3. Umgekehrt kann aber die transjazente Zählweise nicht einfach durch qualitative Addition von adjazenter und subjazenter Zählweise hergestellt werden, vgl. z.B.

$$\begin{matrix} 0 & 1 \\ \emptyset & \emptyset \end{matrix} \quad \oplus \quad \begin{matrix} 0 & \emptyset \\ 1 & \emptyset \end{matrix} \quad = \quad \begin{matrix} 0 & 1 \\ 1 & \emptyset \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \emptyset & \emptyset \\ 0 & 1 \end{matrix} \quad \oplus \quad \begin{matrix} 0 & \emptyset \\ 1 & \emptyset \end{matrix} \quad = \quad \begin{matrix} 0 & \emptyset \\ 0 & 1 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 0 & 1 \\ \emptyset & \emptyset \end{matrix} \quad \oplus \quad \begin{matrix} \emptyset & 0 \\ \emptyset & 1 \end{matrix} \quad = \quad \begin{matrix} 0 & 1 \\ \emptyset & 1 \end{matrix} \quad \text{oder} \quad \begin{matrix} 0 & 0 \\ \emptyset & 1 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \emptyset & \emptyset \\ 0 & 1 \end{matrix} \quad \oplus \quad \begin{matrix} 0 & \emptyset \\ 1 & \emptyset \end{matrix} \quad = \quad \begin{matrix} 0 & \emptyset \\ 0 & 1 \end{matrix} \quad \text{oder} \quad \begin{matrix} 0 & \emptyset \\ 1 & 1, \end{matrix}$$

d.h. durch adjazente und subjazente Addition entstehen zwar in jedem Fall Zahlenfelder, welche transjazente Zahlen enthalten, aber nicht diejenigen, welche durch die transjazente Zählweise, die sich somit relativ zur adjazenten und zur subjazenten in hypersummativer Relation befindet, erzeugt werden. Man beachte die beiden Fälle, in denen qualitative Addition zu rechtsmehrdeutigen Summen führt!

Literatur

Toth, Alfred, Grundlegung einer 2-dimensionalen semiotischen Kategorientheorie I. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Das Identitätssystem ortsfunktionaler Zahlenfelder

1. Im 8-dimensionalen System von 72 semiotischen Morphismen (vgl. Toth 2015) ist das für ortsfunktionale Zahlenfelder gültige Identitätssystem als Teilsystem im folgenden markiert worden

	α	α°	β	β°	$\beta\alpha$	$\alpha^\circ\beta^\circ$	id_0	id_1	id_2
$\rightarrow$	$\alpha^{\rightarrow}$	$\alpha^{\circ\rightarrow}$	$\beta^{\rightarrow}$	$\beta^{\circ\rightarrow}$	$\beta\alpha^{\rightarrow}$	$\alpha^\circ\beta^{\circ\rightarrow}$	$id_0^{\rightarrow}$	$id_1^{\rightarrow}$	$id_2^{\rightarrow}$
$\leftarrow$	$\alpha^{\leftarrow}$	$\alpha^{\circ\leftarrow}$	$\beta^{\leftarrow}$	$\beta^{\circ\leftarrow}$	$\beta\alpha^{\leftarrow}$	$\alpha^\circ\beta^{\circ\leftarrow}$	$id_0^{\leftarrow}$	$id^{\leftarrow}$	$id_2^{\leftarrow}$
$\uparrow$	$\alpha^{\uparrow}$	$\alpha^{\circ\uparrow}$	$\beta^{\uparrow}$	$\beta^{\circ\uparrow}$	$\beta\alpha^{\uparrow}$	$\alpha^\circ\beta^{\uparrow}$	$id^{\uparrow}$	$id_1^{\uparrow}$	$id_2^{\uparrow}$
$\downarrow$	$\alpha^{\downarrow}$	$\alpha^{\circ\downarrow}$	$\beta^{\downarrow}$	$\beta^{\circ\downarrow}$	$\beta\alpha^{\downarrow}$	$\alpha^\circ\beta^{\circ\downarrow}$	$id_0^{\downarrow}$	$id_1^{\downarrow}$	$id_2^{\downarrow}$
$\nearrow$	$\alpha^{\nearrow}$	$\alpha^{\circ\nearrow}$	$\beta^{\nearrow}$	$\beta^{\circ\nearrow}$	$\beta\alpha^{\nearrow}$	$\alpha^\circ\beta^{\circ\nearrow}$	$id_0^{\nearrow}$	$id_1^{\nearrow}$	$id_2^{\nearrow}$
$\swarrow$	$\alpha^{\swarrow}$	$\alpha^{\circ\swarrow}$	$\beta^{\swarrow}$	$\beta^{\circ\swarrow}$	$\beta\alpha^{\swarrow}$	$\alpha^\circ\beta^{\circ\swarrow}$	$id_0^{\swarrow}$	$id_1^{\swarrow}$	$id_2^{\swarrow}$
$\nwarrow$	$\alpha^{\nwarrow}$	$\alpha^{\circ\nwarrow}$	$\beta^{\nwarrow}$	$\beta^{\circ\nwarrow}$	$\beta\alpha^{\nwarrow}$	$\alpha^\circ\beta^{\circ\nwarrow}$	$id_0^{\nwarrow}$	$id_1^{\nwarrow}$	$id_2^{\nwarrow}$
$\searrow$	$\alpha^{\searrow}$	$\alpha^{\circ\searrow}$	$\beta^{\searrow}$	$\beta^{\circ\searrow}$	$\beta\alpha^{\searrow}$	$\alpha^\circ\beta^{\circ\searrow}$	$id_0^{\searrow}$	$id_1^{\searrow}$	$id_2^{\searrow}$

2. Da in der ortsfunktionalen Arithmetik drei Zählweisen, die adjazente, die subjazente und die transjazente Zählweise, unterschieden werden, läßt sich dieses Teilsystem wie folgt in Abhängigkeit von den Zählweisen partitionieren.

2.1. Adjazentes Identitätssystem

$id_0^{\rightarrow}$ $id_1^{\rightarrow}$ $id_2^{\rightarrow}$

$id_0^{\leftarrow}$ $id^{\leftarrow}$ $id_2^{\leftarrow}$

2.2. Subjazentes Identitätssystem

$id^{\uparrow}$ $id_1^{\uparrow}$ $id_2^{\uparrow}$

$id_0^{\downarrow}$ $id_1^{\downarrow}$ $id_2^{\downarrow}$

2.3. Transjazentes Identitätssystem

$id_0^{\nearrow}$ $id_1^{\nearrow}$ $id_2^{\nearrow}$

$id_0^{\swarrow}$ $id_1^{\swarrow}$ $id_2^{\swarrow}$

$id_0^{\nwarrow}$ $id_1^{\nwarrow}$ $id_2^{\nwarrow}$

$id_0^{\searrow}$ $id_1^{\searrow}$ $id_2^{\searrow}$

3. Gehen wir aus von der 3-elementigen Menge P = (0, 1, 2), dann ergeben sich folgende identitiven Morphismen in den zugehörigen Zahlenfeldern.

3.1. Adjzazente identitive Morphismen

0	0	1	1	2	2
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø

Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
0	0	1	1	2	2

3.2. Subjzazente identitive Morphismen

$id^{\uparrow}$ $id_1^{\uparrow}$ $id_2^{\uparrow}$

$id_0^{\downarrow}$ $id_1^{\downarrow}$ $id_2^{\downarrow}$

0	Ø	1	Ø	2	Ø
0	Ø	1	Ø	2	Ø

Ø	0	Ø	1	Ø	2
Ø	0	Ø	1	Ø	2

3.3. Transzazente identitive Morphismen

$id_0^{\nearrow}$ $id_1^{\nearrow}$ $id_2^{\nearrow}$

Ø	0	Ø	1	Ø	2
0	Ø	1	Ø	2	Ø

$id_0^{\swarrow}$ $id_1^{\swarrow}$ $id_2^{\swarrow}$

Ø	0	Ø	1	Ø	2
0	Ø	1	Ø	2	Ø
id_0↖		id_1↖		id_2↖	
0	Ø	1	Ø	2	Ø
Ø	0	Ø	1	Ø	2
id_0↘		id_1↘		id_2↘	
0	Ø	1	Ø	2	Ø
Ø	0	Ø	1	Ø	2

Literatur

Toth, Alfred, Grundlegung einer 2-dimensionalen semiotischen Kategorientheorie I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Ortsdeiktisches Vorwärts- und Rückwärtszählen

1. In rein quantitativen Peanofolgen kann man natürlich vorwärts

0, 1, 2, 3, 4, ...

und rückwärts zählen

..., 4, 3, 2, 1, 0,

aber es gibt weder die 2-dimensionalen Zahlenfelder, die in Toth (2015a) für ortsfunktionale Peanozahlen eingeführt worden waren, noch die daraus resultierenden drei Zählweisen – horizontal bzw. adjazent, vertikal bzw. subjazent und diagonal bzw. transjazent –, wie sie in Toth (2015b) definiert worden waren. Schließlich sind quantitative Peanozahlen – und dies gilt natürlich für sämtliche Zahlen der klassischen Arithmetik – nicht nur nicht auf ontische Orte abbildbar, sondern sie sind in Folge dieses Mangels in Sonderheit auch nicht deiktisch im Sinne der Woher-, Wo- und Wohin-Gerichtetheit.

2. Wenn wir uns im folgenden auf die horizontal-adjazente Zählweise beschränken, stellt zunächst die bekannte Asymmetrie zwischen Nachfolger- und Vorgängeroperator bei Peanozahlen ein Problem dar, denn es gilt zwar

$N(0) = 1$,

aber

$V(0) =$ undefiniert,

vom absoluten Anfang der Peanofolge abgesehen gilt indessen

$N(n) = (n+1)$

$V(n+1) = n$.

Führt man jedoch für jede Peanozahl n die drei ortsdeiktischen Funktionen $\rightarrow n$, n, $n\rightarrow$ ein (vgl. Toth 2015c), so bekommt man

$N(\rightarrow n) = n$	$V(\rightarrow n) = (n-1)$
$N(n) = n\rightarrow$	$V(n) = \rightarrow n$
$N(n\rightarrow) = (n+1)$	$V(n\rightarrow) = n$

$N(\leftarrow n) = (n\text{-}1)$ $\quad\quad$ $V(\leftarrow n) = (n\text{-}1)$

$N(n\leftarrow) = n$ $\quad\quad$ $V(n\leftarrow) = n$

Damit haben wir also in Sonderheit

$N(\rightarrow n) = N(n\leftarrow) = V(n\rightarrow) = V(n\leftarrow) = n.$

3. Die vielleicht bemerkenswerteste Eigenschaft jeder Peanozahl n mit $n \neq 0$ ist jedoch, daß sie auf doppelte Weise definierbar ist, für den Fall des Vorwärtszählens

$(n\text{-}1)\rightarrow \; = \; \rightarrow n$

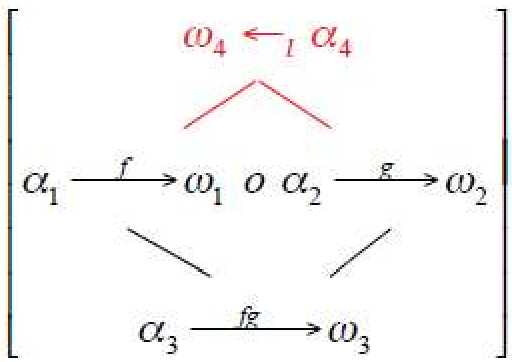
und für den Fall des Rückwärtszählens

$n\leftarrow \; = \; \leftarrow(n+1).$

Noch interessanter ist, daß man damit ein 2-dimensionales System von ortsfunktionalen und ortsdeiktischen Peanozahlen enthält, die man paarweise zu Abbildungen zusammenfassen kann.

$$
\begin{array}{ccccccccc}
 & & & \leftarrow(1,3) & & \leftarrow(2,4) & & & \\
 & & \leftarrow(1,2) & & \leftarrow(2,3) & & \leftarrow(3,4) & & \\
 & \leftarrow 1 = & & \leftarrow 2 = & & \leftarrow 3 = & & \leftarrow 4 & \\
 & 0\rightarrow & & 1\rightarrow & & 2\rightarrow & & 3\rightarrow & \\
0 & 1 & & 2 & & 3 & & 4 & \\
0\rightarrow = & 1\rightarrow = & & 2\rightarrow = & & 3\rightarrow = & & 4\rightarrow = & \\
\rightarrow 1 & \rightarrow 2 & & \rightarrow 3 & & \rightarrow 4 & & \rightarrow 5 & \\
 & \rightarrow(1,2) & & \rightarrow(2,3) & & \rightarrow(3,4) & & \rightarrow(4,5) & \\
 & & \rightarrow(1,3) & & \rightarrow(2,4) & & \rightarrow(3,5) & &
\end{array}
$$

Dieses vermöge Ortsabhängigkeit qualitative Peanosystem hat nun eine bemerkenswerte Ähnlichkeit mit den von Rudolf Kaehr (2007, S. 19 ff.) eingeführten polykontexturalen Diamanten



die eine Verbindung von quantitativen und qualitativen algebraischen Kategorien darstellen, deren Abbildungen quantitative Morphismen und qualitative "Heteromorphismen" (Kaehr) sind. Ob und inwiefern, im positiven Falle, die Ähnlichkeit systematisch ist, kann zum gegenwärtigen Zeitpunkt noch nicht entschieden werden.

Literatur

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007

Toth, Alfred, Peanozahlen und ihre ontischen Orte I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Zählen mit ortsfunktionalen Peanozahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Gerichtete arithmetische Induktion. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Morphismen als qualitative semiotische Abbildungen

1. Wie bekannt, werden für die von Bense (1975, S. 37) eingeführte quantitative semiotische Matrix

	.1	.2	.3
1.	1.1.	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

im Sinne einer kategorientheoretischen Grundlegung der Semiotik (vgl. Bense 1981, S. 124 ff.) folgende Morphismen benötigt

α: (.1.) → (.2.)

β: (.2.) → (.3.)

id_x: (.x.) → (.x.) (für $x \in \{1, 2, 3\}$),

ferner der komponierte Morphismus

$\beta\alpha$: (.1.) → (.3)

und die konversen Morphismen

$\alpha°$: (.2.) → (.1.)

$\beta°$: (.3.) → (.2.)

$\alpha°\beta°$: (.3.) → (.1).

2. Gehen wir hingegen von der in Toth (2015) eingeführten qualitativen semiotischen Matrix

0	1	2
1	1	2
2	2	2

aus, die aus der quantitativen Matrix durch die quantitativ-qualitativen Transformationen

1.1	→	0
1.2, 2.1, 2.2	→	1
1.3, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3	→	2

erzeugbar ist, so werden alle einander dualen (aber nicht selbstdualen) Abbildungen auf die gleiche ortsfunktionale Zahl abgebildet, d.h. zueinander duale Subzeichen der Form S = (x.y) mit $x \neq y$ unterscheiden sich zwar nicht in ihrem Zahlenwert, aber in ihrem ontischen Ort. Dadurch werden also die Trichotomien wie folgt neu geordnet

(1.1, 1.2, 1.3)	→	(1.1)
(2.1, 2.2, 2.3)	→	(1.2, 2.1, 2.2)
(3.1, 3.2, 3.3)	→	(1.3, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3).

Das bedeutet ferner folgendes: Matrizentranspositionen wie z.B.

2	1	0
2	1	1
2	2	2

sind qualitativ äquivalent mit der ursprünglichen qualitativen Matrix, und dies gilt auch für alle anderen Formen von Ordnungen wie der Reflexion

2	1	0
2	1	1
2	2	2,

denn aus der Ortsfunktionalität der Peanozahlen folgt eine Art von Normalformoperator (wie er innerhalb der Mathematik der Qualitäten von Kronthaler [1986] definiert worden war), der solche Matrizen sogleich in die Ursprungsmatrix zurückführt. Während allerdings bei den qualitativen Zahlen der Mathematik der Qualitäten (1.1) = (2.2) = (3.3) wäre, da sie durch gleiche Kenogramme darstellbar sind und diese der Wertbelegung vorangehen, bleibt die grundlegende kategoriale Differenz der Semiotik selbstverständlich erhalten, denn ohne diese wäre ein Zeichen nicht mehr definierbar und vor allem wären Zeichen und Objekt nicht mehr unterscheidbar. Umgekehrt gilt allerdings in der ortsfunktionalen Arithmetik (1.2) = (2.1), (1.3) = (3.1) und (2.3) = (3.2), da duale Subrelationen sich nur durch ihre ontischen Orte unterscheiden, während solche Zahlen, da für sie verschiedene Kenogrammordnungen benötigt werden, bei Tritozahlen unterschieden werden müßten.

Da die qualitative Matrix also mit der Menge P = (0, 1, 2) und d.h. ohne kartesische Produktbildung für Subzeichen, auskommt, genügen auch die beiden Morphismen α und β, die in diesem Fall durch

$\alpha := \quad (0 \rightarrow 1)$

$\beta := \quad (1 \rightarrow 2)$

definiert werden, und es gibt also weder komponierte noch konverse Morphismen. Vor allem aber gibt es keine identitiven Morphismen, denn die Hauptdiagonale der qualitativen Matrix koinzidiert ja wegen der weiteren Koinzidenz von qualitativer Prim- und Subzeichenrelation mit ersterer. Das dürfte nicht erstaunen, denn die identitiven Morphismen garantieren bei algebraischen Kategorien die Gültigkeit der 2-wertigen aristotelischen Logik, und diese wiederum garantiert die reine Quantität sowohl der Logik als auch aller auf ihr basierenden Systeme, in Sonderheit also der Mathematik und der Semiotik. Wird die Semiotik aber vermöge Ortsfunktionalität qualitativ, fällt Identität weg, d.h. Selbstabbildungen der Form $(0 \rightarrow 0)$, $(1 \rightarrow 1)$ und $(2 \rightarrow 2)$ können gar nicht auftreten.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Ortsfunktionalität semiotischer Matrizen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015

Qualitative diagonale Selbstabbildungen und Abbildungen

1. Im folgenden bestimmen wir die Selbst- und Nicht-Selbstabbildungen zwischen den Haupt- und Nebendiagonalen der in Toth (2015a, b) eingeführten qualitativen semiotischen Matrix

$$\begin{array}{ccc} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 2. \end{array}$$

2.1. Hauptdiagonale Selbstabbildung

$$\begin{array}{ccccc} 0 & & & & \\ & 1 & & & \\ & & 2 & & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & = & [id_0, id_1, id_2] \\ & & 2 & & \\ & 1 & & & \\ 0 & & & & \end{array}$$

2.2. Nebendiagonale Selbstabbildung

$$\begin{array}{ccccc} & & 2 & & \\ & 1 & & & \\ 2 & & & & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & = & [id_2, id_1, id_2] \\ 2 & & & & \\ & 1 & & & \\ & & 2 & & \end{array}$$

2.3. Hauptdiagonal-nebendiagonale Abbildung

0

1

2

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad = \quad [\beta\alpha, id_1, id_2]$

2

1

2

2.4. Nebendiagonal-hauptdiagonale Abbildung

2

1

2

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad = \quad [\alpha°\beta°, id_1, id_2]$

0

1

2

Das erstaunliche Ergebnis ist also, daß in allen vier möglichen Fällen eine konstante natürliche Transformation der Form

$T = [x, id_1, id_2]$

vorliegt, die offenbar als qualitativ-kategoriale Invariante sowohl von Selbst- als auch von Nicht-Selbstabbildungen innerhalb der qualitativen Semiotik fungiert.

Literatur

Toth, Alfred, Morphismen als qualitative semiotische Abbildungen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015a

Toth, Alfred, Quantitative und qualitative Ordnung semiotischer Triaden und Trichotomien. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015a

Semiotische Kategorien und Einbettungszahlen I

1. Innerhalb der von Bense (1975, S. 37) eingeführten semiotischen Matrix

	.1	.2	.3
1.	1.1.	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

genügt es, die Semiosen durch folgende semiotische Morphismen

α: (.1.) → (.2.)

β: (.2.) → (.3.),

die zugehörigen konversen Morphismen

$\alpha°$: (.2.) → (.1.)

$\beta°$: (.3.) → (.2.),

die komponierten Morphismen

$\beta\alpha$: (.1.) → (.3)

$\alpha°\beta°$: (.3.) → (.1).

und die identitiven Morphismen

id_1: (.1.) → (.1.)

id_2: (.2.) → (.2.)

id_3: (.3.) → (.3.)

zu definieren, denn die 9 Subzeichen, obwohl in einer 2-dimensionalen Matrix angeordnet, haben keine ontischen Orte, d.h. sie sind rein quantitativ relevant.

2. In der in Toth (2015) eingeführten ortsfunktionalen und daher qualitativen semiotischen Matrix

$$(1_m, 1_n) \quad \subset \quad (1_m, 2_{n+1}) \quad \subset \quad (1_m, 3_{n+2})$$

$$\cap \qquad\qquad\qquad \cap \qquad\qquad\qquad \cap$$

$$
\begin{array}{ccccc}
(2_{m+1}, 1_n) & \subset & (2_{m+1}, 2_{n+1}) & \subset & (2_{m+1}, 3_{n+2}) \\
\cap & & \cap & & \cap \\
(3_{m+2}, 1_n) & \subset & (3_{m+2}, 2_{n+1}) & \subset & (3_{m+2}, 3_{n+2}),
\end{array}
$$

hingegen, darin die die Zeichenzahlen repräsentierenden Peanozahlen, von Bense (1981, S. 17 ff.) als "Primzeichen" eingeführt, ontisch "verankert" sind, sind entsprechend der 2-Dimensionalität 3 Zählweisen unterscheidbar, die wir mit Hilfe der sog. Relationalzahlen, die als von Einbettungszahlen funktional abhängige Peanozahlen definiert sind, P = f(E) oder kurz P(E) geschrieben, definieren können.

2.1. Adjazente Relationalzahlen

$R = (x_m, y_n)$ mit $x \neq y$ und $m = n$

$$
\begin{array}{ccccc}
1_{+2} & \rightarrow & 2_{+2} & \rightarrow & 3_{+2} \\
1_{+1} & \rightarrow & 2_{+1} & \rightarrow & 3_{+1} \\
1_{0} & \rightarrow & 2_{0} & \rightarrow & 3_{0} \\
1_{-1} & \rightarrow & 2_{-1} & \rightarrow & 3_{-1} \\
1_{-2} & \rightarrow & 2_{-2} & \rightarrow & 3_{-2}
\end{array}
$$

2.2. Subjazente Relationalzahlen

$R = (x_m, y_n)$ mit $x = y$ und $m \neq n$

$$
\begin{array}{ccc}
1_{+2} & 2_{+2} & 3_{+2} \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow \\
1_{+1} & 2_{+1} & 3_{+1} \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow \\
1_{0} & 2_{0} & 3_{0} \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow \\
1_{-1} & 2_{-1} & 3_{-1}
\end{array}
$$

$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$

1_{-2} 2_{-2} 3_{-2}

2.3. Transjazente Relationalzahlen

$R = (x_n, y_m)$ mit $x \neq y$ und $m \neq n$

1_{+2}	2_{+2}	3_{+2}	1_{+2}	2_{+2}	3_{+2}
$\nearrow\swarrow$	$\nearrow\swarrow$		$\nwarrow\searrow$	$\nwarrow\searrow$	
1_{+1}	2_{+1}	3_{+1}	1_{+1}	2_{+1}	3_{+1}
$\nearrow\swarrow$	$\nearrow\swarrow$		$\nwarrow\searrow$	$\nwarrow\searrow$	
1_0	2_0	3_0	1_0	2_0	3_0
$\nearrow\swarrow$	$\nearrow\swarrow$		$\nwarrow\searrow$	$\nwarrow\searrow$	
1_{-1}	2_{-1}	3_{-1}	1_{-1}	2_{-1}	3_{-1}
$\nearrow\swarrow$	$\nearrow\swarrow$		$\nwarrow\searrow$	$\nwarrow\searrow$	
1_{-2}	2_{-2}	3_{-2}	1_{-2}	2_{-2}	3_{-2}

3. Wie man leicht erkennt, müssen für diese qualitativen Zeichenzahlen auch qualitative Morphismen eingeführt werden, d.h. es genügt, die bereits für die quantitative Semiotik definierten Morphismen mit Hilfe der Einbettungszahlen bzw. den Abbildungen zwischen ihnen, zu redefinieren. Dadurch erhält man sofort

$\alpha_{\rightarrow}$: $(.1._i) \rightarrow (.2._j)$

$\beta_{\rightarrow}$: $(.2._i) \rightarrow (.3._j)$

$\alpha_{\leftarrow}$: $(.1._j) \rightarrow (.2._i)$

$\beta_{\leftarrow}$: $(.2._j) \rightarrow (.3._i)$

$\alpha°_{\rightarrow}$: $(.2._j) \rightarrow (.1._i)$

$\beta°_{\rightarrow}$: $(.3._j) \rightarrow (.2._i)$

$\alpha°_{\leftarrow}$: $(.2._i) \rightarrow (.1._j)$

$\beta°_{\leftarrow}$: $(.3._i) \rightarrow (.2._j)$.

Dasselbe gilt selbstverständlich für die identitiven Morphismen

$id_{x\rightarrow}$: $(.x._i) \rightarrow (.x._j)$

$id_{x\leftarrow}$: $(.x._j) \rightarrow (.x._i)$

$id°_{x\rightarrow}$: $(.x._j) \rightarrow (.x._i)$

$id°_{x\leftarrow}$: $(.x._i) \rightarrow (.x._j)$

(mit $x \in \{1, 2, 3\}$), da es wegen der einbettungstheoretischen Differenz trotz konstanter Peanozahl nun auch semiotische "konverse Identitäten" gibt, wobei aber in diesen Fällen

$id_{x\rightarrow} = id°_{x\leftarrow}$

$id_{x\leftarrow} = id°_{x\rightarrow}$

gilt.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Semiotische Kategorien und Einbettungszahlen II

1. Bildet man die von Bense (1975, S. 37) eingeführten semiotischen Matrix

	.1	.2	.3
1.	1.1.	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

auf die in Toth (2015) eingeführte ortsfunktionalen semiotische Matrix

$$\begin{array}{ccccc} (1_m, 1_n) & \subset & (1_m, 2_{n+1}) & \subset & (1_m, 3_{n+2}) \\ \cap & & \cap & & \cap \\ (2_{m+1}, 1_n) & \subset & (2_{m+1}, 2_{n+1}) & \subset & (2_{m+1}, 3_{n+2}) \\ \cap & & \cap & & \cap \\ (3_{m+2}, 1_n) & \subset & (3_{m+2}, 2_{n+1}) & \subset & (3_{m+2}, 3_{n+2}) \end{array}$$

ab, so bekommt man nicht nur ortsfunktionale, d.h. in adjazente, subjazente und transjazente Zählweise ausdifferenzierbare Zahlen, sondern auch Abbildungen, die wir bereits in Teil I (vgl. Toth 2015) eingeführt hatten

$\alpha_{\rightarrow}$: $(.1._i) \rightarrow (.2._j)$ $\alpha_{\leftarrow}$: $(.1._j) \rightarrow (.2._i)$

$\beta_{\rightarrow}$: $(.2._i) \rightarrow (.3._j)$ $\beta_{\leftarrow}$: $(.2._j) \rightarrow (.3._i)$

$\alpha°_{\rightarrow}$: $(.2._j) \rightarrow (.1._i)$ $\alpha°_{\leftarrow}$: $(.2._i) \rightarrow (.1._j)$

$\beta°_{\rightarrow}$: $(.3._j) \rightarrow (.2._i)$ $\beta°_{\leftarrow}$: $(.3._i) \rightarrow (.2._j)$.

Dasselbe gilt selbstverständlich für die identitiven Morphismen

$id_{x\rightarrow}$: $(.x._i) \rightarrow (.x._j)$ $id°_{x\rightarrow}$: $(.x._j) \rightarrow (.x._i)$

$id_{x\leftarrow}$: $(.x._j) \rightarrow (.x._i)$ $id°_{x\leftarrow}$: $(.x._i) \rightarrow (.x._j)$

mit $x \in \{1, 2, 3\}$, wobei in diesem Falle aber

$id_{x\rightarrow} = id°_{x\leftarrow}$

$id_{x\leftarrow} = id°_{x\rightarrow}$

gilt.

2. Wir haben somit zwei verschiedene Formen von semiotisch-kategorialen Morphismen (vgl. Bense 1981, S. 124 ff.) vor uns. Da sich ortsfunktionale Zahlen durch P = f(E), kurz auch P(E) geschrieben, darstellen lassen, darin P = (1, 2, 3, ...) die Menge der Peanozahlen und E = (-n, ..., -1, 0, 1, ..., n) die Menge der Einbettungszahlen sind, gibt es für die drei Paare zueinander konverser Morphismen der Semiotik folgende kombinierten kategorialen Abbildungstypen.

$1 \longrightarrow 2$ $\quad$ $1 \longrightarrow 2$

$i \longrightarrow j$ $\quad$ $i \longleftarrow j$

$1 \longleftarrow 2$ $\quad$ $1 \longleftarrow 2$

$i \longrightarrow j$ $\quad$ $i \longleftarrow j$

$2 \longrightarrow 3$ $\quad$ $2 \longrightarrow 3$

$i \longrightarrow j$ $\quad$ $i \longleftarrow j$

$2 \longleftarrow 3$ $\quad$ $2 \longleftarrow 3$

$i \longrightarrow j$ $\quad$ $i \longleftarrow j$

$1 \longrightarrow 3$ $\quad$ $1 \longrightarrow 3$

$i \longrightarrow j$ $\quad$ $i \longleftarrow j$

$1 \longleftarrow 3$ $\quad$ $1 \longleftarrow 3$

$i \longrightarrow j$ $\quad$ $i \longleftarrow j$

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Semiotische Kategorien und Einbettungszahlen I. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Einbettungszahlen als Morphismen I

1. In Toth (2015) hatten wir gezeigt, daß innerhalb der ortsfunktionalen semiotischen Matrix

$$\begin{array}{ccccc}
(1_m, 1_n) & \subset & (1_m, 2_{n+1}) & \subset & (1_m, 3_{n+2}) \\
\cap & & \cap & & \cap \\
(2_{m+1}, 1_n) & \subset & (2_{m+1}, 2_{n+1}) & \subset & (2_{m+1}, 3_{n+2}) \\
\cap & & \cap & & \cap \\
(3_{m+2}, 1_n) & \subset & (3_{m+2}, 2_{n+1}) & \subset & (3_{m+2}, 3_{n+2})
\end{array}$$

für jedes P = f(E) Morphismen nicht nur für die Peanozahlenanteile, sondern auch für die Einbettungszahlenanteile angesetzt werden müssen, d.h. wir haben für die vollständige obige Matrix das folgende System von semiotischen kategorialen Abbildungen

$$\begin{array}{lll}
1 \longrightarrow 2 & \qquad & 1 \longrightarrow 2 \\
i \longrightarrow j & & i \longleftarrow j
\end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
1 \longleftarrow 2 & \qquad & 1 \longleftarrow 2 \\
i \longrightarrow j & & i \longleftarrow j
\end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
2 \longrightarrow 3 & \qquad & 2 \longrightarrow 3 \\
i \longrightarrow j & & i \longleftarrow j \\
2 \longleftarrow 3 & & 2 \longleftarrow 3 \\
i \longrightarrow j & & i \longleftarrow j
\end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
1 \longrightarrow 3 & \qquad & 1 \longrightarrow 3 \\
i \longrightarrow j & & i \longleftarrow j
\end{array}$$

$$1 \longleftarrow 3 \qquad\qquad 1 \longleftarrow 3$$

$$i \longrightarrow j \qquad\qquad i \longleftarrow j$$

2. Genauso wie man in der algebraischen Kategorientheorie bekanntlich, um MacLane zu zitieren, "mit Pfeilen" rechnen kann, kann man in der kategorialen Relationalzahlenarithmetik "mit Orten", d.h. mit Einbettungszahlen, welche sie arithmetisch beschreiben, rechnen. Dadurch erhält man

$$\begin{array}{ccccc} m \supset n & \subset & m \supset (n+1) & \subset & m \supset (n+2) \\ \cap & & \cap & & \cap \\ (m+1) \supset n & \subset & (m+1) \supset (n+1) & \subset & (m+1) \supset (n+2) \\ \cap & & \cap & & \cap \\ (m+2) \supset n & \subset & (m+2) \supset (n+1) & \subset & (m+2) \supset (n+2). \end{array}$$

Im einzelnen gelten also zwischen den Subzeichen der von Bense (1975, S. 37) eingeführten semiotischen Matrix und den ontischen Orten der Subzeichen qua Einbettungszahlen die folgenden Abbildungen

$(1.1) \rightarrow \quad m \supset n$

$(1.2) \rightarrow \quad m \supset (n+1)$

$(1.3) \rightarrow \quad m \supset (n+2)$

$(2.1) \rightarrow \quad (m+1) \supset n$

$(2.2) \rightarrow \quad (m+1) \supset (n+1)$

$(2.3) \rightarrow \quad (m+1) \supset (n+2)$

$(3.1) \rightarrow \quad (m+2) \supset n$

$(3.2) \rightarrow \quad (m+2) \supset (n+1)$

$(3.3) \rightarrow \quad (m+2) \supset (n+2).$

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Semiotische Kategorien und Einbettungszahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Einbettungszahlen als Morphismen II

Ähnlich, wie man in der algebraischen Kategorientheorie "ohne Elemente auskommen und statt ihrer Pfeile benutzen kann" (Mac Lane 1972, S. iii) , kann man in der kategorialen Relationalzahlenarithmetik, wie in Toth (2015) gezeigt "mit Orten", d.h. mit Einbettungszahlen, welche sie arithmetisch beschreiben, rechnen und ohne Zahlen, Objekte oder Zeichen auskommen. Dadurch erhält man

$$\begin{array}{ccccc} m \supset n & \subset & m \supset (n+1) & \subset & m \supset (n+2) \\ \cap & & \cap & & \cap \\ (m+1) \supset n & \subset & (m+1) \supset (n+1) & \subset & (m+1) \supset (n+2) \\ \cap & & \cap & & \cap \\ (m+2) \supset n & \subset & (m+2) \supset (n+1) & \subset & (m+2) \supset (n+2). \end{array}$$

Im einzelnen gelten also zwischen den Subzeichen der von Bense (1975, S. 37) eingeführten semiotischen Matrix und den ontischen Orten der Subzeichen qua Einbettungszahlen die folgenden Abbildungen

$(1.1) \rightarrow \quad m \supset n$ $\qquad (2.1) \rightarrow \quad (m+1) \supset n$

$(1.2) \rightarrow \quad m \supset (n+1)$ $\qquad (2.2) \rightarrow \quad (m+1) \supset (n+1)$

$(1.3) \rightarrow \quad m \supset (n+2)$ $\qquad (2.3) \rightarrow \quad (m+1) \supset (n+2)$

$(3.1) \rightarrow \quad (m+2) \supset n$

$(3.2) \rightarrow \quad (m+2) \supset (n+1)$

$(3.3) \rightarrow \quad (m+2) \supset (n+2)$.

2. Jedes Subzeichen kann somit durch funktionale Abhängigkeit einer Peanozahl P = (1, 2, 3, ...) von einer Einbettungszahl E = (-n, ..., -1, 0, 1, ..., n), kurz als P(E) geschrieben, dargestellt werden. Für die ortsfunktionale semiotische Matrix gibt es genau folgende Morphismen von P und von von E

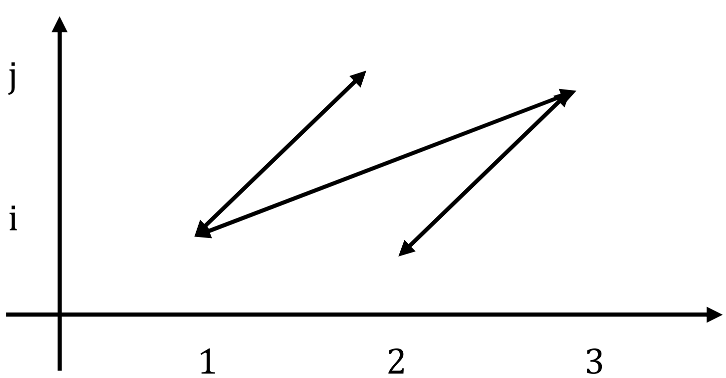
$1 \longrightarrow 2 \qquad 1 \longrightarrow 2$

$$\begin{array}{lll}
i \longrightarrow j & \qquad & i \longleftarrow j \\
1 \longleftarrow 2 & & 1 \longleftarrow 2 \\
i \longrightarrow j & & i \longleftarrow j
\end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
2 \longrightarrow 3 & \qquad & 2 \longrightarrow 3 \\
i \longrightarrow j & & i \longleftarrow j \\
2 \longleftarrow 3 & & 2 \longleftarrow 3 \\
i \longrightarrow j & & i \longleftarrow j
\end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
1 \longrightarrow 3 & \qquad & 1 \longrightarrow 3 \\
i \longrightarrow j & & i \longleftarrow j \\
1 \longleftarrow 3 & & 1 \longleftarrow 3 \\
i \longrightarrow j & & i \longleftarrow j
\end{array}$$

und das dazugehörige Koordinatensystem



Allerdings verschwinden von den 24 qualitativen Differenzen der P(E)-Morphismen bei der Abbildung auf das rein quantitative Koordinatensystem alle bis auf die 6 durch die die Doppelpfeile angedeuteten, d.h. diese geben nur die P-Abbildungen wieder.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Mac Lane, Saunders, Kategorien. Berlin 1972

Toth, Alfred, Semiotische Kategorien und Einbettungszahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Identitive qualitative Morphismen

1. Identität im Sinne der Logik kann es nur in solchen Systemen geben, die auf der 2-wertigen aristotelischen Logik basieren. Diese aber verbietet vermöge des Grundgesetzes des Tertium non datur eine Vermittlung der beiden linearen, horizontalen und juxtapositiven Werte in ihrer Basisdichotomie L = [0, 1]. Genauer gesagt, bedeutet dies: Sie schließt nicht nur einen dritten Wert als materiellen Wert aus, sondern auch einen differentiellen Wert, der durch Einbettungsrelationen der vier möglichen Formen L_1 = [0, [1]], L_2 = [[1], 0], L_3 = [[0], 1], L_4 = [1, [0]] entstünde. Somit garantiert logische Zweiwertigkeit die hegelsche Reduktion aller Qualitäten bis auf die eine Qualität der Quantität. Folgerichtig müssen auch die erkenntnistheoretischen Interpretationen der beiden Werte 0 und 1 als Objekt und Subjekt absolut, d.h. unvermittelt sein. Es handelt sich somit um objektive Objekte und subjektive Subjekte. Damit werden aber die Logik und alle auf ihr basierenden quantitativen Systeme für qualitative Systeme, allen voran die beiden qualitativen Basiswissenschaften der Ontik und der Semiotik, unbrauchbar, denn von einem Objekt zu sprechen ist nur dann sinnvoll, wenn es wahrgenommen werden kann, und wahrgenommen werden kann es nur von einem Subjekt, also ist es ein subjektives und damit ein vermitteltes Objekt. Dasselbe gilt für das Subjekt: Ein Subjekt, das sich selbst wahrnimmt, kann sich nur als Objekt wahrnehmen, und wenn einander zwei Subjekte gegenüber treten, ist jeder für den andern kein subjektives, sondern ein objektives und damit wiederum ein vermitteltes Subjekt. Da es somit keine unvermittelten epistemischen Funktionen gibt, kann es auch keine unvermittelten Zahlenwerte nach dem logischen Schema L = [0, 1] geben, darin die Werte, bloße Spiegelbilder voneinander, also reflexionsidentisch sind. Dies hatte bereits Günther erkannt: "Beide Werte einer solchen Logik aber sind metaphysisch äquivalent. Das heißt, man kann sie beliebig miteinander vertauschen. Sie verhalten sich zueinander in einer totalen logischen Disjunktion, wie rechts und links. Es gibt keinen theoretischen Grund, welche Seite rechts und welche Seite links von der Zugspitze ist. Die Benennung beruht auf einer willkürlichen Entscheidung, und wenn man seinen Standpunkt wechselt, sind die rechte und die linke Seite miteinander vertauscht (Günther 2000, S. 230 f.).

2. Es ist somit zu erwarten, daß es in den qualitativen Systemen der Ontik und der Semiotik im Gegensatz zum quantitativen System der Logik keine Identität im Sinne von Reflexionsidentität geben kann. Stattdessen gibt es, wie im folgenden mit Hilfe von qualitativen kategorientheoretischen Morphismen dargelegt werden soll, für jedes Quadrupel von Zahlenfeldern der in Toth (2015a-c) eingeführten qualitativen Arithmetik der Relationalzahlen, welche die qualitativ-mathematische Basis für Ontik und Semiotik bildet, 8 Identitäten, welche durch identitive Morphismen definierbar sind.

2.1. Identitive Morphismen adjazenter Zählweise

$$\begin{array}{ccccc} 0_i & 1_j & & 0_i & 1_j \\ \emptyset_i & \emptyset_j & \rightarrow_{id1} & \emptyset_i & \emptyset_j \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} 1_i & 0_j & & 1_i & 0_j \\ \emptyset_i & \emptyset_j & \rightarrow_{id2} & \emptyset_i & \emptyset_j \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} 1_j & 0_i & & 1_j & 0_i \\ \emptyset_j & \emptyset_i & \rightarrow_{id3} & \emptyset_j & \emptyset_i \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} 0_j & 1_i & & 0_j & 1_i \\ \emptyset_j & \emptyset_i & \rightarrow_{id4} & \emptyset_j & \emptyset_i \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} \emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & \emptyset_j \\ 0_i & 1_j & \rightarrow_{id5} & 0_i & 1_j \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} \emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & \emptyset_j \\ 1_i & 0_j & \rightarrow_{id6} & 1_i & 0_j \end{array}$$

$\varnothing_j \quad \varnothing_i \qquad\qquad \varnothing_j \quad \varnothing_i$

$1_j \quad 0_i \quad \rightarrow_{id7} \quad 1_j \quad 0_i$

$\varnothing_j \quad \varnothing_i \qquad\qquad \varnothing_j \quad \varnothing_i$

$0_j \quad 1_i \quad \rightarrow_{id8} \quad 0_j \quad 1_i$

2.2. Identitive Morphismen subjazenter Zählweise

$0_i \quad \varnothing_j \qquad\qquad 0_i \quad \varnothing_j$

$1_i \quad \varnothing_j \quad \rightarrow_{id1} \quad 1_i \quad \varnothing_j$

$\varnothing_i \quad 0_j \qquad\qquad \varnothing_i \quad 0_j$

$\varnothing_i \quad 1_j \quad \rightarrow_{id2} \quad \varnothing_i \quad 1_j$

$\varnothing_j \quad 0_i \qquad\qquad \varnothing_j \quad 0_i$

$\varnothing_j \quad 1_i \quad \rightarrow_{id3} \quad \varnothing_j \quad 1_i$

$0_j \quad \varnothing_{iq} \qquad\qquad 0_j \quad \varnothing_i$

$1_j \quad \varnothing_i \quad \rightarrow_{id4} \quad 1_j \quad \varnothing_i$

$1_i \quad \varnothing_j \qquad\qquad 1_i \quad \varnothing_j$

$0_i \quad \varnothing_j \quad \rightarrow_{id5} \quad 0_i \quad \varnothing_j$

$\varnothing_i \quad 1_j \qquad\qquad \varnothing_i \quad 1_j$

$\varnothing_i \quad 0_j \quad \rightarrow_{id6} \quad \varnothing_i \quad 0_j$

$$\begin{array}{ll} Ø_j & 1_i \\ Ø_j & 0_i \end{array} \rightarrow_{id7} \begin{array}{ll} Ø_j & 1_i \\ Ø_j & 0_i \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 1_j & Ø_i \\ 0_j & Ø_i \end{array} \rightarrow_{id8} \begin{array}{ll} 1_j & Ø_i \\ 0_j & Ø_i \end{array}$$

2.3. Identitive Morphismen transjazenter Zählweise

$$\begin{array}{ll} 0_i & Ø_j \\ Ø_i & 1_j \end{array} \rightarrow_{id1} \begin{array}{ll} 0_i & Ø_j \\ Ø_i & 1_j \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} Ø_i & 0_j \\ 1_i & Ø_j \end{array} \rightarrow_{id2} \begin{array}{ll} Ø_i & 0_j \\ 1_i & Ø_j \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} Ø_j & 0_i \\ 1_j & Ø_i \end{array} \rightarrow_{id3} \begin{array}{ll} Ø_j & 0_i \\ 1_j & Ø_i \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 0_j & Ø_i \\ Ø_j & 1_i \end{array} \rightarrow_{id4} \begin{array}{ll} 0_j & Ø_i \\ Ø_j & 1_i \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} Ø_i & 1_j \\ 0_i & Ø_j \end{array} \rightarrow_{id5} \begin{array}{ll} Ø_i & 1_j \\ 0_i & Ø_j \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 1_i & Ø_j \\ Ø_i & 0_j \end{array} \rightarrow_{id6} \begin{array}{ll} 1_i & Ø_j \\ Ø_i & 0_j \end{array}$$

$$\begin{array}{llll} 1_j & \emptyset_i & & 1_j & \emptyset_i \\ \emptyset_j & 0_i & \rightarrow_{id7} & \emptyset_j & 0_i \end{array}$$

$$\begin{array}{llll} \emptyset_j & 1_i & & \emptyset_j & 1_i \\ 0_j & \emptyset_i & \rightarrow_{id8} & 0_j & \emptyset_i \end{array}$$

Literatur

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Die Ontik als tiefste wissenschaftstheoretische Fundierung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Die Fundierung der Ontik durch die qualitative Arithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Kategoriale Adjunktion

Der vorliegende Aufsatz geht (ab Kap. 2) auf einen intensiven Gedankenaustausch mit meinem Freund Dr. Engelbert Kronthaler vom 29./30.8.2015 zurück. Ich danke Bert an dieser Stelle herzlich für seine unschätzbaren Anregungen!

1. Bekanntlich wurden die Kategorien, die der benseschen Primzeichenrelation Z = (.1., .2., .3.) zugrunde liegen, von Peirce als modale Kategorien mit den folgenden Bijektionen eingeführt

.1. ↔ Möglichkeit

.2. ↔ Wirklichkeit

.3. ↔ Notwendigkeit.

Da nach Bense (1971, S. 33) in Z die folgende sog. generative (semiosische) Relation

$Z = (.1. > .2. > .3.)$

und, konvers, in Z^{-1} die korrespondierende degenerative (retrosemiosische) Relation

$Z^{-1} = (.3. < .2. < .1.)$

besteht, bedeutet dies (vgl. auch Bense 1979, S. 53 u. 67), daß für die Primzeichen

$.1. \subset .2. \subset .3.$

und vermöge Isomorphie somit für die modalen Kategorien

Mö ⊂ Wi ⊂ No

gilt. Das bedeutet also, daß kategoriale Wirklichkeit kategoriale Möglichkeit einschließt und daß kategoriale Notwendigkeit sowohl kategoriale Möglichkeit als auch kategoriale Wirklichkeit einschließt.

Kategoriale Wirklichkeit entsteht somit durch die generativ-semiosische Abbildung

$\alpha: \quad .1. \rightarrow .2.$

aus kategorialer Möglichkeit, d.h. sie ist realisierte und damit aufgehobene kategoriale Freiheit. Entsprechend entsteht kategoriale Notwendigkeit entweder direkt aus kategorialer Wirklichkeit durch die weitere generativ-semiosische Abbildung

β   .2. → .3.

oder durch Konkatenation bzw. den korrespondierenden komponierten Morphismus

βα: .1. → .3.

2. Wegen der Eindeutigkeit der Abbildungen α und β gibt es somit keine Möglichkeit, an die kategoriale Möglichkeit kategoriale Wirklichkeit zu adjungieren, ebenso wenig es eine Möglichkeit gibt, kategoriale Wirklichkeit an kategoriale Notwendigkeit zu adjungieren. Ein merkwürdiges Paradox tut sich jedoch darin auf, daß es indessen möglich ist, kategoriale Möglichkeit an kategoriale Wirklichkeit zu adjungieren, UND ZWAR HANDELT ES SICH UM EINE KATEGORIALE MÖGLICHKEIT, WELCHE NICHT DURCH GENERATIVE SEMIOSE ZU KATEGORIALER WIRKLICHKEIT VERBRAUCHT WURDE. Man darf also salopp von der Möglichkeit der Adjunktion einer kategorialen "Hintertür" sprechen. Kronthaler drückte sich in nicht zu übertreffender Weise wie folgt aus: "(...) muß ich natürlich sagen, daß die Pistole in der Schublade[4] eine sicher positive, beruhigende, paniklösende, d.h. –vertreibende, also heilsame Wirkung hat: allein der Gedanke, daß man ja immer sich selbst 'erlösen' könnte, führt dazu, und damit ist gerade diese Pistole so etwas wie ein 'Messias', der ja auch immer im à venir ist und so l'avenir, das Kommende, die Zukunft, das Weiterleben sichert" (Brief vom 30.8.2015). Noch bemerkenswerter als diese semiotische Möglichkeit kategorialer Adjunktion ist die isomorphe Möglichkeit innerhalb der Ontik. Man denke an Notausgänge, Feuerleitern und Dachausstiege.

Die aufgezählten Notausgänge präsentieren also innerhalb der Ontik kategoriale Möglichkeit, während ihre zugehörigen Referenzsysteme kategoriale Wirklichkeit präsentieren. Innerhalb der Ontik ist diese Möglichkeit kate-

[4] Das Beispiel wurde vom gegenwärtigen Vf. in die Diskussion eingebracht.

gorialer Adjunktion umso auffälliger, als man kategoriale Notwendigkeit für Objekte und Systeme kaum rechtfertigen kann.

Literatur

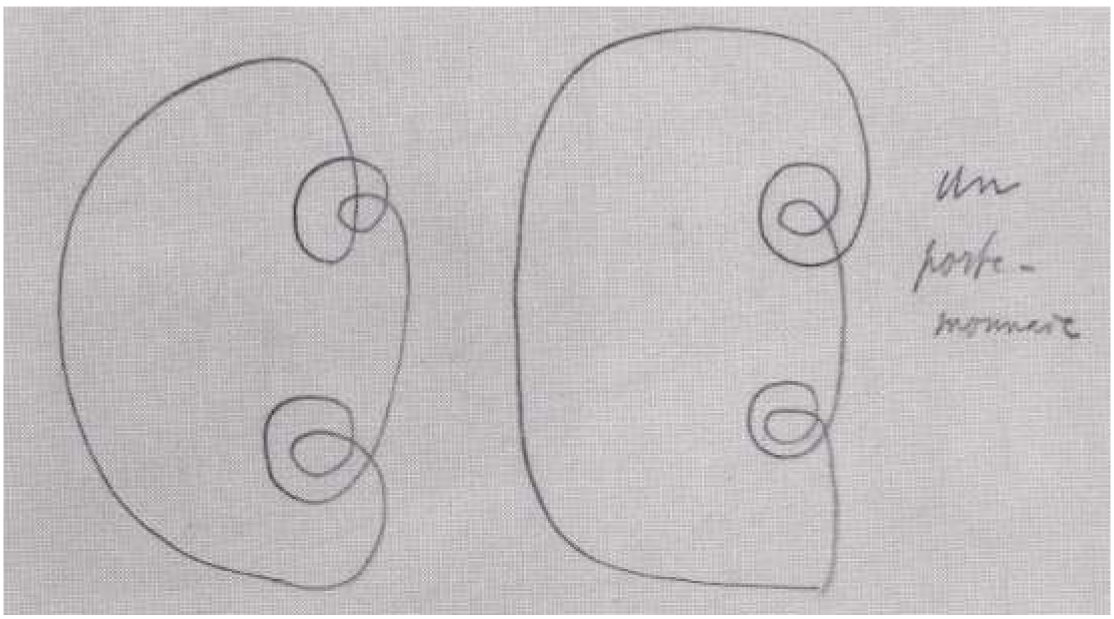
Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Panizzas porte-monnaie-Graphen

1. Die sog. Prinzhorn-Sammlung der Psychiatrischen Universitätsklinik Heidelberg besitzt eine Sammlung von Zeichnungen, die der Psychiater Dr. med. Oskar Panizza seit seiner Einlieferung in das Sanatorium Georgshöhe in Bayreuth ab 1905 angefertigt hatte und die Dr. Michael Farin 1989 unter dem Titel "Pour Gambetta!" sorgfältig ediert hat (vgl. Panizza 1989).

2. Unter diesen Pour Gambetta!-Skizzen findet sich auch ein Paar von zueinander dualen Graphen, die m.W. bislang meinen Kollegen aus der Mathematik entgangen sind.



(Panizza 1989, s.p.)

Es dürfte unschwer zu erraten sein, daß Panizza, der seiner Zeichnung ja selbst den Titel "un porte-monnaie" gegeben hatte, eine zweiteilige planare graphentheoretische Darstellung des Schließmechanismus von Geldbörsen dargestellt hatte, die etwa dem folgenden ontischen Modell entsprechen.

3. Da eine mathematische Darstellung dieser Graphen trivial ist, gebe ich hier eine ontische. Wie man unschwer erkennt, enthalten beide dualen Graphen Loops mit 2 bzw. 4 Überschneidungen. Diese entsprechen genau der Anzahl der Ordnungsschemata der koordinativen aristotelischen und der nicht-koordinativen nicht-aristotelischen Logik, wie sie in Toth (2015a-c) eingeführt worden war.

Koordinative Ordnungen

$L_1 = [0, 1]$ $\qquad$ $L_2 = [1, 0]$

Dies ist also die aristotelische Situation, zwei Werte, die beliebig austauschbar, da unvermittelt sind.

Nicht-koordinative Ordnungen

$L_3 = [0, [1]]$ $\qquad$ $L_4 = [[1], 0]$

$L_5 = [[0], 1]$ $\qquad$ $L_6 = [1, [0]]$

Auf die Verwandtschaft dieser vier subordinativ/superordinativen Ordnungen mit der güntherschen Proemialrelation wurde bereits in Toth (2015d) hingewiesen. Hier ist jeweils einer der beiden Werte funktional vom anderen abhängig, d.h. es gilt nicht nur

$0 = f(0)$

$1 = f(1)$,

sondern auch

$0 = f(1)$

$1 = f(0)$

$0 = f([1])$

$1 = f([0])$

$[0] = f(1)$

$[1] = f(0)$.

Das Verhältnis der 2 Loops zu den 4 Loops im dualen panizzaschen portemonnaie-Graphen entspricht daher dem Chiasmus der folgenden ontisch-logischen Strukturen der Vermittlung zwischen der Werte-unvermittelten aristotelischen und der Werte-vermittelnden nicht-aristotelischen Logik

$L_1 = [0, 1]$		$L_3 = [0, [1]]$	$L_4 = [[1], 0]$
$L_2 = [1, 0]$		$L_5 = [[0], 1]$	$L_6 = [1, [0]]$

$\times$

$L_3 = [0, [1]]$	$L_4 = [[1], 0]$		$L_1 = [0, 1]$
$L_5 = [[0], 1]$	$L_6 = [1, [0]]$		$L_2 = [1, 0]$.

Literatur

Panizza, Oskar, Pour Gambetta! München 1989

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Qualitative Arithmetik des Zählens auf drei. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Qualitative Zahlenfelder, Zahlenschemata und ontische Modelle. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

Toth, Alfred, Die Proemialrelation und die qualitativen Relationalzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015d

Zur Formalisierung der ortsfunktionalen Raumsemiotik

1. Auf die Notwendigkeit einer ortsfunktionalen Raumsemiotik (ebenso wie einer raumsemiotischen qualitativen, d.h. ortsfunktionalen Arithmetik) wurde bereits in Toth (2015a) hingewiesen. Basierend auf der ontotopologischen und ontisch-modelltheoretischen Einführung einer ortsfunktionalen Raumsemiotik in Toth (2015b) werden im folgenden ontisch-kategoriale Morphismen definiert, welche alle im Rahmen von Benses Raumsemiotik möglichen Fälle (vgl. Bense/Walther 1973, S. 80) formal abdecken.

2.1. Ortsfunktionale Abbildungen raumsemiotischer Systeme

$S_{adj} \rightarrow S_{adj}$

$S_{adj} \rightarrow S_{subj}$ $\quad$ $S_{adj} \leftarrow S_{subj}$

$S_{adj} \rightarrow S_{trans}$ $\quad$ $S_{adj} \leftarrow S_{trans}$

$S_{subj} \rightarrow S_{subj}$

$S_{subj} \rightarrow S_{adj}$ $\quad$ $S_{subj} \leftarrow S_{adj}$

$S_{subj} \rightarrow S_{trans}$ $\quad$ $S_{subj} \leftarrow S_{trans}$

$S_{transj} \rightarrow S_{transj}$

$S_{transj} \rightarrow S_{adj}$ $\quad$ $S_{transj} \leftarrow S_{adj}$

$S_{transj} \rightarrow S_{subj}$ $\quad$ $S_{transj} \leftarrow S_{subj}$

Da raumsemiotische Systeme nach Bense (a.a.O.) iconisch fungieren, bekommen wir sofort

$(2.1)_{adj} \rightarrow (2.1)_{adj}$

$(2.1)_{adj} \rightarrow (2.1)_{subj}$ $\quad$ $(2.1)_{adj} \leftarrow (2.1)_{subj}$

$(2.1)_{adj} \rightarrow (2.1)_{trans}$ $\quad$ $(2.1)_{adj} \leftarrow (2.1)_{trans}$

$(2.1)_{subj} \rightarrow (2.1)_{subj}$

$(2.1)_{subj} \rightarrow (2.1)_{adj}$ $\quad$ $(2.1)_{subj} \leftarrow (2.1)_{adj}$

$(2.1)_{subj} \rightarrow (2.1)_{trans}$ $(2.1)_{subj} \leftarrow (2.1)_{trans}$

$(2.1)_{transj} \rightarrow (2.1)_{transj}$

$(2.1)_{transj} \rightarrow (2.1)_{adj}$ $(2.1)_{transj} \leftarrow (2.1)_{adj}$

$(2.1)_{transj} \rightarrow (2.1)_{subj}$ $(2.1)_{transj} \leftarrow (2.1)_{subj}$

2.2. Ortsfunktionale Abbildungen raumsemiotischer Abbildungen

$Abb_{adj} \rightarrow Abb_{adj}$

$Abb_{adj} \rightarrow Abb_{subj}$ $Abb_{adj} \leftarrow Abb_{subj}$

$Abb_{adj} \rightarrow Abb_{trans}$ $Abb_{adj} \leftarrow Abb_{trans}$

$Abb_{subj} \rightarrow Abb_{subj}$

$Abb_{subj} \rightarrow Abb_{adj}$ $Abb_{subj} \leftarrow Abb_{adj}$

$Abb_{subj} \rightarrow Abb_{trans}$ $Abb_{subj} \leftarrow Abb_{trans}$

$Abb_{transj} \rightarrow Abb_{transj}$

$Abb_{transj} \rightarrow Abb_{adj}$ $Abb_{transj} \leftarrow Abb_{adj}$

$Abb_{transj} \rightarrow Abb_{subj}$ $Abb_{transj} \leftarrow Abb_{subj}$

Da raumsemiotische Abbildungen nach Bense (a.a.O.) indexikalisch fungieren, bekommen wir sofort

$(2.2)_{adj} \rightarrow (2.2)_{adj}$

$(2.2)_{adj} \rightarrow (2.2)_{subj}$ $(2.2)_{adj} \leftarrow (2.2)_{subj}$

$(2.2)_{adj} \rightarrow (2.2)_{trans}$ $(2.2)_{adj} \leftarrow (2.2)_{trans}$

$(2.2)_{subj} \rightarrow (2.2)_{subj}$

$(2.2)_{subj} \rightarrow (2.2)_{adj}$ $(2.2)_{subj} \leftarrow (2.2)_{adj}$

$(2.2)_{subj} \rightarrow (2.2)_{trans}$ $(2.2)_{subj} \leftarrow (2.2)_{trans}$

$(2.2)_{transj} \rightarrow (2.2)_{transj}$

$(2.2)_{transj} \rightarrow (2.2)_{adj}$ $\quad$ $(2.2)_{transj} \leftarrow (2.2)_{adj}$

$(2.2)_{transj} \rightarrow (2.2)_{subj}$ $\quad$ $(2.2)_{transj} \leftarrow (2.2)_{subj}$

2.3. Ortsfunktionale Abbildungen raumsemiotischer Repertoires

$Rep_{adj} \rightarrow Rep_{adj}$

$Rep_{adj} \rightarrow Rep_{subj}$ $\quad$ $Rep_{adj} \leftarrow Rep_{subj}$

$Rep_{adj} \rightarrow Rep_{trans}$ $\quad$ $Rep_{adj} \leftarrow Rep_{trans}$

$Rep_{subj} \rightarrow Rep_{subj}$

$Rep_{subj} \rightarrow Rep_{adj}$ $\quad$ $Rep_{subj} \leftarrow Rep_{adj}$

$Rep_{subj} \rightarrow Rep_{trans}$ $\quad$ $Rep_{subj} \leftarrow Rep_{trans}$

$Rep_{transj} \rightarrow Rep_{transj}$

$Rep_{transj} \rightarrow Rep_{adj}$ $\quad$ $Rep_{transj} \leftarrow Rep_{adj}$

$Rep_{transj} \rightarrow Rep_{subj}$ $\quad$ $Rep_{transj} \leftarrow Rep_{subj}$

Da raumsemiotische Repertoires nach Bense (a.a.O.) symbolisch fungieren, bekommen wir sofort

$(2.3)_{adj} \rightarrow (2.3)_{adj}$

$(2.3)_{adj} \rightarrow (2.3)_{subj}$ $\quad$ $(2.3)_{adj} \leftarrow (2.3)_{subj}$

$(2.3)_{adj} \rightarrow (2.3)_{trans}$ $\quad$ $(2.3)_{adj} \leftarrow (2.3)_{trans}$

$(2.3)_{subj} \rightarrow (2.3)_{subj}$

$(2.3)_{subj} \rightarrow (2.3)_{adj}$ $\quad$ $(2.3)_{subj} \leftarrow (2.3)_{adj}$

$(2.3)_{subj} \rightarrow (2.3)_{trans}$ $\quad$ $(2.3)_{subj} \leftarrow (2.3)_{trans}$

$(2.3)_{transj} \rightarrow (2.3)_{transj}$

$(2.3)_{transj} \rightarrow (2.3)_{adj}$ $\quad$ $(2.3)_{transj} \leftarrow (2.3)_{adj}$

$(2.3)_{transj} \rightarrow (2.3)_{subj}$ $(2.3)_{transj} \leftarrow (2.3)_{subj}$

Literatur

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Ortsfunktionale Raumsemiotik ontischer Diagonalität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015a

Toth, Alfred, Zu einer ortsfunktionalen Raumsemiotik I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015b

Bense-Zahlen I

1. Bekanntlich hatte Peirce seine Semiotik auf drei fundamentalen Kategorien begründet, die auf deutsch Mittelbezug (M), Objektbezug (O) und Interpretantenbezug (I) genannt werden. Wie Max Bense gezeigt hatte, gilt eine, in der Semiotik "Inklusion" genannte, Ordnung für die drei Kategorien

$Z = R((M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I))))$

(vgl. Bense 1979, S. 53 u. 67), woraus direkt folgt

$Z = R((M \subset ((M \subset O) \vee (M \subset O \subset I))))$.

Da man bekanntlich definiert

$O := (M \rightarrow O)$

$I := (M \rightarrow O \rightarrow I)$,

folgt somit auch

$M \subset O \subset I$.

2. Nun hatte Bense (1981, S. 17 ff.) sogenannte "Zeichenzahlen" (1981, S. 17) für die drei Kategorien eingeführt

$M = 1$

$O = 2$

$I = 3$,

wobei 1 als Kardinzahlzahl, 2 als Ordinalzahl und 3 als neue Art von Zahl, "Relationalzahl" genannt (vgl. Bense 1981, S. 25 f.), bestimmt werden.

3. Allein dadurch, daß die Menge der Zeichenzahlen, die wir als Bense-Zahlen bezeichnen und durch die Menge

$B = (1, 2, 3)$

angeben wollen, aus drei verschiedenen Zahlenarten zusammengesetzt ist, folgt, daß die Grundrechenarten der quantitativen Arithmetik für B ungültig sind, d.h. wir haben z.B. die folgenden Ungleichungen

$1 + 2 \neq 3$

$3 - 2 \neq 1$.

Ferner sind die Multiplikation und ihre konverse Operation, die Division, für B überhaupt nicht definiert.

Da Subzeichen bereits seit Bense (1975, S. 37) als kartesische Produkte von Bense-Zahlen definiert werden, gilt wegen

$(S = \langle x.y \rangle) \neq (\times S = \langle y.x \rangle)$ (mit $x, y \subset B$)

die Kommutativität der Addition (sowie der Subtraktion) ebenfalls nicht, d.h., unabhängig von den beiden obigen Ungleichungen gilt somit

$1 + 2 \neq 2 + 1$

$3 - 2 \neq 2 - 3$

(die letztere Ungleichung gilt natürlich auch für quantitative Zahlen).

4. Da die Bense-Zahlen 1, 2, 3 Kategorien bezeichnen, sind sie qualitative Zahlen, d.h. sie sind sind paarweise qualitativ verschieden. Wegen

$(M \subset O \subset I) = (1 \subset 2 \subset 3)$

muß jedoch gelten

$(1 + 2) \subset 3$,

aber

$(1 + 3) \not\subset 2$.

Ferner gilt

$(3 - 2) = (1 \subset 3)$

$(3 - 1) = (2 \subset 3)$

$(2 - 1) = (2 \subset 3)$

was man durch Transitivität sofort beweist. Generell sind im Gegensatz zur qualitativen Addition sämtliche qualitativen Subtraktionen möglich, solange eine quantitativ geringere Kategorie von einer quantitativ höheren Kategorie abgezogen wird.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense-Zahlen II

1. Dieser Aufsatz führt Toth (2016) fort.

2. Qualitative Arithmetik der Bense-Zahlen

Vgl. dazu Toth (2015).

2.1. Adjazente Bense-Zahlen

Diese haben die Form

S = (x.y) mit x = const.

Für adjazente Subzeichen gilt die Kommutativität des verbandstheoretischen Durchschnitts

$(1.1) \sqcap (1.2) = (1.2) \sqcap (1.1)$

und der verbandstheoretischen Vereinigung

$(1.1) \sqcup (1.2) = (1.2) \sqcup (1.1)$

2.2. Subjazente Bense-Zahlen

Diese haben die Form

S = (x.y) mit y = const.

Für subjazente Subzeichen gilt ebenfalls die Kommutativität des verbandstheoretischen Durchschnitts

$(1.1) \sqcap (2.1) = (2.1) \sqcap (1.1)$

und der verbandstheoretischen Vereinigung

$(1.1) \sqcup (2.1) = (2.1) \sqcup (1.1)$.

2.3. Transjazente Bense-Zahlen

Diese haben die Form

S = (x.y) mit x = const. und y = const.

Für transjazente Subzeichen gilt ebenfalls die Kommutativität des verbandstheoretischen Durchschnitts

$(1.1) \sqcap (2.2) = (2.2) \sqcap (1.1)$

und der verbandstheoretischen Vereinigung

$(1.1) \sqcup (2.2) = (2.2) \sqcup (1.1)$.

3. Hingegen gelten die mengentheoretischen Operationen $\subset$ und $\supset$ nur für homogene Subzeichen, d.h. für adjazente

$(1.1) \subset (1.2) \subset (1.3)$,

und für subjazente

$(1.1) \subset (2.1) \subset (3.1)$

sowie bemerkenswerterweise auch für transjazente

$(1.1) \subset (2.2) \subset (3.3)$,

nicht aber für heterogene, d.h. solche, die Kombinationen der drei ortsfunktionalen Zählarten darstellen, vgl.

$(1.2) \subsetneq (2.1)$

bzw.

$(1.2) \supsetneq (2.1)$.

Dementsprechend sind die von Bense (1981, S. 124 ff.) eingeführten semiotischen Kategorien zunächst auch nur auf homogene Subzeichen anwendbar, vgl. für den adjazenten Fall

$(1.2) \rightarrow (1.3) = (.\beta)$

$(1.3) \rightarrow (1.2) = (.\beta°)$,

für den subjazenten Fall

$(1.2) \rightarrow (2.2) = (\alpha.)$

$(2.2) \rightarrow (1.2) = (\alpha°.)$.

Bereits im transjazenten Fall, der ja wegen der Nichtkonstanz beider Primzeichen eines Subzeichens ebenfalls heterogen ist, handelt es sich jedoch um doppelte Morphismen, vgl.

$(1.1) \rightarrow (2.2) = (\alpha.\alpha)$

mit

$(2.1) \rightarrow (1.2) = (\alpha°.\alpha)$.

Man sieht hier sehr schön, daß Transjazenz keine quantitative Kombination aus Adjazenz und Subjazenz ist und daß die Homogenität-Heterogenitäts-Grenze bei aus Bense-Zahlen zusammengesetzten Subzeichen bereits bei der Transjazenz beginnt und somit nicht auf identitive Morphismen restringiert ist.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Toth, Alfred, Bense-Zahlen I. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Theorie funktional indizierter ontischer Morphismen

1. Innerhalb der Semiotik wurden (semiotische) Morphismen im Anschluß an Bense (1981, S. 124 ff.) wie folgt definiert (vgl. Toth 1993, S. 21 ff.)

$\alpha := \quad (1 \rightarrow 2)$

$\beta := \quad (2 \rightarrow 3)$,

die dazu gehörigen konversen Morphismen sind

$\alpha° = \quad (2 \rightarrow 1)$

$\beta° = \quad (3 \rightarrow 2)$

und die komponierten Morphismen

$\beta\alpha = \ (1 \rightarrow 3)$

$\alpha°\beta° = (3 \rightarrow 1)$.

Dazu kommen natürlich die drei identitiven Morphismen

$id_1 := (1 \rightarrow 1)$

$id_2 := (2 \rightarrow 2)$

$id_3 := (3 \rightarrow 3)$.

2. Nun hatten wir bereits in Toth (2015) gezeigt, daß es, vermöge ontisch-semiotischer Isomorphie, auch ontische Morphismen gibt. Diese müssen allerdings wegen der zuletzt in Toth (2016) behandelten 6 ontischen Relationen

$C = [X_\lambda, Y_Z, Z_\rho]$

L = [Ex, Ad, In]

O = (Koo, Sub, Sup)

Q = [Adj, Subj, Transj]

R* = [Ad, Adj, Ex],

P = (PP, PC, CP, CC)

als indizierte ontische Morphismen definiert werden. Wir erhalten demnach das folgende System von indizierten ontischen Morphismen.

2.1. C-Morphismen

$\alpha_C = (X_\lambda \to Y_Z)$	$\alpha°_C = (Y_Z \to X_\lambda)$	$id_{C\lambda} = (X_\lambda \to X_\lambda)$
$\beta_C = (Y_Z \to Z_\rho)$	$\beta°_C = (Z_\rho \to Y_Z)$	$id_{CZ} = (Y_Z \to Y_Z)$
$\beta\alpha_C = (X_\lambda \to Z_\rho)$	$\alpha°\beta°_C = (Z_\rho \to X_\lambda)$	$id_{C\rho} = (Z_\rho \to Z_\rho)$

2.2. L-Morphismen

$\alpha_L = (Ex \to Ad)$	$\alpha°_L = (Ad \to Ex)$	$id_{LEx} = (Ex \to Ex)$
$\beta_L = (Ad \to In)$	$\beta°_L = (In \to Ad)$	$id_{LAd} = (Ad \to Ad)$
$\beta\alpha_L = (Ex \to In)$	$\alpha°\beta°_L = (In \to Ex)$	$id_{LIn} = (In \to In)$

2.3. O-Morphismen

$\alpha_O = (Koo \to Sub)$	$\alpha°_O = (Sub \to Koo)$	$id_{OKoo} = (Koo \to Koo)$
$\beta_O = (Sub \to Sup)$	$\beta°_O = (Sup \to Sub)$	$id_{OSub} = (Sub \to Sub)$
$\beta\alpha_O = (Koo \to Sup)$	$\alpha°\beta°_O = (Sup \to Koo)$	$id_{OSup} = (Sup \to Sup)$

2.4. Q-Morphismen

$\alpha_Q = (Adj \to Subj)$	$\alpha°_Q = (Subj \to Adj)$	$id_{QAdj} = (Adj \to Adj)$
$\beta_Q = (Subj \to Transj)$	$\beta°_Q = (Transj \to Subj)$	$id_{QSubj} = (Subj \to Subj)$
$\beta\alpha_Q = (Adj \to Transj)$	$\alpha°\beta°_Q = (Transj \to Adj)$	$id_{QTransj} = (Transj \to Transj)$

2.5. R*-Morphismen

$\alpha_{R*} = (Ad \to Adj)$	$\alpha°_{R*} = (Adj \to Ad)$	$id_{R*Ad} = (Ad \to Ad)$
$\beta_{R*} = (Adj \to Ex)$	$\beta°_{R*} = (Ex \to Adj)$	$id_{R*Adj} = (Adj \to Adj)$
$\beta\alpha_{R*} = (Ad \to Ex)$	$\alpha°\beta°_{R*} = (Ex \to Ad)$	$id_{R*Ex} = (Ex \to Ex)$

2.6. P-Morphismen

Da die P-Relation im Gegensatz zu den übrigen 5 ontischen Relationen nicht triadisch, sondern tetradisch ist, müssen hier die Abbildungen einzeln definiert werden.

$x = (PP \rightarrow PC)$	$x^{-1} = (PC \rightarrow PP)$	$id_{PP} := (PP \rightarrow PP)$
$y = (PC \rightarrow CP)$	$y^{-1} = (CP \rightarrow PC)$	$id_{PC} := (PC \rightarrow PC)$
$z = (CP \rightarrow CC)$	$z^{-1} = (CC \rightarrow CP)$	$id_{CP} := (CP \rightarrow CP)$
$yx = (PP \rightarrow CP)$	$xy = (CP \rightarrow PP)$	$id_{CC} := (CC \rightarrow CC)$
$zx = (PP \rightarrow CC)$	$xz = (CC \rightarrow PP)$	
$yz = (PC \rightarrow CC)$	$zy = (CC \rightarrow PC)$	

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

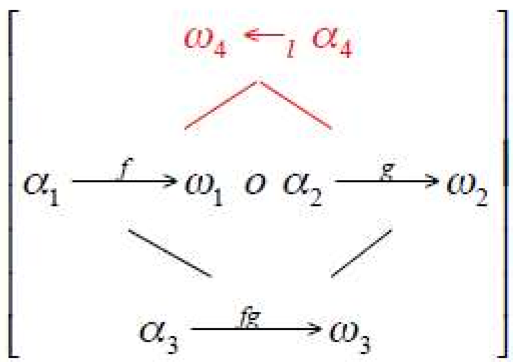
Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1993

Toth, Alfred, Das kategorientheoretische ontische Tripel-Universum I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015

Toth, Alfred, Grundlagen einer Modelltheorie der Ontik I-LVII. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2016

Matrizen für semiotische Morphismen und ihre zugehörigen Heteromorphismen

1. Wir gehen aus vom folgenden elementaren Diamentenmodell für eine dreistellige Relation, die Kaehr (2007, S. 19) gegeben hatte. Rot eingetragen ist der zu den Morphismen f und g gehörige Heteromorphismus l.



Ein Diamant ist also eine polykontexturale Kategorie und damit eine Abstraktion dieser. Somit gilt auch in der Diamantentheorie weiter

p → q → s = <pq> → <qs>

<q, s> ∘ <p, q> = <p, s>.

2.1. Konkatenationen, Morphismen und Heteromorpismen

	Morphismen	Heteromorphismen
<1.1> ∘ <1.2> =	<1.2>	<2.1>
<1.1> ∘ <1.3> =	<1.3>	<3.1>
<1.2> ∘ <2.1> =	<1.1>	<1.1>
<1.2> ∘ <2.2> =	<1.2>	<2.1>
<1.2> ∘ <2.3> =	<1.3>	<3.1>
<1.3> ∘ <3.1> =	<1.1>	<1.1>
<1.3> ∘ <3.2> =	<1.2>	<2.1>
<1.3> ∘ <3.3> =	<1.3>	<3.1>

<2.1> ∘ <1.1> = <2.1> <1.2>

<2.1> ∘ <1.2> = <2.2> <2.2>

<2.1> ∘ <1.3> = <2.3> <3.2>

<2.2> ∘ <2.1> = <2.1> <1.2>

<2.2> ∘ <2.2> = <2.2> <2.2>

<2.2> ∘ <2.3> = <2.3> <3.2>

<2.3> ∘ <3.1> = <2.1> <1.2>

<2.3> ∘ <3.2> = <2.2> <2.2>

<2.3> ∘ <3.3> = <2.3> <3.2>

<3.1> ∘ <1.1> = <3.1> <1.3>

<3.1> ∘ <1.2> = <3.2> <2.3>

<3.1> ∘ <1.3> = <3.3> <3.3>

<3.2> ∘ <2.1> = <3.1> <1.3>

<3.2> ∘ <2.2> = <3.2> <2.3>

<3.2> ∘ <2.3> = <3.3> <3.3>

<3.3> ∘ <3.1> = <3.1> <1.3>

<3.3> ∘ <3.2> = <3.2> <2.3>

<3.3> ∘ <3.3> = <3.3> <3.3>.

2.2. Matrizen

<1.1> ∘ <1.1> = <1.1> <1.1>

⇒

■ □ □

□ □ □

□ □ □

$<1.1> \circ <1.2> =$ $<1.2>$ $<2.1>$

$\Rightarrow$

■ ■ □

■ □ □

□ □ □

$<1.1> \circ <1.3> =$ $<1.3>$ $<3.1>$

$\Rightarrow$

■ □ ■

□ □ □

■ □ □

$<1.2> \circ <2.1> =$ $<1.1>$ $<1.1>$

$\Rightarrow$

■ ■ □

■ □ □

□ □ □

$<1.2> \circ <2.2> =$ $<1.2>$ $<2.1>$

$\Rightarrow$

□ ■ □

■ ■ □

□ □ □

<1.2> ∘ <2.3> = <1.3> <3.1>

⇒

□ ■ ■

□ □ ■

■ □ □

<1.3> ∘ <3.1> = <1.1> <1.1>

⇒

■ □ ■

□ □ □

■ □ □

<1.3> ∘ <3.2> = <1.2> <2.1>

⇒

□ ■ ■

■ □ □

□ ■ □

<1.3> ∘ <3.3> = <1.3> <3.1>

⇒

□ □ ■

□ □ □

■ □ ■

$<2.1> \circ <1.1> = \quad <2.1> \qquad <1.2>$

$\Rightarrow$

■ ■ □

■ □ □

□ □ □

$<2.1> \circ <1.2> = \quad <2.2> \qquad <2.2>$

$\Rightarrow$

□ ■ □

■ ■ □

□ □ □

$<2.1> \circ <1.3> = \quad <2.3> \qquad <3.2>$

$\Rightarrow$

□ □ ■

■ □ ■

□ ■ □

$<2.2> \circ <2.1> = \quad <2.1> \qquad <1.2>$

$\Rightarrow$

□ ■ □

■ ■ □

□ □ □

<2.2> ∘ <2.2> = <2.2> <2.2>

⇒

□ □ □

□ ■ □

□ □ □

<2.2> ∘ <2.3> = <2.3> <3.2>

⇒

□ □ □

□ ■ ■

□ ■ □

<2.3> ∘ <3.1> = <2.1> <1.2>

⇒

□ ■ □

■ □ ■

■ □ □

<2.3> ∘ <3.2> = <2.2> <2.2>

⇒

□ □ □

□ ■ ■

□ ■ □

<2.3> ∘ <3.3> = <2.3> <3.2>

⇒

□ □ □

□ □ ■

□ ■ ■

<3.1> ∘ <1.1> = <3.1> <1.3>

⇒

■ □ ■

□ □ □

■ □ □

<3.1> ∘ <1.2> = <3.2> <2.3>

⇒

□ ■ □

□ □ ■

■ ■ □

<3.1> ∘ <1.3> = <3.3> <3.3>

⇒

□ □ ■

□ □ □

■ □ ■

<3.2> ∘ <2.1> = <3.1> <1.3>

⇒

□ □ ■

■ □ □

■ ■ □

<3.2> ∘ <2.2> = <3.2> <2.3>

⇒

□ □ □

□ ■ ■

□ ■ □

<3.2> ∘ <2.3> = <3.3> <3.3>

⇒

□ □ □

□ □ ■

□ ■ ■

<3.3> ∘ <3.1> = <3.1> <1.3>

⇒

□ □ ■

□ □ □

■ □ ■

<3.3> ∘ <3.2> = <3.2> <2.3>

⇒

□ □ □

□ □ ■

□ ■ ■

<3.3> ∘ <3.3> = <3.3> <3.3>

⇒

□ □ □

□ □ □

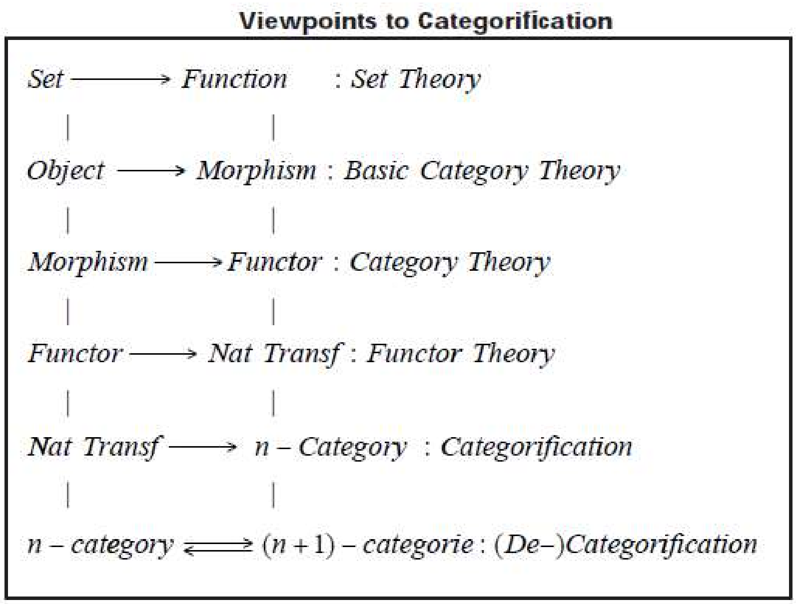
□ □ ■

Literatur

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007

Kategorifizierung in der Semiotik

1. Wir gehen aus von der von Kaehr publizierten Tafel kategorientheoretischer Hierarchien (vgl. Kaehr 2007, S. 11)



und fragen uns, ob dieses Schema innerhalb der kaehrschen "Graphematik", zu der ja auch die Semiotik gehört, wirklich universell ist.

2.1. Menge → Funktion

Da dieses Thema bereits extensiv von Bense (vgl. Bense 1981, S. 76 ff.) behandelt wurde, können wir es mit diesem Verweis darauf belassen.

2.2. Objekt → Morphismus

2.3. Morphism → Funktor

Morphismen wurden ebenfalls von Bense (1981, S. 124 ff.) in die Semiotik eingeführt, vgl. die zusammenfassende Darstellung in Toth (1997, S. 21 ff.). Grundsätzlich ist zu sagen, daß der mathematische Unterschied zwischen Objekt und Abbildung bereits im Subzeichen angelegt ist, auf dessen Doppelnatur Bense wiederholt hingewiesen hatte, einerseits statisch-entitätisch, andererseits dynamisch-semiosisch zu sein. Z.B. bezeichnet das Icon (2.1) eine Abbildung, aber auch die dyadische Retrosemiose $\alpha° = (2 \rightarrow 1)$. Die kleine semiotische Matrix läßt sich mit Hilfe semiotischer Morphismen wie folgt darstellen

$$\begin{pmatrix} id1 & \alpha & \beta\alpha \\ \alpha° & id2 & \beta \\ \alpha°\beta° & \beta° & id3 \end{pmatrix} ,$$

und demnach stellt jede Abbildung der 9 Morphismen auf sich selbst oder einen anderen Morphismus in der Semiotik einen Funktor dar.

2.4. Funktor → natürliche Transformation

Wie in Toth (1997, S. 21 ff.) gezeigt, können die Zeichenklassen und Realitätsthematiken als natürliche Transformationen definiert werden. Diese haben also die allgemeine Form

ZKl = ([3. → .x] → [2. → .y]) → ([2. → .y] → [1. → .z])

RTh = ([z. → .1] → [y. → .2]) → ([y. → .2] → [x. → .3]).

2.5. Natürliche Transformation → n-Kategorie

Die jüngste Entwicklung innerhalb der Kategorientheorie (vgl. Leinster 2004) findet ihre Entsprechung in der Determination des peirce-benseschen Zehnersystems der Semiotik durch die eigenreale (dual-invariante) Zeichenklasse/ Realitätsthematik, wodurch sich das System als "deerminantensymmetrisches Dualitätssystem" (E. Walther) wie folgt in der Notation von Bense (1992, S. 76) darstellen läßt

Zkl			Rth			Rpw	
3.1	2.1	1.1	1.1	1.2	1.3	9	Mittel
3.1	2.1	1.2	2.1	1.2	1.3	10	
3.1	2.1	1.3	3.1	1.2	1.3	11	
3.1	2.2	1.2	2.1	2.2	1.3	11	Objekt
3.2	2.2	1.2	2.1	2.2	2.3	12	
3.2	2.2	1.3	3.1	2.2	2.3	13	
3.1	2.3	1.3	3.1	3.2	1.3	13	Interpretant
3.2	2.3	1.3	3.1	3.2	2.3	14	
3.3	2.3	1.3	3.1	3.2	3.3	15	
3.1	2.2	1.3	3.1	2.2	1.3	12	Eigenrealität

Der Frage, wie viele triadische Trichotomien bzw. trichotomische Triaden es innerhalb der Semiotik gibt, wird ausführlich in Toth (2008) nachgegangen.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Kaehr, Rudolf, Categories and Contextures. Glasgow 2007

Leinster, Tom, Higher Operads, higher Categories. Cambridge, UK 2004

Toth, Alfred, Entwurf einer semiotisch-relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Formales Modell einer kybernetischen Semiotik. Tucson, AZ, 2008 (670 S.)

Die Bestimmung des Zeichens und seiner internen Umgebung mit Hilfe von semiotischen Zahlen

1. In Toth (2016) hatten wir darauf hingewiesen, daß die Abbildung der semiotischen Zahlen auf die Subrelationen der peirceschen Zeichenrelation Z = (M, O, I)

$$M = S(SO) = 110$$

$$O = O(SO) = 010$$

$$I = O(OS) = 001$$

strukturell unvollständig ist, denn es fehlt eine kategoriale Position für

$$X = S(OS) = 101.$$

Wie man allerdings an der kategorialen Notation der Zeichenrelation ersieht, markiert die semiotische Zahl 101 eine Position, die nur eine weitere Objektrelation des durch

$$Z^c = (110, 101, 001)$$

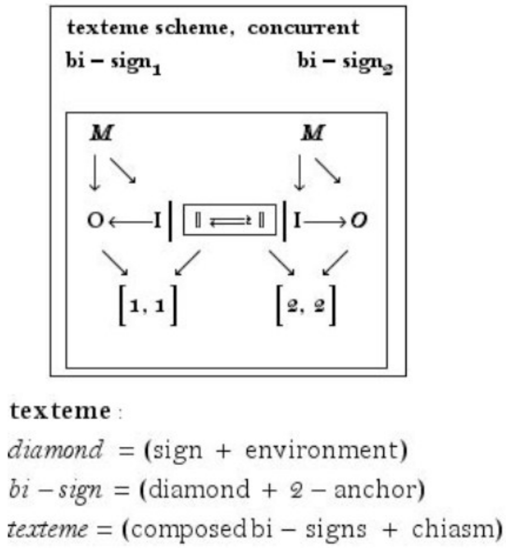
definierten und zu

$$Z = (110, 010, 001)$$

komplementären Zeichens sein kann

$$\begin{tikzcd}
S(OS) \arrow[d, dashed] & O(OS) \arrow[l, dashed] \\
S(SO) \arrow[r] \arrow[ur] & O(SO). \arrow[u]
\end{tikzcd}$$

2. Diese Konzeption einer Einheit aus Zeichen und Komplementärzeichen erinnert an das von Rudolf Kaehr definierte Bi-Sign als Teil seines semiotischen Diamond-Modelles (vgl. Kaehr 2009, S. 193).



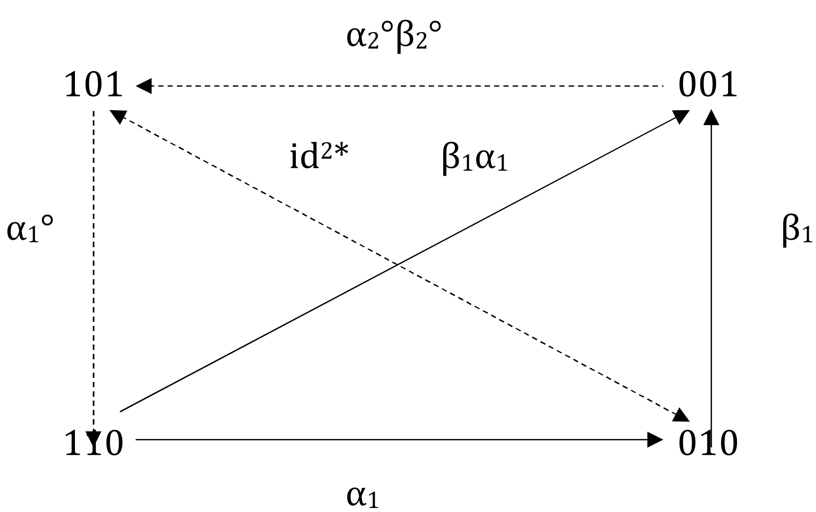
Demnach gilt

$(110, 101, 001) = U((110, 010, 001))$

und

$(110, 010, 001) = U((110, 101, 001))$.

3. Da somit die quadratische semiotische Kategorie bis auf das "anchoring" mit dem Kaehrschen Diamond übereinstimmt, sind wir zum ersten Mal in der Semiotik in der Lage, in nicht-trivialer Weise Heteromorphismen zu definieren, d.h. solche, welche nicht mit den rein monokontexturalen Retrosemiosen zusammenfallen. Wir zeigen dies am besten wieder anhand unseres "semiotischen Quadrates".



Von besonderem Interesse ist der polykontextural nicht-identitive Morphismus id^{2*}, denn er bildet die Objektposition von $U(Z) \rightarrow Z$ bzw. von $Z \rightarrow U(Z)$ ab. Es handelt sich also um den gleichen Fall, auf den bereits (vgl. z.B. Kaehr 2009, S. 52) hingewiesen hatte und der dann auftritt, wenn die monokontexturalen benseschen Zeichenklassen kontexturiert werden. Am dramatischsten wird das dort, wo Benses Eigenrealität, das Herz der Semiotik (vgl. Bense 1992), zerstört wird

$(3.1, 2.2, 1.3) \rightarrow (3.1_3, 2.2_{1.2}, 1.3_3)$ Kontexturierung

$\times(3.1, 2.2, 1.3) \equiv (3.1, 2.2, 1.3)$ monokontextural eigenreal

$\times(3.1_3, 2.2_{1.2}, 1.3_3) \not\equiv \times(3.1_3, 2.2_{2.1}, 1.3_3)$ polykontextural nicht-eigenreal.

Literatur

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotic Short Studies. Glasgow 2007

Toth, Alfred, Die qualitativ-mathematische Unvollständigkeit der triadischen Zeichenrelation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Metasemiotische Spuren der kaehrschen Diamantenkategorie

1. Die von dem kürzlich zu früh verewigten Kollegen Rudolf Kaehr begründete Diamantentheorie, einer polykontexturalen Kategorientheorie (vgl. Kaehr 2007), kann, wie im folgenden anhand von Beispielen gezeigt werden soll, auf metasemiotischer Ebene nachgewiesen werden. Daß dies nicht allein daran liegen kann, daß das dem kaehrschen "Diamond" zugrunde liegende Tetralemma schon lange aus der Logik bekannt ist, zeigt v.a. die metasemiotische Existenz spezifischer sprachlicher Differenzierungen zwischen "Path" und "Journey" in bestimmten Sprachen. Weitergehende Forschungen an diesem hier nur angeschnittenen Themas sind dringend erforderlich.

2.1. Morphismen und Heteromorphismen

2.1.1. saltisition, jumpoid

Der kaehrsche Diamond enthält neben der Sowohl-als-Auch-Relation auch die (im folgenden Diagramm aus Kaehr 2007, S. 21 rot gefärbte) Weder-Noch-Relation, welche Kaehr als "saltisition" mit der Abbildung als "Heteromorphismus" definiert hatte. Die letztere wird von Kaehr auch als "jumpoid" bezeichnet.

$$\begin{tikzcd}
 & (B^1, \omega_4) \leftarrow (A^2, \alpha_4) & \\
(A^1, \alpha_1) \arrow[r, "morph"] \arrow[d, dash] & (B^1, \omega_1)\ o\ (A^2, \alpha_2) \arrow[r, "morph"] \arrow[u, dash, "\delta"'] & (B^2, \omega_2) \\
(A^1, \alpha_3) \arrow[rr, "morph"] & & (B^2, \omega_3) \arrow[u, dash, "\varphi"']
\end{tikzcd}$$

2.1.2. Metasemiotische Beispiele sind in Texten zu finden, wo der Weg hin nicht mit dem Weg zurück koinzidiert. Formal kommt dies in Kaehrs Diamond durch verschiedene Indizierung der Morphismen α und ω zum Ausdruck. Als Beispiel bringen wir den Anfang und den Schluß von Oskar Panizzas Erzählung "Das Wirtshaus zur Dreifaltigkeit" (1914).

> Mit solchen Gedanken beschäftigt, war niemand froher wie ich, als ich auf der noch immer endlos sich hinziehenden Straße einen Reisenden mit schwerem Felleisen daherkommen

> sah. Er sah mich verwundert an, als wir uns begegneten, und frug: »Wie kommen Sie um diese späte Abendzeit hierher, wo auf Stunden im Umkreis keine Niederlassung ist? Ich selbst reise nur in der Dämmerung und zur Nachtzeit, weil meine Augen das Tageslicht nicht vertragen; und bin mit Weg und Steg wohlvertraut. Aber Sie wären verloren!« – Als ich nichts erwiderte, fuhr der Fremde, dessen eindringliche Rede mir Respekt abgewonnen hatte, fort: »Der Himmel hat diesmal für Sie gesorgt. Gleich hinter diesem Bergvorsprung, den Sie in zehn Minuten erreichen, steht ein Wirtshaus; ich komme gerade davon her; es ist aber gänzlich unbekannt; Sie konnten sich also nicht darauf verlassen; trotzdem steht es am Weg; es ist auf keiner Karte verzeichnet, und ich besitze die besten; ich selbst sah es heute zum erstenmal; gleichwohl ist es uralt; ›Gasthaus zur Dreifaltigkeit‹; die Leute scheinen gut eingerichtet, wenn auch etwas altmodisch und langsam in ihren Manieren; Sie werden dort gut aufgehoben sein. Gehaben Sie sich wohl!«

Nachdem der Ich-Erzähler seine Nacht in diesem Haus, das räumlich und zeitlich diskontextural zu seiner Umgebung ist, verbracht hat, hat er es eilig, über die Kontexturgrenzen zu springen (jump). Man beachte, daß hier eine weitere der von Kaehr eingeführten diamantentheoretischen Operationen, das "bridging", involviert ist.

> Und bald hatte ich die Landstraße erreicht. Ein eiskalter Wind pfiff vom Osten her. Keine zwanzig Schritt von mir aber, entgegengesetzt der von mir einzuschlagenden Richtung, saß ein Steinklopfer bei seiner Arbeit und hämmerte tüchtig darauf los. Ich konnte nicht umhin, auf ihn zuzugehen. »He! Alter,« – rief ich ihn an – »kennt Ihr das Wirtshaus da hinten im Wald?« – »Jo, jo!« – antwortete er im besten Fränkisch – »sell is a Abdeckerei!« – »Abdeckerei?« – frug ich verwundert – »was ist das: eine Abdeckerei?« – »No, wo mer halt die alte Gäul und die räudige Hünd darschlägt.« – bemerkte er und lachte spöttisch über meine Unwissenheit, wobei er fortfuhr – »des is nix G'scheid's!... die Leut' häße's halt die ›Gifthütten‹!« – »Gifthütte?« – frug ich – »weshalb?« – »No, es künnt eba nix Gut's raus, und geht nix Gut's nei!« – Als ich verwundert stehnblieb und ihn ansah, fuhr er weiter: »Vo dera Leut' weeß mer net, wo's har sen und vo wos daß lebe!« – »Nun,« – entgegnete ich – »ich bin heiler Haut herausgekommen!« – »Sen S' froh,« – rief der Steinhauer und schwenkte heftig seinen weißangelaufenen Hammer – »Sen S' froh, und mache S' weiter, und gucke Se nimmer 'rüm, und vergasse Se de Schinderhütt'n!...«
>
> (Oskar Panizza, Das Wirtshaus zur Dreifaltigkeit (1914))

2.2. Path und Journey

2.2.1. Kaehr (2009, S. 81) hatte folgende formale Definition eines Journey gegeben

Let $R^{1.2} \subseteq (A^1_o, A^2_o)$ xx (A^1_1, A^2_1), denote a general bi-relation. We associate with it the *diamond* denoted by JOURN((X,x), $R^{1.2}$), JOURN(X,x) or just JOURN.

Bi-objects: Bi-Elements (X,x) ∈ ∈ **(X, x)**.

Morphisms: Sequences (paths) of consecutive arrows,
Hetero-morphisms:counter-sequences of antidromic arrows.

Complementarity: Category/Saltatory
JOURN is not a product of **PATH**, i.e. JOURN != PATH x PATH but a *complementary* (and not a dual!) interplay between PATH and co-PATH:

JOURN = compl(PATH, $\overline{\text{PATH}}$)

There is a *morphism* X -> Y, iff XRY∈ Cat .
There is a *hetero*-morphism x -> y, iff xry ∈ Salt.
There is a *diamond* if [Cat; Salt].

$$R^{1.2} \subseteq \left(A^1_o, A^2_o\right) \text{xx} \left(A^1_1, A^2_1\right)$$
$$\left(\text{Rr}\right) \subseteq \subseteq \left(A^1_o, a^2_o\right) \text{xx} \left(A^1_1, a^2_1\right)$$

Auf einem Path suchen wir also z.B. ein Objekt oder Subjekt, auf einem Journey jedoch begegnet uns z.B. ein Objekt oder Subjekt. Dieser Unterschied ist in einigen Sprachen bei spezifischen Bewegungsverben präsent. Er fehlt im Deutschen, wo die Differenz durch lexikalischen Wechsel ausgedrückt werden muß. Unter den Beispielen steht jeweils (1) für Path, (2) für Journey.

Hamburger Platt

(1) enen in de Mööt kamen "jn. treffen"

(2) enen möten = bemöten "jm. (zufällig) begegnen"

Französisch

(1) aller à la rencontre de qn. "jm. entgegengehen"

(2) rencontrer qn. "jm. (zufällig) begegnen"

Literatur

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotic Short Studies. Glasgow 2009

Panizza, Oskar, Visionen der Dämmerung. Leipzig 1914

Morphismen und Heteromorphismen bei qualitativen semiotischen Zahlen

1. Im Anschluß an die Einführung qualitativer semiotischer Zahlen in Toth (2016a) definieren wir

O := 0

S := 1.

Dann können die drei semiotischen "Fundamentalkategorien" wie folgt definiert werden

M = (10 = f(1)) = 1(10)

O = (10 = f(0)) = 0(10)

I = (01 = f(0)) = 0(01),

und man erhält damit folgende Matrix qualitativer semiotischer Zahlen

	1(10)	0(10)	0(01)
1(10)	1(10) → 1(10)	1(10) → 0(10)	1(10) → 0(01)
0(10)	0(10) → 1(10)	0(10) → 0(10)	0(10) → 0(01)
0(01)	0(01) → 1(10)	0(01) → 0(10)	0(01) → 0(01) .

Entsprechend den für quantitativ definierte "Primzeichen" (Zeichenzahlen, vgl. Bense 1981, S. 17 ff.) definierten kartesischen Produkten gilt also

$x \rightarrow y = (x \times y)$,

so daß man die Abbildungen der quantitativen auf die qualitativen semiotischen Zahlen wie folgt darstellen kann

(1.1) → (110110)   (2.1) → (010110)

(1.2) → (110010)   (2.2) → (010010)

(1.3) → (110001)   (2.3) → (010001)

(3.1) → (001110)

(3.2) → (001110)

$(3.3) \rightarrow \quad (001001)$.

2. Wie man leicht erkennt, sind jedoch zwei der drei dualen Relationen der fundamentalen semiotischen Relationen undefiniert, und ferner fehlt eine weitere mögliche Permutation der insgesamt 6 möglichen Permutationen für 3-stellige qualitative Relationen, die mindestens einen 0-Wert und einen 1-Wert enthalten müssen (vgl. Toth 2016b)

I → (001) ? → (011)

O → (010) ??? → (101)

?? → (100) M → (110).

Für die qualitativen Subzeichen bedeutet das, daß

1. die semiotischen Identitäten mit Ausnahme von

$\times(010010) = (010010)$

aufgehoben sind

$\times(110110) = (110110)$

$\times(001001) = (001001)$,

und daß

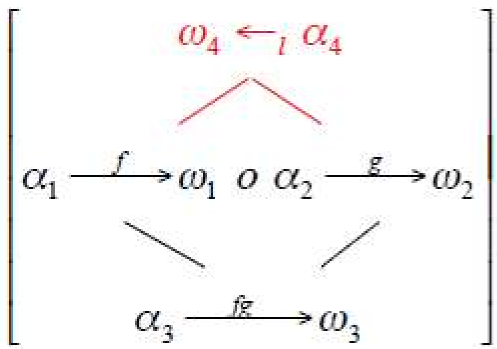
2. auch die übrigen Dualrelationen aufgehoben sind, da die oben mit ?, ?? und ??? bezeichneten weiteren 3 Fundamentalkategorien innerhalb der triadischen Zeichenrelation undefiniert sind

$\times(1.2) = \times(110010) = (010011) \neq (010110)$

$\times(1.3) = \times(110001) = (100011) \neq (001110)$

$\times(2.3) = \times(010001) = (100010) \neq (001110)$.

Das bedeutet also, daß die Einsetzung semiotischer Zahlen in die von Rudolf Kaehr definierte polykontexturale Diamond-Kategorie nach dem folgenden Modell (vgl. Kaehr 2007, S. 11)



zu nicht-trivialen Resultaten führt, vgl. z.B. die qualitative Abbildung der Zeichenklasse (3.1, 2.1, 1.1)

Z = [(001110), (010110), (110110)]

$$(011100) \leftarrow (011011)$$

$$(001110) \rightarrow (010110) \circ (010110) \rightarrow (110110)$$

$$(001110) \rightarrow (110110),$$

darin für die Weder-noch-Relation die dualen Relationen von M und I eingesetzt werden können, so daß diese Relation nicht mehr die quantitative Konversion der Sowohl-als-auch-Relation ist, d.h.

$[(001110) \rightarrow (110110)]^{-1} \neq [(011100) \leftarrow (011011)]$.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007

Toth, Alfred, Ist die triadische Zeichenrelation wirklich universal? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016a

Toth, Alfred, Identität qualitativer semiotischer Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016b

Die Morphismen der qualitativen hexadischen Zeichenrelation

1. Setzt man axiomatisch fest, daß eine 3-stellige qualitative semiotische Relation der allgemeinen Form

$Z = (x, y, z)$

mit $x, y, z \in \{0, 1\}$ mindestens einen 0-Wert und einen 1-Wert enthalten muß, dann sind 6 Permutationen möglich

(001)	(011)
(010)	(101)
(100)	(110).

Wie man leicht erkennt, ist die Menge dieser 6 Relationen natürlich auch für die Konversen der Relationen abgeschlossen.

2. Nun sind allerdings von diesen 6 qualitativen semiotischen Relationen lediglich die folgenden 3 für die triadische Zeichenrelation definiert (vgl. Toth 2016)

I →	(001)	? →	(011)
O →	(010)	??? →	(101)
?? →	(100)	M →	(110).

Zur Bestimmung der ?-, ??- und ???-Relationen kann man Paare von konversen Relationen zusammenstellen

$\times\times M = ?$

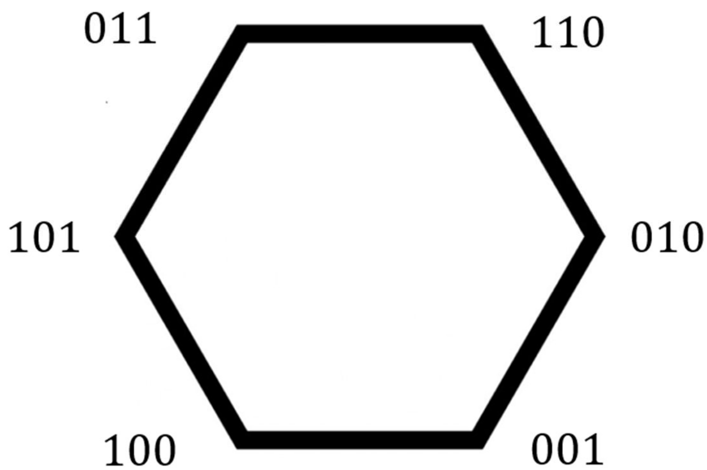
$\times(101) = (101)$

$\times\times I = ??.$

Strukturell gesehen muß also die selbstduale Relation (101), entsprechend der zweiten selbstdualen Relation $O = (010)$, ebenfalls eine objektbezügliche Relation sein.

3. Wegen der schon von Albert Menne und Georg Klaus postulierten ontisch-semiotischen Isomorphie (vgl. Toth 2011, 2012, 2014) gilt nun, daß jeder

semiotischen Fundamentalkategorie in Z = (M, O, I) eine ontische Kategorie entspricht bzw. umgekehrt. Wir bezeichnen diese korrespondenten ontischen Kategorien der Objektrelation Ω durch $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{O}$ und $\mathfrak{I}$ und können die hexadische Relation, die aus $\Omega \cup Z = ((\mathfrak{M}, \mathfrak{O}, \mathfrak{I}) \cup (M, O, I))$ resultiert, im folgenden hexagonalen Zeichenschema darstellen.



Die Menge

X = (001, 010, 100, 011, 101, 110)

enthält somit alle 6 ontischen und semiotischen Kategorien, und damit ist in X die Kontexturgrenze zwischen Zeichen und Objekt aufgehoben. X ist also eine im polykontexturalen Sinne qualitative Relation.

4. Zunächst seien die rein semiotischen Morphismen wie üblich definiert (vgl. Toth 1997, S. 21 ff.)

α: $M \rightarrow O = (110) \rightarrow (010)$

β: $O \rightarrow I = (010) \rightarrow (001)$

$\beta\alpha$: $M \rightarrow I = (110) \rightarrow (001)$.

Entsprechend können die rein ontischen Morphismen definiert werden

$\underline{\underline{\alpha}}$: $\mathfrak{M} \rightarrow \mathfrak{O} = (011) \rightarrow (101)$

$\underline{\underline{\beta}}$: $\mathfrak{O} \rightarrow \mathfrak{I} = (101) \rightarrow (100)$

$\underline{\underline{\beta\alpha}}$: $\mathfrak{M} \rightarrow \mathfrak{I} = (011) \rightarrow (100)$.

Die drei semiotisch-ontischen (bzw. ontisch-semiotischen) Morphismen werden wie folgt definiert

$\underline{\alpha}$: $M \to \mathfrak{O} = (110) \to (101)$

$\underline{\beta}$: $O \to \mathfrak{I} = (010) \to (100)$

$\underline{\beta\alpha}$: $M \to \mathfrak{I} = (110) \to (100)$.

Literatur

Toth, Alfred, Entwurf einer semiotisch-relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Zur Georg Klaus Zeichentheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Zur Formalisierung der Menne-Semiotik I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Toth, Alfred, Zeichenrelation und Objektrelation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Toth, Alfred, Ist die triadische Zeichenrelation wirklich universal? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Grundlegung einer ontischen Kategorientheorie

1. Vorbemerkung

1. Meine „Grammatik der Stadt Paris“, erschienen als Publikation des von mir seit 2001 geleiteten „Semiotic Technical Laboratory“ (Toth 2016a), stellte in 2 Bänden auf insgesamt 507 Seiten zum ersten Mal eine Grammatik dar, deren Elemente nicht Laute, Silben, Wörter und Sätze (sowie allenfalls Texte), sondern Häuser, Straßen, Plätze und Einfriedungen und deren Materialien nicht Phoneme oder Grapheme, sondern Stein, Holz, Glas u.a. sind. Es handelt sich dabei jedoch keineswegs um die sattsam bekannte und unwissenschaftliche strukturalistische (sowie mittlerweile längst überholte) Vorstellung des „Lesens einer Stadt“ bzw. der „Stadt als Text“, sondern um eine funktionale bzw. abbildungstheoretische Beschreibung einer Stadt, basierend auf invarianten ontischen Eigenschaften (vgl. Toth 2013) sowie auf invarianten ontischen Relationen (vgl. Toth 2016b). Die im folgenden verwendeten Abkürzungen sind in diesen referierten Arbeiten aufgelöst.

2. Theoretische Grundlagen einer ontischen Kategorientheorie

2.1. Das vollständige System der ontisch-semiotischen Funktionen

2.1.1. $C \rightarrow L = [X_\lambda, Y_Z, Z_\rho] \rightarrow [Ex, Ad, In]$

$X_\lambda \rightarrow Ex = f(2.1)$

$X_\lambda \rightarrow Ex = f(2.2)$

$X_\lambda \rightarrow Ex = f(2.3)$

$X_\lambda \rightarrow Ad = f(2.1)$

$X_\lambda \rightarrow Ad = f(2.2)$

$X_\lambda \rightarrow Ad = f(2.3)$

$X_\lambda \rightarrow In = f(2.1)$

$X_\lambda \rightarrow In = f(2.2)$

$X_\lambda \rightarrow In = f(2.3)$

$Y_Z \rightarrow Ex = f(2.1)$

$Y_Z \rightarrow Ex = f(2.2)$

$Y_Z \rightarrow Ex = f(2.3)$

$Y_Z \rightarrow Ad = f(2.1)$

$Y_Z \rightarrow Ad = f(2.2)$

$Y_Z \rightarrow Ad = f(2.3)$

$Y_Z \rightarrow In = f(2.1)$

$Y_Z \rightarrow In = f(2.2)$

$Y_Z \rightarrow In = f(2.3)$

$Z_\rho \rightarrow Ex = f(2.1)$

$Z_\rho \rightarrow Ex = f(2.2)$

$Z_\rho \rightarrow Ex = f(2.3)$

$Z_\rho \rightarrow Ad = f(2.1)$

$Z_\rho \rightarrow Ad = f(2.2)$

$Z_\rho \rightarrow Ad = f(2.3)$

$Z_\rho \rightarrow In = f(2.1)$

$Z_\rho \rightarrow In = f(2.2)$

$Z_\rho \rightarrow In = f(2.3)$

2.1.2. $C \rightarrow O = [X_\lambda, Y_Z, Z_\rho] \rightarrow (Koo, Sub, Sup)$

$X_\lambda \rightarrow Koo = f(2.1)$

$X_\lambda \rightarrow Koo = f(2.2)$

$X_\lambda \rightarrow Koo = f(2.3)$

$X_\lambda \rightarrow Sub = f(2.1)$

$X_\lambda \rightarrow Sub = f(2.2)$

$X_\lambda \rightarrow Sub = f(2.3)$

$X_\lambda \rightarrow Sup = f(2.1)$

$X_\lambda \rightarrow Sup = f(2.2)$

$X_\lambda \rightarrow Sup = f(2.3)$

$Y_Z \rightarrow Koo = f(2.1)$

$Y_Z \rightarrow Koo = f(2.2)$

$Y_Z \rightarrow Koo = f(2.3)$

$Y_Z \rightarrow Sub = f(2.1)$

$Y_Z \rightarrow Sub = f(2.2)$

$Y_Z \rightarrow$ Sub = f(2.3)

$Y_Z \rightarrow$ Sup = f(2.1)

$Y_Z \rightarrow$ Sup = f(2.2)

$Y_Z \rightarrow$ Sup = f(2.3)

$Z_\rho \rightarrow$ Koo = f(2.1)

$Z_\rho \rightarrow$ Koo = f(2.2)

$Z_\rho \rightarrow$ Koo = f(2.3)

$Z_\rho \rightarrow$ Sub = f(2.1)

$Z_\rho \rightarrow$ Sub = f(2.2)

$Z_\rho \rightarrow$ Sub = f(2.3)

$Z_\rho \rightarrow$ Sup = f(2.1)

$Z_\rho \rightarrow$ Sup = f(2.2)

$Z_\rho \rightarrow$ Sup = f(2.3)

2.1.3. C → Q = [X_λ, Y_Z, Z_ρ] → [Adj, Subj, Transj]

$X_\lambda \rightarrow$ Adj = f(2.1)

$X_\lambda \rightarrow$ Adj = f(2.2)

$X_\lambda \rightarrow$ Adj = f(2.3)

$X_\lambda \rightarrow$ Subj = f(2.1)

$X_\lambda \rightarrow$ Subj = f(2.2)

$X_\lambda \rightarrow$ Subj = f(2.3)

$X_\lambda \rightarrow$ Transj = f(2.1)

$X_\lambda \rightarrow$ Transj = f(2.2)

$X_\lambda \rightarrow$ Transj = f(2.3)

$Y_Z \rightarrow$ Adj = f(2.1)

$Y_Z \rightarrow$ Adj = f(2.2)

$Y_Z \rightarrow$ Adj = f(2.3)

$Y_Z \rightarrow$ Subj = f(2.1)

$Y_Z \rightarrow$ Subj = f(2.2)

$Y_Z \rightarrow$ Subj = f(2.3)

$Y_Z \rightarrow$ Transj = f(2.1)

$Y_Z \rightarrow$ Transj = f(2.2)

$Y_Z \rightarrow$ Transj = f(2.3)

$Z_\rho \rightarrow$ Adj = f(2.1)

$Z_\rho \rightarrow$ Adj = f(2.2)

$Z_\rho \rightarrow$ Adj = f(2.3)

$Z_\rho \rightarrow$ Subj = f(2.1)

$Z_\rho \rightarrow$ Subj = f(2.2)

$Z_\rho \rightarrow$ Subj = f(2.3)

$Z_\rho \rightarrow$ Transj = f(2.1)

$Z_\rho \rightarrow$ Transj = f(2.2)

$Z_\rho \rightarrow$ Transj = f(2.3)

2.1.4. C → R* = [X_λ, Y_Z, Z_ρ] → [Ad, Adj, Ex]

$X_\lambda \rightarrow$ Ad = f(2.1)

$X_\lambda \rightarrow$ Ad = f(2.2)

$X_\lambda \rightarrow$ Ad = f(2.3)

$X_\lambda \rightarrow$ Adj = f(2.1)

$X_\lambda \rightarrow$ Adj = f(2.2)

$X_\lambda \rightarrow$ Adj = f(2.3)

$X_\lambda \rightarrow$ Ex = f(2.1)

$X_\lambda \rightarrow$ Ex = f(2.2)

$X_\lambda \rightarrow$ Ex = f(2.3)

$Y_Z \rightarrow$ Ad = f(2.1)

$Y_Z \rightarrow$ Ad = f(2.2)

$Y_Z \rightarrow$ Ad = f(2.3)

$Y_Z \to Adj = f(2.1)$

$Y_Z \to Adj = f(2.2)$

$Y_Z \to Adj = f(2.3)$

$Y_Z \to Ex = f(2.1)$

$Y_Z \to Ex = f(2.2)$

$Y_Z \to Ex = f(2.3)$

$Z_\rho \to Ad = f(2.1)$

$Z_\rho \to Ad = f(2.2)$

$Z_\rho \to Ad = f(2.3)$

$Z_\rho \to Adj = f(2.1)$

$Z_\rho \to Adj = f(2.2)$

$Z_\rho \to Adj = f(2.3)$

$Z_\rho \to Ex = f(2.1)$

$Z_\rho \to Ex = f(2.2)$

$Z_\rho \to Ex = f(2.3)$

2.1.5. $C \to P = [X_\lambda, Y_Z, Z_\rho] \to (PP, PC, CP, CC)$

$X_\lambda \to PP = f(2.1)$

$X_\lambda \to PP = f(2.2)$

$X_\lambda \to PP = f(2.3)$

$X_\lambda \to PC = f(2.1)$

$X_\lambda \to PC = f(2.2)$

$X_\lambda \to PC = f(2.3)$

$X_\lambda \to CP = f(2.1)$

$X_\lambda \to CP = f(2.2)$

$X_\lambda \to CP = f(2.3)$

$X_\lambda \to CC = f(2.1)$

$X_\lambda \to CC = f(2.2)$

$X_\lambda \rightarrow CC = f(2.3)$

$Y_Z \rightarrow PP = f(2.1)$

$Y_Z \rightarrow PP = f(2.2)$

$Y_Z \rightarrow PP = f(2.3)$

$Y_Z \rightarrow PC = f(2.1)$

$Y_Z \rightarrow PC = f(2.2)$

$Y_Z \rightarrow PC = f(2.3)$

$Y_Z \rightarrow CP = f(2.1)$

$Y_Z \rightarrow CP = f(2.2)$

$Y_Z \rightarrow CP = f(2.3)$

$Y_Z \rightarrow CC = f(2.1)$

$Y_Z \rightarrow CC = f(2.2)$

$Y_Z \rightarrow CC = f(2.3)$

$Z_\rho \rightarrow PP = f(2.1)$

$Z_\rho \rightarrow PP = f(2.2)$

$Z_\rho \rightarrow PP = f(2.3)$

$Z_\rho \rightarrow PC = f(2.1)$

$Z_\rho \rightarrow PC = f(2.2)$

$Z_\rho \rightarrow PC = f(2.3)$

$Z_\rho \rightarrow CP = f(2.1)$

$Z_\rho \rightarrow CP = f(2.2)$

$Z_\rho \rightarrow CP = f(2.3)$

$Z_\rho \rightarrow CC = f(2.1)$

$Z_\rho \rightarrow CC = f(2.2)$

$Z_\rho \rightarrow CC = f(2.3)$

2.1.6. L → O = [Ex, Ad, In] → (Koo, Sub, Sup)

$Ex \rightarrow Koo = f(2.1)$

Ex → Koo = f(2.2)

Ex → Koo = f(2.3)

Ex → Sub = f(2.1)

Ex → Sub = f(2.2)

Ex → Sub = f(2.3)

Ex → Sup = f(2.1)

Ex → Sup = f(2.2)

Ex → Sup = f(2.3)

Ad → Koo = f(2.1)

Ad → Koo = f(2.2)

Ad → Koo = f(2.3)

Ad → Sub = f(2.1)

Ad → Sub = f(2.2)

Ad → Sub = f(2.3)

Ad → Sup = f(2.1)

Ad → Sup = f(2.2)

Ad → Sup = f(2.3)

In → Koo = f(2.1)

In → Koo = f(2.2)

In → Koo = f(2.3)

In → Sub = f(2.1)

In → Sub = f(2.2)

In → Sub = f(2.3)

In → Sup = f(2.1)

In → Sup = f(2.2)

In → Sup = f(2.3)

2.1.7. L → Q = [Ex, Ad, In] → [Adj, Subj, Transj]

Ex → Adj = f(2.1)

Ex → Adj = f(2.2)

Ex → Adj = f(2.3)

Ex → Subj = f(2.1)

Ex → Subj = f(2.2)

Ex → Subj = f(2.3)

Ex → Transj = f(2.1)

Ex → Transj = f(2.2)

Ex → Transj = f(2.3)

Ad → Adj = f(2.1)

Ad → Adj = f(2.2)

Ad → Adj = f(2.3)

Ad → Subj = f(2.1)

Ad → Subj = f(2.2)

Ad → Subj = f(2.3)

Ad → Transj = f(2.1)

Ad → Transj = f(2.2)

Ad → Transj = f(2.3)

In → Adj = f(2.1)

In → Adj = f(2.2)

In → Adj = f(2.3)

In → Subj = f(2.1)

In → Subj = f(2.2)

In → Subj = f(2.3)

In → Transj = f(2.1)

In → Transj = f(2.2)

In → Transj = f(2.3)

2.1.8. L → R* = [Ex, Ad, In] → [Ad, Adj, Ex]

Ex → Ad = f(2.1)

Ex → Ad = f(2.2)

Ex → Ad = f(2.3)

Ex → Adj = f(2.1)

Ex → Adj = f(2.2)

Ex → Adj = f(2.3)

Ex → Ex = f(2.1)

Ex → Ex = f(2.2)

Ex → Ex = f(2.3)

Ad → Ad = f(2.1)

Ad → Ad = f(2.2)

Ad → Ad = f(2.3)

Ad → Adj = f(2.1)

Ad → Adj = f(2.2)

Ad → Adj = f(2.3)

Ad → Ex = f(2.1)

Ad → Ex = f(2.2)

Ad → Ex = f(2.3)

In → Ad = f(2.1)

In → Ad = f(2.2)

In → Ad = f(2.3)

In → Adj = f(2.1)

In → Adj = f(2.2)

In → Adj = f(2.3)

In → Ex = f(2.1)

In → Ex = f(2.2)

In → Ex = f(2.3)

2.1.9. L → P = [Ex, Ad, In] → (PP, PC, CP, CC)

Ex → PP = f(2.1)

Ex → PP = f(2.2)

Ex → PP = f(2.3)

Ex → PC = f(2.1)

Ex → PC = f(2.2)

Ex → PC = f(2.3)

Ex → CP = f(2.1)

Ex → CP = f(2.2)

Ex → CP = f(2.3)

Ex → CC = f(2.1)

Ex → CC = f(2.2)

Ex → CC = f(2.3)

Ad → PP = f(2.1)

Ad → PP = f(2.2)

Ad → PP = f(2.3)

Ad → PC = f(2.1)

Ad → PC = f(2.2)

Ad → PC = f(2.3)

Ad → CP = f(2.1)

Ad → CP = f(2.2)

Ad → CP = f(2.3)

Ad → CC = f(2.1)

Ad → CC = f(2.2)

Ad → CC = f(2.3)

In → PP = f(2.1)

In → PP = f(2.2)

In → PP = f(2.3)

In → PC = f(2.1)

In → PC = f(2.2)

In → PC = f(2.3)

In → CP = f(2.1)

In → CP = f(2.2)

In → CP = f(2.3)

In → CC = f(2.1)

In → CC = f(2.2)

In → CC = f(2.3)

2.1.10. O → Q = (Koo, Sub, Sup) → [Adj, Subj, Transj]

Koo → Adj = f(2.1)

Koo → Adj = f(2.2)

Koo → Adj = f(2.3)

Koo → Subj = f(2.1)

Koo → Subj = f(2.2)

Koo → Subj = f(2.3)

Koo → Transj = f(2.1)

Koo → Transj = f(2.2)

Koo → Transj = f(2.3)

Sub → Adj = f(2.1)

Sub → Adj = f(2.2)

Sub → Adj = f(2.3)

Sub → Subj = f(2.1)

Sub → Subj = f(2.2)

Sub → Subj = f(2.3)

Sub → Transj = f(2.1)

Sub → Transj = f(2.2)

Sub → Transj = f(2.3)

Sup → Adj = f(2.1)

Sup → Adj = f(2.2)

Sup → Adj = f(2.3)

Sup → Subj = f(2.1)

Sup → Subj = f(2.2)

Sup → Subj = f(2.3)

Sup → Transj = f(2.1)

Sup → Transj = f(2.2)

Sup → Transj = f(2.3)

2.1.11. O → R* = (Koo, Sub, Sup) → [Ad, Adj, Ex]

Koo → Ad = f(2.1)

Koo → Ad = f(2.2)

Koo → Ad = f(2.3)

Koo → Adj = f(2.1)

Koo → Adj = f(2.2)

Koo → Adj = f(2.3)

Koo → Ex = f(2.1)

Koo → Ex = f(2.2)

Koo → Ex = f(2.3)

Sub → Ad = f(2.1)

Sub → Ad = f(2.2)

Sub → Ad = f(2.3)

Sub → Adj = f(2.1)

Sub → Adj = f(2.2)

Sub → Adj = f(2.3)

Sub → Ex = f(2.1)

Sub → Ex = f(2.2)

Sub → Ex = f(2.3)

Sup → Ad = f(2.1)

Sup → Ad = f(2.2)

Sup → Ad = f(2.3)

Sup → Adj = f(2.1)

Sup → Adj = f(2.2)

Sup → Adj = f(2.3)

Sup → Ex = f(2.1)

Sup → Ex = f(2.2)

Sup → Ex = f(2.3)

2.1.12. O → P = (Koo, Sub, Sup) → (PP, PC, CP, CC)

Koo → PP = f(2.1)

Koo → PP = f(2.2)

Koo → PP = f(2.3)

Koo → PC = f(2.1)

Koo → PC = f(2.2)

Koo → PC = f(2.3)

Koo → CP = f(2.1)

Koo → CP = f(2.2)

Koo → CP = f(2.3)

Koo → CC = f(2.1)

Koo → CC = f(2.2)

Koo → CC = f(2.3)

Sub → PP = f(2.1)

Sub → PP = f(2.2)

Sub → PP = f(2.3)

Sub → PC = f(2.1)

Sub → PC = f(2.2)

Sub → PC = f(2.3)

Sub → CP = f(2.1)

Sub → CP = f(2.2)

Sub → CP = f(2.3)

Sub → CC = f(2.1)

Sub → CC = f(2.2)

Sub → CC = f(2.3)

Sup → PP = f(2.1)

Sup → PP = f(2.2)

Sup → PP = f(2.3)

Sup → PC = f(2.1)

Sup → PC = f(2.2)

Sup → PC = f(2.3)

Sup → CP = f(2.1)

Sup → CP = f(2.2)

Sup → CP = f(2.3)

Sup → CC = f(2.1)

Sup → CC = f(2.2)

Sup → CC = f(2.3)

2.1.13. Q → R* = [Adj, Subj, Transj] → [Ad, Adj, Ex]

Adj → Ad = f(2.1)

Adj → Ad = f(2.2)

Adj → Ad = f(2.3)

Adj → Adj = f(2.1)

Adj → Adj = f(2.2)

Adj → Adj = f(2.3)

Adj → Ex = f(2.1)

Adj → Ex = f(2.2)

Adj → Ex = f(2.3)

Subj → Ad = f(2.1)

Subj → Ad = f(2.2)

Subj → Ad = f(2.3)

Subj → Adj = f(2.1)

Subj → Adj = f(2.2)

Subj → Adj = f(2.3)

Subj → Ex = f(2.1)

Subj → Ex = f(2.2)

Subj → Ex = f(2.3)

Transj → Ad = f(2.1)

Transj → Ad = f(2.2)

Transj → Ad = f(2.3)

Transj → Adj = f(2.1)

Transj → Adj = f(2.2)

Transj → Adj = f(2.3)

Transj → Ex = f(2.1)

Transj → Ex = f(2.2)

Transj → Ex = f(2.3)

2.1.14. Q → P = [Adj, Subj, Transj] → (PP, PC, CP, CC)

Adj → PP = f(2.1)

Adj → PP = f(2.2)

Adj → PP = f(2.3)

Adj → PC = f(2.1)

Adj → PC = f(2.2)

Adj → PC = f(2.3)

Adj → CP = f(2.1)

Adj → CP = f(2.2)

Adj → CP = f(2.3)

Adj → CC = f(2.1)

Adj → CC = f(2.2)

Adj → CC = f(2.3)

Subj → PP = f(2.1)

Subj → PP = f(2.2)

Subj → PP = f(2.3)

Subj → PC = f(2.1)

Subj → PC = f(2.2)

Subj → PC = f(2.3)

Subj → CP = f(2.1)

Subj → CP = f(2.2)

Subj → CP = f(2.3)

Subj → CC = f(2.1)

Subj → CC = f(2.2)

Subj → CC = f(2.3)

Transj → PP = f(2.1)

Transj → PP = f(2.2)

Transj → PP = f(2.3)

Transj → PC = f(2.1)

Transj → PC = f(2.2)

Transj → PC = f(2.3)

Transj → CP = f(2.1)

Transj → CP = f(2.2)

Transj → CP = f(2.3)

Transj → CC = f(2.1)

Transj → CC = f(2.2)

Transj → CC = f(2.3)

2.1.15. R* → P = [Ad, Adj, Ex] → (PP, PC, CP, CC)

Ad → PP = f(2.1)

Ad → PP = f(2.2)

Ad → PP = f(2.3)

Ad → PC = f(2.1)

Ad → PC = f(2.2)

Ad → PC = f(2.3)

Ad → CP = f(2.1)

Ad → CP = f(2.2)

Ad → CP = f(2.3)

Ad → CC = f(2.1)

Ad → CC = f(2.2)

Ad → CC = f(2.3)

Adj → PP = f(2.1)

Adj → PP = f(2.2)

Adj → PP = f(2.3)

Adj → PC = f(2.1)

Adj → PC = f(2.2)

Adj → PC = f(2.3)

Adj → CP = f(2.1)

Adj → CP = f(2.2)

Adj → CP = f(2.3)

Adj → CC = f(2.1)

Adj → CC = f(2.2)

Adj → CC = f(2.3)

Ex → PP = f(2.1)

Ex → PP = f(2.2)

Ex → PP = f(2.3)

Ex → PC = f(2.1)

Ex → PC = f(2.2)

Ex → PC = f(2.3)

Ex → CP = f(2.1)

Ex → CP = f(2.2)

Ex → CP = f(2.3)

Ex → CC = f(2.1)

Ex → CC = f(2.2)

Ex → CC = f(2.3)

2.2. Grundlagen einer kategorientheoretische Semiotik

Die mathematische Kategorientheorie wurde von Samuel Eilenberg und Charles Ehresmann sowie Saunders Mac Lane zunächst mit dem Zwecke eingeführt, eine einheitliche Sprache für Homologie und Cohomologie zu schaffen (vgl. Eilenberg und Mac Lane 1942a, 1942b). Später hatte sie sich aber als besonders geeignet erwiesen, die Struktur mathematischer Theorien sowie die Relationen zwischen ihnen zu beschreiben.

Erstaunlich ist, daß die Kategorientheorie erst relativ spät zur Formalisierung der Semiotik eingeführt wurde (Bense 1976a, Marty 1977, Berger 1977, Walther 1979, S. 135 ff., Leopold 1990). Es blieb jedoch bei der Übernahme von elementaren Begriffen wie Kategorie, Morphismen, natürliche Transformationen und Funktoren. Die einzige Ausnahme einer Weiterführung war die Konstruktion der Semiotisch-Relationalen Grammatik, welche ein Modell einer kategorientheoretischen Topologie darstellt (Toth 1997).

Bense stellte fest: “Eine klare und formalisierte Berücksichtigung der ‘Bezüge’ innerhalb der triadischen Relation gelingt erst, wenn diese als zeicheninterne ‘Abbildungen’ bzw. ‘Morphismen’ verstanden und die relationstheoretischen Konzeptionen durch eine kategorientheoretische Darstellung […] eingeführt werden” (1976b, S. 126).

Die Definitionen sind, soweit nicht anders gekennzeichnet, Schubert (1970) entnommen.

2.2.1. Kategorien und Morphismen

Eine Kategorie $\underline{C}$ besteht aus

1. einer Klasse $|\underline{C}|$ von Objekten A, B, C, … . Die semiotische Klasse $|\underline{S}|$ umfaßt die Objekte (.1.), (.2.), (.3.), genannt Erst-, Zweit- und Drittheit;

2. einer Klasse paarweise disjunkter Mengen $[A, B]_{\underline{C}}$ zu jedem geordneten Paar $(A, B) \in |\underline{C}| \times |\underline{C}|$. Die Elemente von $[A, B]_{\underline{C}}$ heißen Morphismen von A nach B. Die Elemente von $[A, B]_{\underline{S}}$, d.h. die semiotischen Morphismen, sind durch die lineare Ordnung der Primzeichen $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ bestimmt. Diese Morphismen sind: α: $1 \rightarrow 2$, β: $2 \rightarrow 3$;

3. einer Komposition von Morphismen, d.h. einer Abbildung $[A, B]_{\underline{C}} \times [B, C]_{\underline{C}} \rightarrow [A, C]_{\underline{C}}$ für jedes geordnete Tripel (A, B, C) von Objekten. Für $\underline{S}$ gilt somit: $(\alpha,\beta) \rightarrow \beta\alpha$.

Ferner muß die Assoziativität der Komposition erfüllt sein. Außerdem muß für jedes Objekt ein identischer Morphismus existieren. Für $\underline{S}$ sind dies: id_1: $1 \rightarrow 1$, id_2: $2 \rightarrow 2$, id_3: $3 \rightarrow 3$.

Jeder Kategorie $\underline{C}$ wird folgendermaßen eine inverse Kategorie $\underline{C}°$ zugeordnet: Die Objekte von $\underline{C}°$ sind diejenigen von $\underline{C}$, es ist $[B, A]_{\underline{C}°} = [A, B]_{\underline{C}}$, und die Komposition fg in $\underline{C}°$ ist definiert als gf in $\underline{C}$, d.h. Umkehrung aller Pfeile. Die zur semiotischen Kategorie $\underline{S}$: $1 \rightarrow_{\alpha} 2 \rightarrow_{\beta} 3$ inverse semiotische Kategorie ist somit $\underline{S}°$: $3 \rightarrow_{\beta°} 2 \rightarrow_{\alpha°} 1$. Die beiden zu α und β inversen semiotischen Morphismen sind: $\alpha°$: $2 \rightarrow 1$, $\beta°$: $3 \rightarrow 2$. Der zu $\beta\alpha$ inverse komponierte Morphismus ist $\alpha°\beta°$: $3 \rightarrow 1$.

Mit Leopold (1990, S. 96) können die Subzeichen der Kleinen Matrix als die Morphismen der Kategorien $\underline{S}$ und $\underline{S}°$ aufgefaßt werden:

S°\S	1	2	3
1	$1 \rightarrow 1$	$1 \rightarrow 2$	$1 \rightarrow 3$
2	$2 \rightarrow 1$	$2 \rightarrow 2$	$2 \rightarrow 3$
3	$3 \rightarrow 1$	$3 \rightarrow 2$	$3 \rightarrow 3$

Auf der Hautpdiagonalen, welche die Morphismen von $\underline{S}$ und $\underline{S}°$ voneinander abgrenzt, liegen die identischen Morphismen, welche somit sowohl $\underline{S}$ als auch $\underline{S}°$ angehören.

Ersetzt man die Subzeichen durch die Morphismen, so kann die Kleine Matrix in der folgenden Form notiert werden:

S°\S	1	2	3
1	id_1	α	$\beta\alpha$
2	$\alpha°$	id_2	β
3	$\alpha°\beta°$	$\beta°$	id_3

Von diesen neun Morphismen haben vier aufgrund ihrer semiotischen Funktion Namen erhalten (vgl. Klein 1984, S. 44): α: $1 \rightarrow 2$ (Realisation), $\alpha°$: $2 \rightarrow 1$ (Involution), β: $2 \rightarrow 3$ (Formalisation bzw. Generalisation), $\beta°$: $3 \rightarrow 2$ (Replikation). Die drei identischen Morphismen stellen semiotisch betrachtet Nullsemiosen dar: id_1: Nullsemiose der Erstheit, id_2: Nullsemiose der Zweitheit, id_3: Nullsemiose der Drittheit. α hängt im folgenden, Berger (1977, S. 16) entnommenen Diagramm mit der Bezeichnungsfunktion f, β mit der Bedeutungsfunktion g und $\alpha°\beta°$ mit der dualen Gebrauchsfunktion h = gf des Zeichens zusammen:

$$\begin{tikzcd}
 & M \arrow[dl, "f"'] & \\
O \arrow[rr, "g"'] & & I \arrow[ul, "h = g \circ f"']
\end{tikzcd}$$

2.2.2. Funktoren und natürliche Transformationen

Die Kategorie der Zeichenklassen läßt sich nach Marty (1977) als die Funktorkategorie $[\underline{S}, \underline{S}°]$ auffassen. Da die Einführung des Zeichens beim Interpretanten beginnt, ist nach einem Vorschlag von Leopold (1990, S. 96) jedoch von $[\underline{S}°, \underline{S}]$ auszugehen. Die Objekte einer Funktorkategorie heißen kovariante Funktoren, die Morphismen natürliche Transformationen.

Es seien $\underline{C}$ und $\underline{D}$ Kategorien. Ein kovarianter Funktor $T: \underline{C} \rightarrow \underline{D}$ ist eine Abbildung für Objekte und Morphismen: Jedem Objekt $A \in |\underline{C}|$ ist ein Objekt $T(A) \in |\underline{D}|$, jedem Morphismus $f: A \rightarrow B$ ein Morphismus $T(f): T(A) \rightarrow T(B)$ so zugeordnet, daß gilt: 1. $T(1_A) = 1_{T(A)}$; 2. $T(gf) = T(g)T(f)$, wenn gf in $\underline{C}$ erklärt ist. Ein Funktor respektiert also Identitäten und die Komposition von Morphismen, d.h. er ist eine strukturerhaltende Abbildung. Die Objekte der semiotischen Funktorkategorie $[\underline{S}°, \underline{S}]$ sind die Funktoren $D: \underline{S}° \rightarrow S$, welche die Zeichenklassen sind.

Es seien S, T: $\underline{C} \to \underline{D}$ Funktoren. Eine natürliche Transformation η: $S \to T$ ordnet jedem Objekt $A \in |\underline{C}|$ einen Morphismus η_A: $S(A) \to T(A)$ in $\underline{D}$ zu, und zwar so, daß für jeden Morphismus f: $A \to B$ das folgende Diagramm kommutiert:

$$\begin{tikzcd} S(A) \arrow[r, "\eta_A"] \arrow[d, "S(f)"] & T(A) \arrow[d, "T(f)"] \\ S(B) \arrow[r, "\eta_B"] & T(B) \end{tikzcd}$$

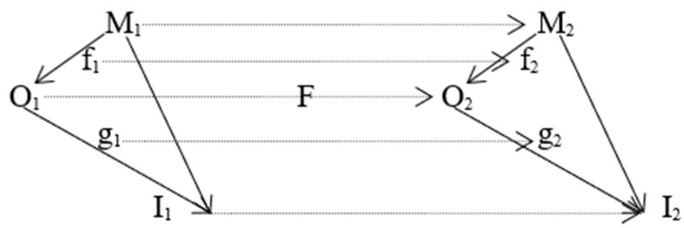
Also $T(f)\eta_A = \eta_B S(f)$ für f: $A \to B$ beliebig in $\underline{C}$. Bei $[\underline{S}°, \underline{S}]$ sind die semiotischen natürlichen Transformationen die oben aufgeführten neun Morphismen, welche die semiosischen und retrosemiosischen Übergänge zwischen den Zeichenklassen kennzeichnen.

Das folgende Beispiel stammt von Leopold (1990, S. 97 f.): Wir gehen aus von einem Objekt $A \in |\underline{S}°|$, z.B. $3 \in |\underline{S}°|$ und einem Morphismus f: $A \to B$, z.B. $\beta°: 3 \to 2$. Die natürliche Transformation η: $D \to E$ ordnet jedem $A \in |\underline{S}°|$ einen Morphismus η_A: $D(A) \to E(A)$ in $\underline{S}$ zu, so daß gilt:

$$\begin{tikzcd} D(3) \arrow[r, "\eta_3"] \arrow[d, "D(\beta°)"] & E(3) \arrow[d, "E(\beta°)"] \\ D(2) \arrow[r, "\eta_2"] \arrow[d, "D(\alpha°)"] & E(2) \arrow[d, "E(\alpha°)"] \\ D(1) \arrow[r, "\eta_1"] & E(1) \end{tikzcd}$$

“Eine natürliche Transformation zwischen zwei Zeichenklassen besteht also aus einem Tripel von Morphismen (η_3, η_2, η_1), wobei der Index von η sich jeweils auf das Ausgangsobjekt aus S° bezieht. Damit wird deutlich, daß die Grundlage der natürlichen Transformationen, d.h. der Semiosen zwischen den Zeichenklassen, die zeicheninternen degenerativen Semiosen $3 \to_{\beta°} 2 \to_{\alpha°} 1$ sind” (Leopold 1990, S. 98).

Wenn wir vom obigen kategorientheoretischen Zeichenmodell ausgehen, bekommen wir mit Berger (1977, S. 16) im Falle der Abbildung von zwei Zeichenklassen:

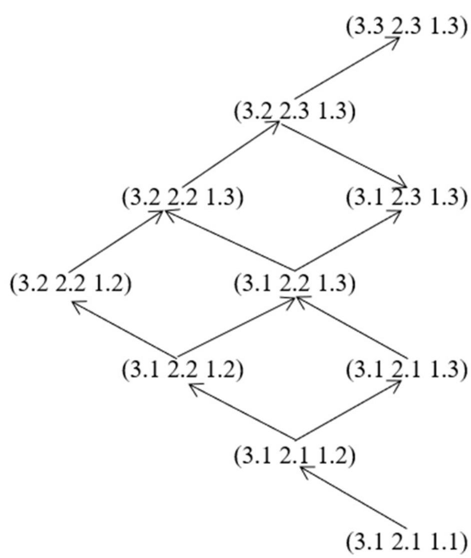


wobei $F(h_1) = F(g_1 \cdot f_1) = F(g_1) \cdot F(f_1) = g_2 \cdot f_2 = h_2$ gilt, während wir für die Abbildung von mehr als zwei Zeichenklassen semiotische Bifunktor, Tri- usw. Funktoren benötigen (Berger 1977, S. 17).

Mit Hilfe des Funktorensystems $D(3) \rightarrow_{D(\beta°)} D(2) \rightarrow_{D(\alpha°)} D(1)$ können die zehn Zeichenklassen beschrieben werden (Leopold 1990, S. 98):

	D(3)	$\rightarrow_{D(\beta°)}$	D(2)	$\rightarrow_{D(\alpha°)}$	D(1)	Zeichenklassen
1	1	id_1	1	id_1	1	(3.1 2.1 1.1)
2	1	id_1	1	α	2	(3.1 2.1 1.2)
3	1	id_1	1	$\beta\alpha$	3	(3.1 2.1 1.3)
4	1	α	2	id_2	2	(3.1 2.2 1.2)
5	1	α	2	β	3	(3.1 2.2 1.3)
6	1	$\beta\alpha$	3	id_3	3	(3.1 2.3 1.3)
7	2	id_2	2	id_2	2	(3.2 2.2 1.2)
8	2	id_2	2	β	3	(3.2 2.2 1.3)
9	2	β	3	id_3	3	(3.2 2.3 1.3)
10	3	id_3	3	id_3	3	(3.3 2.3 1.3)

Walther (1979, S. 138) hat schließlich einen semiotisch-kategorientheoretischen Verband der zehn Zeichenklassen dargestellt:



2.2.3. Limites und Colimites

Ein Limes (L, λ) für das Diagramm T: Σ→$\underline{C}$ besteht aus einem Objekt L von $\underline{C}$ und einer natürlichen Transformation λ: L_Σ→T mit folgender Eigenschaft: Zu beliebiger natürlicher Transformation ξ: A_Σ→T gibt es genau einen Morphismus f: A→L mit

$$\xi = \lambda f_\Sigma \qquad f_3 \qquad \begin{tikzcd} A_\Sigma \arrow[dr, "\xi"] \arrow[dd, Rightarrow] & \\ & T \\ L_\Sigma \arrow[ur, "\lambda"'] & \end{tikzcd}$$

Wichtige Beispiele für Limites bzw. Colimites sind Pullbacks und Pushouts, die wir im folgenden betrachten wollen.

2.2.4. Semiotische Kommunikationsschemata als Pushouts

Im semiotischen Kommunikationsschema "fungiert das Mittel der Repräsentation bekanntlich als Kanal bzw. als Medium der Übertragung" (Bense 1979, S. 99). 'Quasi-Sender' und 'Quasi-Empfänger' korrespondieren mit dem semiotischen 'Weltobjekt' bzw. mit der autoreproduktiven 'Bewußtseinsfunktion' sowie mit dem semiotischen Objektbezug bzw. mit dem semiotischen Interpretantenbezug" (Bense 1981, S. 144 ff.). Das semiotische Kommunikationsschema muß daher wie folgt formalisiert werden:

$$O\,(2.1, 2.2, 2.3) \longrightarrow M\,(1.1, 1.2, 1.3) \longrightarrow I\,(3.1, 3.2, 3.3)$$

Dabei ergibt sich jedoch das Problem, daß die kategoriale Abfolge (O⇒M⇒I) der sogenannten pragmatischen Maxime (der thetischen Setzung) widerspricht, wonach das Peircesche Zeichen vom Interpretanten her eingeführt wird, nämlich als (I⇒O⇒M).

Es seien nun f: A→B, g: A→C zwei Morphismen mit gleicher Quelle. Ein Pushout für das Paar (f, g) ist ein kommutatives Rechteck

$$\begin{tikzcd} A \arrow[r, "f"] \arrow[d, "g"'] & B \arrow[d, "s"] \\ C \arrow[r, "r"'] & Q \end{tikzcd} \qquad sf = rg$$

r

mit folgender Eigenschaft: Sind u = B→X, v: C→X Morphismen mit uf = vg, so gibt es genau einen Morphismus w: Q→X mit ws = u und wr = v.

Wir nehmen als Beispiel die Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3). Ihre traditionelle Formulierung als Kommunikationsschema sieht wie folgt aus:

$(2.2) \longrightarrow (1.3) \longrightarrow (3.1)$

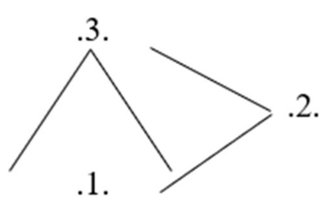
Sei nun A = 2.2, B = 3.1, C = 1.3, f = (2.2⇒3.1) g = (2.2⇒1.3), s = (3.1⇒Q), r = (1.3⇒Q). Das entsprechende semiotische Pushout sieht dann wie folgt aus:

$$\begin{tikzcd} 2.2 \arrow[r, "f"] \arrow[d, "g"'] & 3.1 \arrow[d, "s"] \\ 1.3 \arrow[r, "r"'] & Q \end{tikzcd}$$

Dann gilt: (3.1⇒Q) · (2.2⇒3.1) = (1.3⇒Q) · (2.2⇒1.3). Das Mittel (1.3) spielt dann die Rolle des Kanals in der semiotischen Kommunikation zwischen dem Weltobjekt (2.2) und der autoreproduktiven Bewußtseinsfunktion (3.1). Q ist also (2.2 → 1.3 → 3.1) (O → M → I).

2.2.5. Semiotische Kreationsschemata als Pullbacks

Noch größere Probleme bereitet das semiotische Kreationsschema. Bei diesem bereits von Peirce (vgl. Peirce 1976) eingeführten Begriff handelt es sich um eine "selektiv erreichbare Schöpfung" bzw. "um eine ebenso ideeierende wie formalisierende und fundamentale wie kategoriale thetische Einführung eines neuen Seienden, also um die methodische Zuständigkeit des Leibniz-Peirceschen existenzsetzenden Prinzips, das aus der verdoppelten selektiven Zuordnung einer hyperthetischen Notwendigkeit (Regel, Gesetzmäßigkeit) auf einem hyperthetischen Repertoire der Möglichkeit zu einer thetisch determinierten Wirklichkeit des formal intendierten neuen Seienden gelangt" (Bense 1981, S. 164). Später präzisierte Bense, es handle sich "auf der Ebene der semiotischen Repräsentation einer Kreation stets um die generierende oder realisierende Wirkung des wechselseitigen, also bilateralen Konstituierungszusammenhangs zwischen einem replikativen Interpretanten (.3.) und seinem repertoiriellen Mittel (.1.) auf den Bereich möglicher oder thematisierbarer Objektbezüge (.2.)" (1983, S. 27). Das semiotische Kreationsschema muß dann nach Bense (1981, S. 164) wie folgt dargestellt werden:



Die kategoriale Abfolge ist hier also (M⇒I⇒O) und steht damit wie schon diejenige der Kommunikationsschemata im Widerspruch zur pragmatischen Maxime.

Pullbacks haben Diagramme folgender Gestalt:

$$A \xrightarrow{f} C \xleftarrow{g} B$$

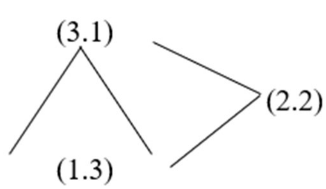
Eine natürliche Transformation eines zugehörigen konstanten Diagramms D_Σ ist völlig beschrieben durch zwei Morphismen u: D→A, v: D→B mit fu = gv.

Es seien f: A→C, g: B→C zwei Morphismen mit gleichem Ziel. Ein Pullback für das Paar (f, g) ist ein kommutatives Rechteck

$$\begin{tikzcd} P \arrow[r, "r"] \arrow[d, "s"'] & B \arrow[d, "g"] \\ A \arrow[r, "f"'] & C \end{tikzcd} \qquad gr = fs$$

mit folgender Eigenschaft: Sind u: D→A, v: D→B Morphismen mit fu = gv, so gibt es genau einen Morphismus w: D→P mit u = sw und v = rw. Eine Kategorie besitzt Pullbacks, wenn in ihr jedes Paar von Morphismen mit gleichem Ziel ein Pullback besitzt.

Wir nehmen als Beispiel wiederum die Zeichenklasse 3.1 2.2 1.3. Ihre traditionelle Formulierung als Kreationsschema sieht wie folgt aus:



Sei nun B = (3.1), A = (1.3), C = (2.2), r = (P⇒3.1) g = (3.1⇒2.2), f = (1.3⇒2.2), s = (P⇒1.3). Das entsprechende semiotische Pullback sieht dann wie folgt aus:

$$\begin{tikzcd} P \arrow[r, "r"] \arrow[d, "s"'] & 3.1 \arrow[d, "g"] \\ 1.3 \arrow[r, "f"'] & 2.2 \end{tikzcd}$$

Dann gilt: $(3.1 \Rightarrow 2.2) \cdot (P \Rightarrow 1.3) = (1.3 \Rightarrow 2.2) \cdot (P \Rightarrow 1.3)$. Das Mittel (1.3) spielt dann die Rolle des seligierbaren Repertoires im semiotischen Kreationsschema, (3.1) diejenige des replikativen Interpretanten und (2.2) diejenige des Bereichs möglicher oder thematisierbarer Objektbezüge. Die kreative semiotische Schöpfung ist also $P (M \rightarrow I \rightarrow O)$.

Wie wir gesehen haben, ist es möglich, semiotische Kommunikationsschemata als kategorientheoretische Pushouts und semiotische Kreationsschemata als kategorientheoretische Pullbacks zu formalisieren. Genauso wie sich Limites und Colimites dual zueinander verhalten, sind auch Pullbacks und Pushouts dual zueinander. Semiotisch gesehen bedeutet das: Auch Kommunikations- und Kreationsschemata sind kategorientheoretisch betrachtet dual zueinander.

2.3. Grundlagen einer ontischen Funktorentheorie

Wir hatten bereits in Toth (2015) gezeigt, daß es, vermöge ontisch-semiotischer Isomorphie, auch ontische Morphismen gibt. Diese müssen allerdings wegen der in Toth (2016) behandelten 6 ontischen Relationen

$C = [X_\lambda, Y_Z, Z_\rho]$

$L = [Ex, Ad, In]$

$O = (Koo, Sub, Sup)$

$Q = [Adj, Subj, Transj]$

$R^* = [Ad, Adj, Ex]$,

$P = (PP, PC, CP, CC)$

als indizierte ontische Morphismen definiert werden. Wir erhalten demnach das folgende System von indizierten ontischen Morphismen.

2.3.1. C-Morphismen

$\alpha_C = (X_\lambda \rightarrow Y_Z)$	$\alpha°_C = (Y_Z \rightarrow X_\lambda)$	$id_{C\lambda} = (X_\lambda \rightarrow X_\lambda)$
$\beta_C = (Y_Z \rightarrow Z_\rho)$	$\beta°_C = (Z_\rho \rightarrow Y_Z)$	$id_{CZ} = (Y_Z \rightarrow Y_Z)$
$\beta\alpha_C = (X_\lambda \rightarrow Z_\rho)$	$\alpha°\beta°_C = (Z_\rho \rightarrow X_\lambda)$	$id_{C\rho} = (Z_\rho \rightarrow Z_\rho)$

2.3.2. L-Morphismen

$\alpha_L = (Ex \rightarrow Ad)$	$\alpha°_L = (Ad \rightarrow Ex)$	$id_{LEx} = (Ex \rightarrow Ex)$
$\beta_L = (Ad \rightarrow In)$	$\beta°_L = (In \rightarrow Ad)$	$id_{LAd} = (Ad \rightarrow Ad)$
$\beta\alpha_L = (Ex \rightarrow In)$	$\alpha°\beta°_L = (In \rightarrow Ex)$	$id_{LIn} = (In \rightarrow In)$

2.3.3. O-Morphismen

α_O = (Koo → Sub) $\alpha°_O$ = (Sub → Koo) id_{OKoo} = (Koo → Koo)

β_O = (Sub → Sup) $\beta°_O$ = (Sup → Sub) id_{OSub} = (Sub → Sub)

$\beta\alpha_O$ = (Koo → Sup) $\alpha°\beta°_O$ = (Sup → Koo) id_{OSup} = (Sup → Sup)

2.3.4. Q-Morphismen

α_Q = (Adj → Subj) $\alpha°_Q$ = (Subj → Adj) id_{QAdj} = (Adj → Adj)

β_Q = (Subj → Transj) $\beta°_Q$ = (Transj → Subj) id_{QSubj} = (Subj → Subj)

$\beta\alpha_Q$ = (Adj → Transj) $\alpha°\beta°_Q$ = (Transj → Adj) $id_{QTransj}$ = (Transj → Transj)

2.3.5. R*-Morphismen

α_{R*} = (Ad → Adj) $\alpha°_{R*}$ = (Adj → Ad) id_{R*Ad} = (Ad → Ad)

β_{R*} = (Adj → Ex) $\beta°_{R*}$ = (Ex → Adj) id_{R*Adj} = (Adj → Adj)

$\beta\alpha_{R*}$ = (Ad → Ex) $\alpha°\beta°_{R*}$ = (Ex → Ad) id_{R*Ex} = (Ex → Ex)

2.3.6. P-Morphismen

Da die P-Relation im Gegensatz zu den übrigen 5 ontischen Relationen nicht triadisch, sondern tetradisch ist, müssen hier die Abbildungen einzeln definiert werden

x = (PP → PC) x^{-1} = (PC → PP) id_{PP} := (PP → PP)

y = (PC → CP) y^{-1} = (CP → PC) id_{PC} := (PC → PC)

z = (CP → CC) z^{-1} = (CC → CP) id_{CP} := (CP → CP)

yx = (PP → CP) xy = (CP → PP) id_{CC} := (CC → CC)

zx = (PP → CC) xz = (CC → PP)

yz = (PC → CC) zy = (CC → PC).

2.4. Grundlagen einer ontischen Automatentheorie

Nachdem semiotische Automaten bereits durch Bense (1971, S. 34 ff.) eingeführt worden waren, kann man im Anschluß an Toth (2017a, b) einen ontischen Automaten A definieren durch

$A = (X, \alpha_y)$

mit $X \in$ (S*, B, R*) und $y \in$ (C, L, Q, O, J),

wobei S* ... J bekanntlich wie folgt definiert sind

$S^* = (S, U, E)$ $\quad$ $C = (X_\lambda, Y_Z, Z_\rho)$

$B = (Sys, Abb, Rep)$ $\quad$ $L = (Ex, Ad, In)$

$R^* = (Ad, Adj, Ex)$ $\quad$ $Q = (Adj, Subj, Transj)$

$O = (Sub, Koo, Sup)$

$J = (Adjn, Subjn, Transjn)$.

Dabei werden also die drei ontischen Relationen S*, B und R*, welche jeweils die kategorialen „Ganzheiten" beschreiben, von den den fünf ontischen Relationen C, L, Q und J getrennt, welche Teilaspekte ontischer Kategorien beschreiben. Man beachte, daß es damit nicht mehr erforderlich ist, die possessiv-copossessiven Teilrelationen P = (PP, PC, CP, CC) separat zu behandeln, da sie vor dem Himtergrund der ontischen Automatentheorie nicht mehr ontisch invariant sind. Im folgenden zeigen wir, daß man die in Toth (2017a, b) benutzte Menge von 9 mal 15 = 135 ontischen Relationen als Operatorensysteme definieren kann.

2.4.1. C-Operatorensysteme

$CS^* = (CS, CU, CE) =$

$(X_\lambda \rightarrow S, Y_Z \rightarrow S, Z_\rho \rightarrow S)$

$(X_\lambda \rightarrow U, Y_Z \rightarrow U, Z_\rho \rightarrow U)$

$(X_\lambda \rightarrow E, Y_Z \rightarrow E, Z_\rho \rightarrow E)$.

$CB = (CSys, CAbb, CRep) =$

$(X_\lambda \rightarrow Sys, Y_Z \rightarrow Sys, Z_\rho \rightarrow Sys)$

$(X_\lambda \rightarrow Abb, Y_Z \rightarrow Abb, Z_\rho \rightarrow Abb)$

$(X_\lambda \rightarrow Rep, Y_Z \rightarrow Rep, Z_\rho \rightarrow Rep)$.

$CR^* = (CAd, CAdj, CEx) =$

$(X_\lambda \rightarrow Ad, Y_Z \rightarrow Ad, Z_\rho \rightarrow Ad)$

$(X_\lambda \rightarrow Adj, Y_Z \rightarrow Adj, Z_\rho \rightarrow Adj)$

$(X_\lambda \rightarrow Ex, Y_Z \rightarrow Ex, Z_\rho \rightarrow Ex)$.

2.4.2. L-Operatorensysteme

LS* = (LS, LU, LE) =

(Ex→S, Ad→S, In→S)

(Ex→U, Ad→U, In→U)

(Ex→E, Ad→E, In→E).

LB = (LSys, LAbb, LRep) =

(Ex→Sys, Ad→Sys, In→Sys)

(Ex→Abb, Ad→Abb, In→Abb)

(Ex→Rep, Ad→Rep, In→Rep).

LR* = (LAd, LAdj, LEx) =

(Ex→Ad, Ad→Ad, In→Ad)

(Ex→Adj, Ad→Adj, In→Adj)

(Ex→Ex, Ad→Ex, In→Ex).

2.4.3. Q-Operatorensysteme

QS* = (QS, QU, QE) =

(Adj→S, Subj→S, Transj→S)

(Adj→U, Subj→U, Transj→U)

(Adj→E, Subj→E, Transj→E).

QB = (QSys, QAbb, QRep) =

(Adj→Sys, Subj→Sys, Transj→Sys)

(Adj→Abb, Subj→Abb, Transj→Abb)

(Adj→Rep, Subj→Rep, Transj→Rep).

QR* = (QAd, QAdj, QEx) =

(Adj→Ad, Subj→Ad, Transj→Ad)

(Adj→Adj, Subj→Adj, Transj→Adj)

(Adj→Ex, Subj→Ex, Transj→Ex).

2.4.4. O-Operatorensysteme

OS* = (OS, OU, OE) =

(Sub→S, Koo→S, Sup→S)

(Sub→U, Koo→U, Sup→U)

(Sub→E, Koo→E, Sup→E).

OB = (OSys, OAbb, ORep) =

(Sub→Sys, Koo→Sys, Sup→Sys)

(Sub→Abb, Koo→Abb, Sup→Abb)

(Sub→Rep, Koo→Rep, Sup→Rep).

OR* = (OAd, OAdj, OEx) =

(Sub→Ad, Koo→Ad, Sup→Ad)

(Sub→Adj, Koo→Adj, Sup→Adj)

(Sub→Ex, Koo→Ex, Sup→Ex).

2.4.5. J-Operatorensysteme

JS* = (JS, JU, JE) =

(Adjn→S, Subjn→S, Transjn→S)

(Adjn→U, Subjn→U, Transjn→U),

(Adjn→E, Subjn→E, Transjn→E).

JB = (JSys, JAbb, JRep) =

(Adjn→Sys, Subjn→Sys, Transjn→Sys)

(Adjn→Abb, Subjn→Abb, Transj→Abb)

(Adjn→Rep, Subjn→Rep, Transjn→Rep).

JR* = (JAd, JAdj, JEx) =

(Adjn→Ad, Subjn→Ad, Transjn→Ad)

(Adjn→Adj, Subjn→Adj, Transjn→Adj

(Adjn→Ex, Subj→Ex, Transjn→Ex).

3. Das vollständige System funktionaler ontischer Morphismen

3.1. C-Morphismen

3.1.1. α_C = f(S*)

$(\alpha_C = (X_\lambda \to Y_Z)) = f(S)$

$(\alpha_C = (X_\lambda \to Y_Z)) = f(U)$

$(\alpha_C = (X_\lambda \to Y_Z)) = f(E)$

3.1.2. α_C = f(B)

$(\alpha_C = (X_\lambda \to Y_Z)) = f(Sys)$

$(\alpha_C = (X_\lambda \to Y_Z)) = f(Abb)$

$(\alpha_C = (X_\lambda \to Y_Z)) = f(Rep)$

3.1.3. α_C = f(R*)

$(\alpha_C = (X_\lambda \to Y_Z)) = f(Ad)$

$(\alpha_C = (X_\lambda \to Y_Z)) = f(Adj)$

$(\alpha_C = (X_\lambda \to Y_Z)) = f(Ex)$

3.1.4. β_C = f(S*)

$(\beta_C = (Y_Z \to Z_\rho)) = f(S)$

$(\beta_C = (Y_Z \to Z_\rho)) = f(U)$

$(\beta_C = (Y_Z \to Z_\rho)) = f(E)$

3.1.5. β_C = f(B)

$(\beta_C = (Y_Z \to Z_\rho)) = f(Sys)$

$(\beta_C = (Y_Z \to Z_\rho)) = f(Abb)$

$(\beta_C = (Y_Z \to Z_\rho)) = f(Rep)$

3.1.6. β_C = f(R*)

$(\beta_C = (Y_Z \to Z_\rho)) = f(Ad)$

$(\beta_C = (Y_Z \to Z_\rho)) = f(Adj)$

$(\beta_C = (Y_Z \to Z_\rho)) = f(Ex)$

3.1.7. $\beta\alpha_C$ = f(S*)

$(\beta\alpha_C = (X_\lambda \to Z_\rho)) = f(S)$

$(\beta\alpha_C = (X_\lambda \to Z_\rho)) = f(U)$

$(\beta\alpha_C = (X_\lambda \to Z_\rho)) = f(E)$

3.1.8. $\beta\alpha_C$ = f(B)

$(\beta\alpha_C = (X_\lambda \to Z_\rho)) = f(Sys)$

$(\beta\alpha_C = (X_\lambda \to Z_\rho)) = f(Abb)$

$(\beta\alpha_C = (X_\lambda \to Z_\rho)) = f(Rep)$

3.1.9. $\beta\alpha_C$ = f(R*)

$(\beta\alpha_C = (X_\lambda \to Z_\rho)) = f(Ad)$

$(\beta\alpha_C = (X_\lambda \to Z_\rho)) = f(Adj)$

$(\beta\alpha_C = (X_\lambda \to Z_\rho)) = f(Ex)$

3.1.10. $\alpha°_C = f(S^*)$

$(\alpha°_C = (Y_Z \rightarrow X_\lambda)) = f(S)$

$(\alpha°_C = (Y_Z \rightarrow X_\lambda)) = f(U)$

$(\alpha°_C = (Y_Z \rightarrow X_\lambda)) = f(E)$

3.1.11. $\alpha°_C = f(B)$

$(\alpha°_C = (Y_Z \rightarrow X_\lambda)) = f(Sys)$

$(\alpha°_C = (Y_Z \rightarrow X_\lambda)) = f(Abb)$

$(\alpha°_C = (Y_Z \rightarrow X_\lambda)) = f(Rep)$

3.1.12. $\alpha°_C = f(R^*)$

$(\alpha°_C = (Y_Z \rightarrow X_\lambda)) = f(Ad)$

$(\alpha°_C = (Y_Z \rightarrow X_\lambda)) = f(Adj)$

$(\alpha°_C = (Y_Z \rightarrow X_\lambda)) = f(Ex)$

3.1.13. $\beta°_C = f(S^*)$

$(\beta°_C = (Z_\rho \rightarrow Y_Z)) = f(S)$

$(\beta°_C = (Z_\rho \rightarrow Y_Z)) = f(U)$

$(\beta°_C = (Z_\rho \rightarrow Y_Z)) = f(E)$

3.1.14. $\beta°_C = f(B)$

$(\beta°_C = (Z_\rho \rightarrow Y_Z)) = f(Sys)$

$(\beta°_C = (Z_\rho \rightarrow Y_Z)) = f(Abb)$

$(\beta°_C = (Z_\rho \rightarrow Y_Z)) = f(Rep)$

3.1.15. $\beta°_C = f(R^*)$

$(\beta°_C = (Z_\rho \rightarrow Y_Z)) = f(Ad)$

$(\beta°_C = (Z_\rho \rightarrow Y_Z)) = f(Adj)$

$(\beta°_C = (Z_\rho \rightarrow Y_Z)) = f(Ex)$

3.1.16. $\alpha°\beta°_C = f(S^*)$

$(\alpha°\beta°_C = (Z_\rho \rightarrow X_\lambda)) = f(S)$

$(\alpha°\beta°_C = (Z_\rho \rightarrow X_\lambda)) = f(U)$

$(\alpha°\beta°_C = (Z_\rho \rightarrow X_\lambda)) = f(E)$

3.1.17. $\alpha°\beta°_C = f(B)$

$(\alpha°\beta°_C = (Z_\rho \rightarrow X_\lambda)) = f(Sys)$

$(\alpha°\beta°_C = (Z_\rho \rightarrow X_\lambda)) = f(Abb)$

$(\alpha°\beta°_C = (Z_\rho \rightarrow X_\lambda)) = f(Rep)$

3.1.18. $\alpha°\beta°_C = f(R^*)$

$(\alpha°\beta°_C = (Z_\rho \rightarrow X_\lambda)) = f(Ad)$

$(\alpha°\beta°_C = (Z_\rho \rightarrow X_\lambda)) = f(Adj)$

$(\alpha°\beta°_C = (Z_\rho \rightarrow X_\lambda)) = f(Ex)$

3.1.19. $id_C = f(S^*)$

$(id_{C\lambda} = (X_\lambda \rightarrow X_\lambda)) = f(S)$

$(id_{CZ} = (Y_Z \rightarrow Y_Z)) = f(U)$

$(id_{C\rho} = (Z_\rho \rightarrow Z_\rho)) = f(E)$

3.1.20. $id_C = f(B)$

$(id_{C\lambda} = (X_\lambda \rightarrow X_\lambda)) = f(Sys)$

$(id_{CZ} = (X_\lambda \rightarrow X_\lambda)) = f(Abb)$

$(id_{C\rho} = (X_\lambda \rightarrow X_\lambda)) = f(Rep)$

3.1.21. $id_C = f(R^*)$

$(id_{C\lambda} = (X_\lambda \rightarrow X_\lambda)) = f(Ad)$

$(id_{CZ} = (X_\lambda \rightarrow X_\lambda)) = f(Adj)$

$(id_{C\rho} = (X_\lambda \rightarrow X_\lambda)) = f(Ex)$

3.2. L-Morphismen

3.2.1. $\alpha_L = f(S^*)$

$(\alpha_L = (Ex \rightarrow Ad)) = f(S)$

$(\alpha_L = (Ex \rightarrow Ad)) = f(U)$

$(\alpha_L = (Ex \rightarrow Ad)) = f(E)$

3.2.2. $\alpha_L = f(B)$

$(\alpha_L = (Ex \rightarrow Ad)) = f(Sys)$

$(\alpha_L = (Ex \rightarrow Ad)) = f(Abb)$

$(\alpha_L = (Ex \rightarrow Ad)) = f(Rep)$

3.2.3. $\alpha_L = f(R^*)$

$(\alpha_L = (Ex \rightarrow Ad)) = f(Ad)$

$(\alpha_L = (Ex \rightarrow Ad)) = f(Adj)$

$(\alpha_L = (Ex \rightarrow Ad)) = f(Ex)$

3.2.4. $\beta_L = f(S^*)$

$(\beta_L = (Ad \rightarrow In)) = f(S)$

$(\beta_L = (Ad \rightarrow In)) = f(U)$

$(\beta_L = (Ad \rightarrow In)) = f(E)$

3.2.5. $\beta_L = f(B)$

$(\beta_L = (Ad \rightarrow In)) = f(Sys)$

$(\beta_L = (Ad \rightarrow In)) = f(Abb)$

$(\beta_L = (Ad \rightarrow In)) = f(Rep)$

3.2.6. $\beta_L = f(R^*)$

$(\beta_L = (Ad \rightarrow In)) = f(Ad)$

$(\beta_L = (Ad \rightarrow In)) = f(Adj)$

$(\beta_L = (Ad \rightarrow In)) = f(Ex)$

3.2.7. $\beta\alpha_L = f(S^*)$

$(\beta\alpha_L = (Ex \rightarrow In)) = f(S)$

$(\beta\alpha_L = (Ex \rightarrow In)) = f(U)$

$(\beta\alpha_L = (Ex \rightarrow In)) = f(E)$

3.2.8. $\beta\alpha_L = f(B)$

$(\beta\alpha_L = (Ex \rightarrow In)) = f(Sys)$

$(\beta\alpha_L = (Ex \rightarrow In)) = f(Abb)$

$(\beta\alpha_L = (Ex \rightarrow In)) = f(Rep)$

3.2.9. $\beta\alpha_L = f(R^*)$

$(\beta\alpha_L = (Ex \rightarrow In)) = f(Ad)$

$(\beta\alpha_L = (Ex \rightarrow In)) = f(Adj)$

$(\beta\alpha_L = (Ex \rightarrow In)) = f(Ex)$

3.2.10. $\alpha°_L = f(S^*)$

$(\alpha°_L = (Ad \rightarrow Ex)) = f(S)$

$(\alpha°_L = (Ad \rightarrow Ex)) = f(U)$

$(\alpha°_L = (Ad \rightarrow Ex)) = f(E)$

3.2.11. $\alpha°_L = f(B)$

$(\alpha°_L = (Ad \rightarrow Ex)) = f(Sys)$

$(\alpha°_L = (Ad \rightarrow Ex)) = f(Abb)$

$(\alpha°_L = (Ad \rightarrow Ex)) = f(Rep)$

3.2.12. $\alpha°_L = f(R^*)$

$(\alpha°_L = (Ad \rightarrow Ex)) = f(Ad)$

$(\alpha°_L = (Ad \rightarrow Ex)) = f(Adj)$

$(\alpha°_L = (Ad \rightarrow Ex)) = f(Ex)$

3.2.13. $\beta°_L = f(S^*)$

$(\beta°_L = (In \rightarrow Ad)) = f(S)$

$(\beta°_L = (In \rightarrow Ad)) = f(U)$

$(\beta°_L = (In \rightarrow Ad)) = f(E)$

3.2.14. $\beta°_L = f(B)$

$(\beta°_L = (In \rightarrow Ad)) = f(Sys)$

$(\beta°_L = (In \rightarrow Ad)) = f(Abb)$

$(\beta°_L = (In \rightarrow Ad)) = f(Rep)$

3.2.15. $\beta°_L = f(R^*)$

$(\beta°_L = (In \rightarrow Ad)) = f(Ad)$

$(\beta°_L = (In \rightarrow Ad)) = f(Adj)$

$(\beta°_L = (In \rightarrow Ad)) = f(Ex)$

3.2.16. $\alpha°\beta°_L = f(S^*)$

$(\alpha°\beta°_L = (In \rightarrow Ex)) = f(S)$

$(\alpha°\beta°_L = (In \rightarrow Ex)) = f(U)$

$(\alpha°\beta°_L = (In \rightarrow Ex)) = f(E)$

3.2.17. $\alpha°\beta°_L = f(B)$

$(\alpha°\beta°_L = (In \rightarrow Ex)) = f(Sys)$

$(\alpha°\beta°_L = (In \rightarrow Ex)) = f(Abb)$

$(\alpha°\beta°_L = (In \rightarrow Ex)) = f(Rep)$

3.2.18. $\alpha°\beta°_L = f(R^*)$

$(\alpha°\beta°_L = (In \rightarrow Ex)) = f(Ad)$

$(\alpha°\beta°_L = (In \rightarrow Ex)) = f(Adj)$

$(\alpha°\beta°_L = (In \rightarrow Ex)) = f(Ex)$

3.2.19. $id_L = f(S^*)$

$(id_{LEx} = (Ex \rightarrow Ex)) = f(S)$

$(id_{LAd} = (Ad \rightarrow Ad)) = f(U)$

$(id_{LIn} = (In \rightarrow In)) = f(E)$

3.2.20. $id_L = f(B)$

$(id_{LEx} = (Ex \rightarrow Ex)) = f(Sys)$

$(id_{LAd} = (Ad \rightarrow Ad)) = f(Abb)$

$(id_{LIn} = (In \rightarrow In)) = f(Rep)$

3.2.21. $id_L = f(R^*)$

$(id_{LEx} = (Ex \rightarrow Ex)) = f(Ad)$

$(id_{LAd} = (Ad \rightarrow Ad)) = f(Adj)$

$(id_{LIn} = (In \rightarrow In)) = f(Ex)$

3.3. O-Morphismen

3.3.1. $\alpha_O = f(S^*)$

$(\alpha_O = (Sub \rightarrow Koo)) = f(S)$

$(\alpha_O = (Sub \rightarrow Koo)) = f(U)$

$(\alpha_O = (Sub \rightarrow Koo)) = f(E)$

3.3.2. $\alpha_O = f(B)$

$(\alpha_O = (Sub \rightarrow Koo)) = f(Sys)$

$(\alpha_O = (Sub \rightarrow Koo)) = f(Abb)$

$(\alpha_O = (Sub \rightarrow Koo)) = f(Rep)$

3.3.3. $\alpha_O = f(R^*)$

$(\alpha_O = (Sub \rightarrow Koo)) = f(Ad)$

$(\alpha_O = (Sub \rightarrow Koo)) = f(Adj)$

$(\alpha_O = (Sub \rightarrow Koo)) = f(Ex)$

3.3.4. $\beta_O = f(S^*)$

$(\beta_O = (Koo \rightarrow Sup)) = f(S)$

$(\beta_O = (Koo \rightarrow Sup)) = f(U)$

$(\beta_O = (Koo \rightarrow Sup)) = f(E)$

3.3.5. $\beta_O = f(B)$

$(\beta_O = (Koo \rightarrow Sup)) = f(Sys)$

$(\beta_O = (Koo \rightarrow Sup)) = f(Abb)$

$(\beta_O = (Koo \rightarrow Sup)) = f(Rep)$

3.3.6. $\beta_O = f(R^*)$

$(\beta_O = (Koo \rightarrow Sup)) = f(Ad)$

$(\beta_O = (Koo \rightarrow Sup)) = f(Adj)$

$(\beta_O = (Koo \rightarrow Sup)) = f(Ex)$

3.3.7. $\beta\alpha_O = f(S^*)$

$(\beta\alpha_O = (Sub \rightarrow Sup)) = f(S)$

$(\beta\alpha_O = (Sub \rightarrow Sup)) = f(U)$

$(\beta\alpha_O = (Sub \rightarrow Sup)) = f(E)$

3.3.8. $\beta\alpha_O = f(B)$

$(\beta\alpha_O = (Sub \rightarrow Sup)) = f(Sys)$

$(\beta\alpha_O = (Sub \rightarrow Sup)) = f(Abb)$

$(\beta\alpha_O = (Sub \rightarrow Sup)) = f(Rep)$

3.3.9. $\beta\alpha_O = f(R^*)$

$(\beta\alpha_O = (Sub \rightarrow Sup)) = f(Ad)$

$(\beta\alpha_O = (Sub \rightarrow Sup)) = f(Adj)$

$(\beta\alpha_O = (Sub \rightarrow Sup)) = f(Ex)$

3.3.10. $\alpha°_O = f(S^*)$

$(\alpha°_O = (Ad \rightarrow Ex)) = f(S)$

$(\alpha°_O = (Ad \rightarrow Ex)) = f(U)$

$(\alpha°_O= (Ad \rightarrow Ex)) = f(E)$

3.3.11. $\alpha°_O = f(B)$

$(\alpha°_O = (Ad \rightarrow Ex)) = f(Sys)$

$(\alpha°_O = (Ad \rightarrow Ex)) = f(Abb)$

$(\alpha°_O = (Ad \rightarrow Ex)) = f(Rep)$

3.3.12. $\alpha°_O = f(R^*)$

$(\alpha°_O = (Ad \rightarrow Ex)) = f(Ad)$

$(\alpha°_O = (Ad \rightarrow Ex)) = f(Adj)$

$(\alpha°_O = (Ad \rightarrow Ex)) = f(Ex)$

3.3.13. $\beta^\circ_O = f(S^*)$

$(\beta^\circ_O = (Sup \rightarrow Koo)) = f(S)$

$(\beta^\circ_O = (Sup \rightarrow Koo)) = f(U)$

$(\beta^\circ_O = (Sup \rightarrow Koo)) = f(E)$

3.3.14. $\beta^\circ_O = f(B)$

$(\beta^\circ_O = (Sup \rightarrow Koo)) = f(Sys)$

$(\beta^\circ_O = (Sup \rightarrow Koo)) = f(Abb)$

$(\beta^\circ_O = (Sup \rightarrow Koo)) = f(Rep)$

3.3.15. $\beta^\circ_O = f(R^*)$

$(\beta^\circ_O = (Sup \rightarrow Koo)) = f(Ad)$

$(\beta^\circ_O = (Sup \rightarrow Koo)) = f(Adj)$

$(\beta^\circ_O = (Sup \rightarrow Koo)) = f(Ex)$

3.3.16. $\alpha^\circ\beta^\circ_O = f(S^*)$

$(\alpha^\circ\beta^\circ_O = (Sup \rightarrow Sub)) = f(S)$

$(\alpha^\circ\beta^\circ_O = (Sup \rightarrow Sub)) = f(U)$

$(\alpha^\circ\beta^\circ_O = (Sup \rightarrow Sub)) = f(E)$

3.3.17. $\alpha^\circ\beta^\circ_O = f(B)$

$(\alpha^\circ\beta^\circ_O = (Sup \rightarrow Sub)) = f(Sys)$

$(\alpha^\circ\beta^\circ_O = (Sup \rightarrow Sub)) = f(Abb)$

$(\alpha^\circ\beta^\circ_O = (Sup \rightarrow Sub)) = f(Rep)$

3.3.18. $\alpha^\circ\beta^\circ_O = f(R^*)$

$(\alpha^\circ\beta^\circ_O = (Sup \rightarrow Sub)) = f(Ad)$

$(\alpha^\circ\beta^\circ_O = (Sup \rightarrow Sub)) = f(Adj)$

$(\alpha^\circ\beta^\circ_O = (Sup \rightarrow Sub)) = f(Ex)$

3.3.19. $id_O = f(S^*)$

$(id_{OSub} = (Sub \rightarrow Sub)) = f(S)$

$(id_{OKoo} = (Koo \rightarrow Koo)) = f(U)$

$(id_{OSup} = (Sup \rightarrow Sup)) = f(E)$

3.3.20. $id_O = f(B)$

$(id_{OSub} = (Sub \rightarrow Sub)) = f(Sys)$

$(id_{OKoo} = (Koo \rightarrow Koo)) = f(Abb)$

$(id_{OSup} = (Sup \rightarrow Sup)) = f(Rep)$

3.3.21. $id_O = f(R^*)$

$(id_{OSub} = (Sub \rightarrow Sub)) = f(Ad)$

$(id_{OKoo} = (Koo \rightarrow Koo)) = f(Adj)$

$(id_{OSup} = (Sup \rightarrow Sup)) = f(Ex)$

3.4. Q-Morphismen

3.4.1. $\alpha_Q = f(S^*)$

$(\alpha_Q = (Adj \rightarrow Subj)) = f(S)$

$(\alpha_Q = (Adj \rightarrow Subj)) = f(U)$

$(\alpha_Q = (Adj \rightarrow Subj)) = f(E)$

3.4.2. $\alpha_Q = f(B)$

$(\alpha_Q = (Adj \rightarrow Subj)) = f(Sys)$

$(\alpha_Q = (Adj \rightarrow Subj)) = f(Abb)$

$(\alpha_Q = (Adj \rightarrow Subj)) = f(Rep)$

3.4.3. $\alpha_Q = f(R^*)$

$(\alpha_Q = (Adj \rightarrow Subj)) = f(Ad)$

$(\alpha_Q = (Adj \rightarrow Subj)) = f(Adj)$

$(\alpha_Q = (Adj \rightarrow Subj)) = f(Ex)$

3.4.4. β_Q = f(S*)	**3.4.5. β_Q = f(B)**	**3.4.6. β_Q = f(R*)**
(β_Q = (Subj → Transj)) = f(S)	(β_Q = (Subj → Transj)) = f(Sys)	(β_Q = (Subj → Transj)) = f(Ad)
(β_Q = (Subj → Transj)) = f(U)	(β_Q = (Subj → Transj)) = f(Abb)	(β_Q = (Subj → Transj)) = f(Adj)
(β_Q = (Subj → Transj)) = f(E)	(β_Q = (Subj → Transj)) = f(Rep)	(β_Q = (Subj → Transj)) = f(Ex)

3.4.7. $\beta\alpha_Q$ = f(S*)	**3.4.8. $\beta\alpha_Q$ = f(B)**	**3.4.9. $\beta\alpha_Q$ = f(R*)**
($\beta\alpha_Q$ = (Adj → Transj)) = f(S)	($\beta\alpha_Q$ = (Adj → Transj)) = f(Sys)	($\beta\alpha_Q$ = (Adj → Transj)) = f(Ad)
($\beta\alpha_Q$ = (Adj → Transj)) = f(U)	($\beta\alpha_Q$ = (Adj → Transj)) = f(Abb)	($\beta\alpha_Q$ = (Adj → Transj)) = f(Adj)
($\beta\alpha_Q$ = (Adj → Transj)) = f(E)	($\beta\alpha_Q$ = (Adj → Transj)) = f(Rep)	($\beta\alpha_Q$ = (Adj → Transj)) = f(Ex)

3.4.10. $\alpha°_Q$ = f(S*)	**3.4.11. $\alpha°_Q$ = f(B)**	**3.4.12. $\alpha°_Q$ = f(R*)**
($\alpha°_Q$ = (Subj → Adj)) = f(S)	($\alpha°_Q$ = (Subj → Adj)) = f(Sys)	($\alpha°_Q$ = (Subj → V)) = f(Ad)
($\alpha°_Q$ = (Subj → Adj)) = f(U)	($\alpha°_Q$ = (Subj → Adj)) = f(Abb)	($\alpha°_Q$ = (Subj → Adj)) = f(Adj)
($\alpha°_Q$ = (Subj → Adj)) = f(E)	($\alpha°_Q$ = (Subj → Adj)) = f(Rep)	($\alpha°_Q$ = (Subj → Adj)) = f(Ex)

3.4.13. $\beta°_Q$ = f(S*)	**3.4.14. $\beta°_Q$ = f(B)**	**3.4.15. $\beta°_Q$ = f(R*)**
($\beta°_Q$ = (Transj → Subj)) = f(S)	($\beta°_Q$ = (Transj → Subj)) = f(Sys)	($\beta°_Q$ = (Transj → Subj)) = f(Ad)
($\beta°_Q$ = (Transj → Subj)) = f(U)	($\beta°_Q$ = (Transj → Subj)) = f(Abb)	($\beta°_Q$ = (Transj → Subj)) = f(Adj)
($\beta°_Q$ = (Transj → Subj)) = f(E)	($\beta°_Q$ = (Transj → Subj)) = f(Rep)	($\beta°_Q$ = (Transj → Subj)) = f(Ex)

3.4.16. $\alpha°\beta°_Q = f(S^*)$

$(\alpha°\beta°_Q = (Transj \rightarrow Adj)) = f(S)$

$(\alpha°\beta°_Q = (Transj \rightarrow Adj)) = f(U)$

$(\alpha°\beta°_Q = (Transj \rightarrow Adj)) = f(E)$

3.4.17. $\alpha°\beta°_Q = f(B)$

$(\alpha°\beta°_Q = (Transj \rightarrow Adj)) = f(Sys)$

$(\alpha°\beta°_Q = (Transj \rightarrow Adj)) = f(Abb)$

$(\alpha°\beta°_Q = (Transj \rightarrow Adj)) = f(Rep)$

3.4.18. $\alpha°\beta°_Q = f(R^*)$

$(\alpha°\beta°_Q = (Transj \rightarrow Adj)) = f(Ad)$

$(\alpha°\beta°_Q = (Transj \rightarrow Adj)) = f(Adj)$

$(\alpha°\beta°_Q = (Transj \rightarrow Adj)) = f(Ex)$

3.4.19. $id_Q = f(S^*)$

$(id_{QAdj} = (Adj \rightarrow Adj)) = f(S)$

$(id_{QSubj} = (Subj \rightarrow Subj)) = f(U)$

$(id_{QTransj} = (Transj \rightarrow Transj)) = f(E)$

3.4.20. $id_Q = f(B)$

$(id_{QAdj} = (Adj \rightarrow Adj)) = f(Sys)$

$(id_{QSubj} = (Subj \rightarrow Subj)) = f(Abb)$

$(id_{QTransj} = (Transj \rightarrow Transj)) = f(Rep)$

3.4.21. $id_Q = f(R^*)$

$(id_{QAdj} = (Adj \rightarrow Adj)) = f(Ad)$

$(id_{QSubj} = (Subj \rightarrow Subj)) = f(Adj)$

$(id_{QTransj} = (Transj \rightarrow Transj)) = f(Ex)$

3.5. J-Morphismen

3.5.1. $\alpha_J = f(S^*)$

$(\alpha_J = (Adjn \rightarrow Subjn)) = f(S)$

$(\alpha_J = (Adjn \rightarrow Subjn)) = f(U)$

$(\alpha_J = (Adjn \rightarrow Subjn)) = f(E)$

3.5.2. $\alpha_J = f(B)$

$(\alpha_J = (Adjn \rightarrow Subjn)) = f(Sys)$

$(\alpha_J = (Adjn \rightarrow Subjn)) = f(Abb)$

$(\alpha_J = (Adjn \rightarrow Subjn)) = f(Rep)$

3.5.3. $\alpha_J = f(R^*)$

$(\alpha_J = (Adjn \rightarrow Subjn)) = f(Ad)$

$(\alpha_J = (Adjn \rightarrow Subjn)) = f(Adj)$

$(\alpha_J = (Adjn \rightarrow Subjn)) = f(Ex)$

3.5.4. $\beta_J = f(S^*)$

$(\beta_J = (Subjn \rightarrow Transjn)) = f(S)$

$(\beta_J = (Subjn \rightarrow Transjn)) = f(U)$

3.5.5. $\beta_J = f(B)$

$(\beta_J = (Subjn \rightarrow Transjn)) = f(Sys)$

$(\beta_J = (Subjn \rightarrow Transjn)) = f(Abb)$

3.5.6. $\beta_J = f(R^*)$

$(\beta_J = (Subjn \rightarrow Transjn)) = f(Ad)$

$(\beta_J = (Subjn \rightarrow Transjn)) = f(Adj)$

(β_J = (Subjn → Transjn)) = f(E) (β_J = (Subjn → Transjn)) = f(Rep) (β_J = (Subjn → Transjn)) = f(Ex)

3.5.7. $\beta\alpha_J$ = f(S*) **3.5.8. $\beta\alpha_J$ = f(B)** **3.5.9. $\beta\alpha_J$ = f(R*)**

($\beta\alpha_J$ = (Adjn → Transjn)) = f(S) ($\beta\alpha_J$ = (Adjn → Transjn)) = f(Sys) ($\beta\alpha_J$ = (Adjn → Transjn)) = f(Ad)

($\beta\alpha_J$ = (Adjn → Transjn)) = f(U)($\beta\alpha_J$ = (Adjn → Transjn)) = f(Abb)($\beta\alpha_J$ = (Adjn → Transjn)) = f(Adj)

($\beta\alpha_J$ = (Adjn → Transjn)) = f(E)($\beta\alpha_J$ = (Adjn → Transjn)) = f(Rep) ($\beta\alpha_J$ = (Adjn → Transjn)) = f(Ex)

3.5.10. $\alpha°_J$ = f(S*) **3.5.11. $\alpha°_J$ = f(B)** **3.5.12. $\alpha°_J$ = f(R*)**

($\alpha°_J$ = (Subjn → Adjn)) = f(S) ($\alpha°_J$ = (Subjn → Adjn)) = f(Sys) ($\alpha°_J$ = (Subjn → Adjn)) = f(Ad)

($\alpha°_J$ = (Subjn → Adjn)) = f(U) ($\alpha°_J$ = (Subjn → Adjn)) = f(Abb) ($\alpha°_J$ = (Subjn → Adjn)) = f(Adj)

($\alpha°_J$ = (Subjn → Adjn)) = f(E) ($\alpha°_J$ = (Subjn → Adjn)) = f(Rep) ($\alpha°_J$ = (Subjn → Adjn)) = f(Ex)

3.5.13. $\beta°_J$ = f(S*) **3.5.14. $\beta°_J$ = f(B)** **3.5.15. $\beta°_J$ = f(R*)**

($\beta°_J$ = (Transjn → Subjn)) = f(S)($\beta°_J$ = (Transjn → Subjn)) = f(Sys)($\beta°_J$ = (Transjn → Subjn)) = f(Ad)

($\beta°_J$ = (Transjn → Subjn)) = f(U)($\beta°_J$ = (Transjn → Subjn)) = f(Abb)($\beta°_J$ = (Transjn → Subjn)) = f(Adj)

($\beta°_J$ = (Transjn → Subjn)) = f(E)($\beta°_J$ = (Transjn → Subjn)) = f(Rep)($\beta°_J$ = (Transjn → Subjn)) = f(Ex)

3.5.16. $\alpha°\beta°_J$ = f(S*) **3.5.17. $\alpha°\beta°_J$ = f(B)** **3.5.18. $\alpha°\beta°_J$ = f(R*)**

($\alpha°\beta°_J$ = (Transjn → Adjn)) = f(S)($\alpha°\beta°_J$ = (Transjn → Adjn)) = f(Sys)($\alpha°\beta°_J$ = (Transjn → Adjn)) = f(Ad)

$(\alpha°\beta°_J = (\text{Transjn} \rightarrow \text{Adjn})) = f(U)(\alpha°\beta°_J = (\text{Transjn} \rightarrow \text{Adjn})) = f(\text{Abb})(\alpha°\beta°_J = (\text{Transjn} \rightarrow \text{Adjn})) = f(\text{Adj})$

$(\alpha°\beta°_J = (\text{Transjn} \rightarrow \text{Adjn})) = f(E)(\alpha°\beta°_J = (\text{Transjn} \rightarrow \text{Adjn})) = f(\text{Rep})(\alpha°\beta°_J = (\text{Transjn} \rightarrow \text{Adjn})) = f(\text{Ex})$

3.5.19. $id_J = f(S^*)$

$(id_{JAdjn} = (\text{Sub} \rightarrow \text{Sub})) = f(S)$

$(id_{JSubjn} = (\text{Koo} \rightarrow \text{Koo})) = f(U)$

$(id_{JTransjn} = (\text{Sup} \rightarrow \text{Sup})) = f(E)$

3.5.20. $id_J = f(B)$

$(id_{JAdjn} = (\text{Sub} \rightarrow \text{Sub})) = f(\text{Sys})$

$(id_{JSubjn} = (\text{Koo} \rightarrow \text{Koo})) = f(\text{Abb})$

$(id_{JTransjn} = (\text{Sup} \rightarrow \text{Sup})) = f(\text{Rep})$

3.5.21. $id_J = f(R^*)$

$(id_{JAdjn} = (\text{Sub} \rightarrow \text{Sub})) = f(\text{Ad})$

$(id_{JSubjn} = (\text{Koo} \rightarrow \text{Koo})) = f(\text{Adj})$

$(id_{JTransjn} = (\text{Sup} \rightarrow \text{Sup})) = f(\text{Ex})$

4. Literatur

Bense, Max: *Zeichen und Design.* 1971, Baden-Baden: Agis

Bense, Max: *Semiotische Prozesse und Systeme.* 1975, Baden-Baden: Agis

Bense, Max: Semiotische Kategorien und algebraische Kategorien. In: Semiosis 4 (1976), S. 5-19 (= Bense 1976a)

Bense, Max: *Vermittlung der Realitäten.* 1976, Baden-Baden: Agis (= Bense 1976b)

Bense, Max: *Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen.* 1979, Baden-Baden: Agis

Bense, Max: *Axiomatik und Semiotik.* 1981, Baden-Baden: Agis

Bense, Max: *Das Universum der Zeichen.* 1983, Baden-Baden: Agis

Berger, Wolfgang: Funktoren und die Autoreproduktion der Zeichen. In: Semiosis 6 (1977), S. 16-21

Birkhoff, George David: An Extended Arithmetic. In: Duke Mathematical Journal 3 (1937), S. 311-316

Eilenberg, Samuel und Mac Lane, Saunders: Group Extensions and Homology. In: Annals of Mathematics 43 (1942), S. 757-831 (= Eilenberg und Mac Lane 1942a)

Eilenberg, Samuel und Mac Lane, Saunders: Natural Isomorphisms in Group Theory. In: Proceeddings of the National Academy of Sciences USA 28 (1942), S. 537-543 (Eilenberg und Mac Lane 1942b)

Klein Josef: Vom Adel des Gesetzes – zu einer Semiotik der Norm. In: Semiosis 33 (1984), S. 34-69

Leopold, Cornelie: Kategorientheoretische Konzeption der Semiotik. In: Semiosis 57/58 (1990), S. 93-100

Marty, Robert: Catégories et foncteurs en sémiotique. In: Semiosis 6 (1977), S. 5-15

Peirce, Charles Sanders: Prolegomena to an apology for pragmaticism. In: The Monist 6/4 (1906), S. 492-546

Peirce, Charles Sanders: Analysis of Creation. In: Semiosis 2 (1976), S. 5-9

Schubert, Horst: *Kategorien.* 1. Bd. 1970, Berlin: Springer

Toth, Alfred: *Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik.* 1997, Tübingen: Stauffenburg

Toth, Alfred, Objekttheoretische Invarianten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013

Toth, Alfred, Grammatik der Stadt Paris. 2 Bde. Tucson, AZ, 2016a

Toth, Alfred, Grundlagen einer Modelltheorie der Ontik I-LVII. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016b

Toth, Alfred, Grundlegung einer ontischen Automatentheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2017a

Toth, Alfred, Ontische Automatentheorie 1-45. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2017b

Walther, Elisabeth: *Allgemeine Zeichenlehre.* 2. Aufl. 1979, Stuttgart: Deutsche Verlags-Anstalt

Erreichbare und unerreichbare Zahlen

1. Bekanntlich hatte Bense (1979, S. 53 u. 67) die peircesche Zeichenrelation

ZR = (.1., ((.1. → .2.), (.1. → .2. → .3.)))

als verschachelte Relation bzw. „triadisch gestufte Relation von Relationen“ eingeführt.

2. Wie bereits in Toth (2011) gezeigt, wird in der Semiotik also „gestuft“, d.h. nicht mono-linear, sondern poly-linear gezählt

$$\begin{array}{lll} & & 1 \to 2 \to 3 \\ & 1 \to 2 \to & \uparrow \\ 1 \to & \uparrow, & \end{array}$$

denn nur auf diese Weise kann der Tatsache Rechnung getragen werden, dass es nicht eine, sondern drei Arten von semiotischen Zahlen gibt, die sich durch ihre Ordnungsrelation unterscheiden:

1. Triadische Peirce-Zahlen: 1. < 2. < 3.

2. Trichotomische Peirce-Zahlen: .1 ≤ .2 ≤ .3

3. Diagonale Peirce-Zahlen: 1.1 << 2.2 << 3.3.

3. Zählt man linear, wie etwa bei den Peano-Zahlen, d.h.

1, 2, 3, ..., n,

wo sich das (n+1)-te Glied einfach durch Anwendung eines Sukzessionsoperators (σ(n) = (n+1)) ergibt, ohne dass irgendwo die Gefahr „flächiger Abweichung“ (Rosser) besteht, dann stellt sich auch nicht das Problem, vor welchem Hintergrund gezählt wird. Sobald wir aber stattdessen von einer poly-linearen „layer-„Struktur ausgehen, entsteht nicht nur ein flächenartiges Zählschema, sondern wegen der triadischen „Verschachtelung“ entstehen auch lineare Leerräume vor und nach den semiotischen Zahlen. Man kann das wie folgt andeuten:

Ø Ø Ø 1 → 2 → 3

Ø 1 → 2 → ↑ Ø Ø

1 → ↑ Ø Ø Ø Ø.

Allerdings fehlen in dieser Darstellung die morphismischen Abbildungen zwischen den Leerstellen. Folgt man der obigen Definition des Zeichens, wie sie Bense (1979, S. 53, 67) gegeben hatte, gibt es nur eine Möglichkeit, dieses Zählschema sowohl durch Objekte wie auch durch die Abbildungen zwischen ihnen zu vervollständigen:

$$
\begin{tikzcd}
\varnothing \arrow[r, dashed] & \varnothing \arrow[r, dashed] & 1 \arrow[r] & 2 \arrow[r] & 3 \\
\varnothing \arrow[u, dashed] \arrow[r, dashed] & 1 \arrow[u, dashed] \arrow[r] & 2 \arrow[u] \arrow[r, dashed] & \varnothing \arrow[u, dashed] \arrow[r, dashed] & \varnothing \arrow[u, dashed] \\
1 \arrow[u, dashed] \arrow[r] & \varnothing \arrow[u] \arrow[r, dashed] & \varnothing \arrow[u, dashed] \arrow[r, dashed] & \varnothing \arrow[u, dashed] \arrow[r, dashed] & \varnothing \arrow[u, dashed]
\end{tikzcd}
\quad .
$$

Dieser Ausschnitt des Zahlenschemas für die ersten drei „Peirce-Zahlen“, wie wir sie nennen können, enthält somit neben den schwarz eingetragenen erreichbaren Zahlen zwei weitere Kategorien, nämlich die rot eingetragenen nicht mehr erreichbaren und die blau eingetragenen noch nicht erreichbaren.

$$
\begin{tikzcd}
\textcolor{red}{1} \arrow[r, dashed] & \textcolor{red}{1} \arrow[r, dashed] & 1 \arrow[r] & 2 \arrow[r] & 3 \\
\textcolor{red}{1} \arrow[u, dashed] \arrow[r, dashed] & 1 \arrow[u, dashed] \arrow[r] & 2 \arrow[u] \arrow[r, dashed] & \textcolor{blue}{2} \arrow[u, dashed] \arrow[r, dashed] & \textcolor{blue}{3} \arrow[u, dashed] \\
1 \arrow[u, dashed] \arrow[r] & \textcolor{blue}{1} \arrow[u] \arrow[r, dashed] & \textcolor{blue}{2} \arrow[u, dashed] \arrow[r, dashed] & \textcolor{blue}{2} \arrow[u, dashed] \arrow[r, dashed] & \textcolor{blue}{3} \arrow[u, dashed]
\end{tikzcd}
.
$$

Man beache, daß die Unterscheidung zwischen erreichbaren Zahlen einerseits und nicht mehr bzw. noch nicht erreichbaren Zahlen andererseits nichts mit negativen oder imaginären Zahlen zu tun hat.

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Semiotisches Zählen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Die drei Grundtypen polykontexturaler Diamanten

1. Aus kategorientheoretischer Sicht ist die Besonderheit der von Kaehr in die qualitative Mathematik eingeführten Diamanten (vgl. Kaehr 2007, 2009 und zahlreiche weitere Arbeiten) das Auftreten eines bislang unbekannten Typus von Abbildung: des Heteromorphismus, der im folgenden, Kaehrs Notation folgend, in der allgemeinen Form

$(O^{\sim}_{\omega} \leftarrow O^{\sim}_{\alpha})$

notiert wird. Man beachte in Sonderheit, daß für n-kontexturale Systeme mit n > 2 gilt, daß

$(A \rightarrow B) \neq (A \rightarrow B)^{-1}$.

Für die Semiotik bedeutet dies also, daß die Konversen der als Morphismen deutbaren Abbildungen, d.h. die sog. Retrosemiosen, in der monokontexturalen Peirce-Bense-Semiotik keineswegs Heteromorphismen sind.

2. Im folgenden sei gezeigt, daß es in Ergänzung zu den zwei von Kaehr (2007 usw.) komponierten polykontexturalen Diamanten noch einen dritten gibt, die wir relativ zu ihren jeweiligen Heteromorpismen als $O^{\sim}$-, $M^{\sim}$ und $I^{\sim}$-Diamanten kategorisieren können.

2.1. Polykontexturaler Diamant I

$$\begin{tikzcd}
 & & (O^{\sim}_{\omega} \arrow[d, dash, "\mathrm{diff}"'] & \leftarrow & O^{\sim}_{\alpha}) \arrow[d, dash, "\mathrm{diff}"] & & \\
((M_{\alpha} \arrow[dr, dash, "\mathrm{id}"] & \rightarrow & O_{\omega}) & \diamond & (O_{\alpha} & \rightarrow & I_{\omega})) \arrow[dl, dash, "\mathrm{id}"] \\
 & (M_{\alpha} \arrow[rrrr] & & & & I_{\omega}) &
\end{tikzcd}$$

2.2. Polykontexturaler Diamant II

$$
\begin{tikzcd}
 & & (M^{\sim}_{\omega} \arrow[dl, dash, "\mathrm{diff}"'] & & M^{\sim}_{\alpha}) \arrow[ll] \arrow[dr, dash, "\mathrm{diff}"] & & \\
((O_{\alpha} \arrow[r] \arrow[d, dash, "\mathrm{id}"] & M_{\omega}) & & \diamond & & (M_{\alpha} \arrow[r] & I_{\omega})) \arrow[d, dash, "\mathrm{id}"] \\
(O_{\alpha} \arrow[rrrrrr] & & & & & & I_{\omega})
\end{tikzcd}
$$

2.3. Polykontexturaler Diamant III

$$
\begin{tikzcd}
 & & (I^{\sim}_{\omega} \arrow[dl, dash, "\mathrm{diff}"'] & & I^{\sim}_{\alpha}) \arrow[ll] \arrow[dr, dash, "\mathrm{diff}"] & & \\
((O_{\alpha} \arrow[r] \arrow[d, dash, "\mathrm{id}"] & I_{\omega}) & & \diamond & & (M_{\alpha} \arrow[r] & I_{\omega})) \arrow[d, dash, "\mathrm{id}"] \\
(O_{\alpha} \arrow[rrrrrr] & & & & & & I_{\omega})
\end{tikzcd}
$$

Literatur

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007

Kaehr, Rudolf, Quadralectic Diamonds. Semiotic Studies with Toth's Theory of the Night. ThinkArtLab 2009, http://www.vordenker.de/rk/rk_Quadralectic-Diamonds_Four-Foldness-of-beginnings_2011.pdf

Ontotopologische Strukturtypen von Geordnetheit

1. Bekanntlich wurde die qualitative, ortsfunktionale Zahl durch

$Z = f(\omega)$

definiert (vgl. Toth 2016). Ortsfunktionale Zahlen können nicht nur linear (horizontal), wie die Peanozahlen, d.h. adjazent, sondern auch subjazent (vertikal) und transjazent (diagonal) gezählt werden, wobei sie in Zahlfeldern auftreten, d.h. Zahlen der Form $Z = f(\omega)$ sind 2-dimensional.

1.1. Adjazente Zählweise

$$\begin{array}{ccccccccccc}
x_i & y_j & & y_i & x_j & & y_j & x_i & & x_j & y_i \\
\emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & \emptyset_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
\emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & \emptyset_i \\
x_i & y_j & & y_i & x_j & & y_j & x_i & & x_j & y_i
\end{array}$$

1.2. Subjazente Zählweise

$$\begin{array}{ccccccccccc}
x_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & x_j & & \emptyset_j & x_i & & x_j & \emptyset_i \\
y_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & y_j & & \emptyset_j & y_i & & y_j & \emptyset_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
y_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & y_j & & \emptyset_j & y_i & & y_j & \emptyset_i \\
x_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & x_j & & \emptyset_j & x_i & & x_j & \emptyset_i
\end{array}$$

1.3. Transjazente Zählweise

$$\begin{array}{ccccccccccc}
x_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & x_j & & \emptyset_j & x_i & & x_j & \emptyset_i \\
\emptyset_i & y_j & & y_i & \emptyset_j & & y_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & y_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
\emptyset_i & y_j & & y_i & \emptyset_j & & y_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & y_i \\
x_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & x_j & & \emptyset_j & x_i & & x_j & \emptyset_i
\end{array}$$

2. Ortsfunktionale Zahlen korrespondieren daher mit dem ontischen Raumfeld-Modell (vgl. Toth 2014), das die allgemeine Form

h→l	h	r→h
l	x	r
l→v	v	v→r

hat und in dem x für für vier ontischen Entitäten steht. In anderen Worten: Zwischen einem Zahlenfeld und einem Raumfeld besteht eine qualitative arithmetisch-geometrische Isomorphierelation.

Wir bekommen damit unmittelbar die folgenden Paare:

(x → v), (x → (v → r)), (x → r), (x → (r → h)), (x → h), (x → (h → l)), (x → l), (x → (l → v)), usw., d.h. total 81 Paare, wenn wir auch die Abbildungen von Nicht-x-Raumfeldern zulassen. Jedes dieser Paare, welche als im Falle der transitorischen Raumfelder als zweites Element wieder eine Abbildung enthalten, sind also Abbildungen, d.h. ontische Funktionen. Mit Hilfe der Theorie der Geordnetheit können wir also topologische Funktionen bei ontischen Raumfeldern 4-fach subkategorisieren. Dabei sind die drei Mal drei Paare

(l → v), v, (v → r)

l, x, r

(h → l), h, (r → h)

sowie ihre Konversen adjazent,

die drei Mal drei Paare

(l → v), l, (h → l)

v, x, h

$(v \rightarrow r)$, r, $(r \rightarrow h)$

sowie ihre Konversen subjazent

und die beiden doppelten Abbildungen

$((l \rightarrow v) \rightarrow x \rightarrow (r \rightarrow h))$

$((v \rightarrow r) \rightarrow x \rightarrow (h \rightarrow l))$

sowie ihre Konversen transjazent.

3. In Toth (2018a) hatten wir Ordnendheit und Geordnetheit bei Stufigkeit, also einer weiteren ontisch invarianten Eigenschaft (vgl. Toth 2013), untersucht und dabei festgestellt, daß die Differenz von Ordnendheit und Geordnetheit iterativ subkategorisiert werden muß, denn es gibt offenbar folgende vier Kombinationen:

	ord	ord^{-1}
ord	ordord	ordord^{-1}
ord^{-1}:	$\text{ord}^{-1}\text{ord}$	$\text{ord}^{-1}\text{ord}^{-1}$

Schließlich konnten wir in Toth (2018b) zeigen, daß wir es bei diesem Quadrupel-Schema mit einer weiteren ontischen Invariante zu tun haben, nämlich mit der dreifach gradativen Objektabhängigkeit und formulierten unsere Ergebnisse in den folgenden drei ontischen Sätzen.

SATZ 1. Der nicht-iterierte Operator ord^{-1} induziert in den Subkategorisierungen ontischer Geordnetheit 1- oder 2-seitige Objektabhängigkeit.

SATZ 2. Durch den Operator ordord subkategorisierte ontische Entitäten sind 0-seitig objektabhängig.

SATZ 3. Durch den Operator $\text{ord}^{-1}\text{ord}^{-1}$ subkategorisierte ontische Entitäten sind 0-, 1- oder 2-seitig objektabhängig.

Danach haben wir also die folgenden Korrespondenzen zwischen den Sätzen, den Operatoren und dem jeweiligen Grad von Objektabhängigkeit.

Satz 2	ordord	0
Satz 1	ord^{-1}	1, 2
Satz 3	$ord^{-1}ord^{-1}$	0, 1, 2.

Man beachte, daß die „generative" (Bense) Mengeninklusion von

O = (0, ((1, 2), (0, 1, 2)))

genau derjenigen der Zeichenrelation entspricht (vgl. Bense 1979, S. 53)

Z = (M, ((M, O), (M, O, I))).

Ferner erhält man aus trivialen Gründen durch die kombinierten ordnenden und geordneten Operatoren (vgl. Toth 2018c)

$ord^{-1}ord$	0, 1
$ordord^{-1}$	0, 1.

Da es keine Operatoren gibt, welche

1, 2, (0, 2)

erzeugen, kann man sich fragen, ob es ontische Sätze gebe, durch welche diese Formen bzw. Kombinationen von Objektabhängigkeit erzeugt werden.

DEFINITION 1. 0-seitige Objektabhängigkeit liegt vor gdw. für ein Paar P = (A, B) von Objekten gilt $A \neq f(B)$.

DEFINITION 2. 1-seitige Objektabhängigkeit liegt vor gdw. für ein Paar P = (A, B) von Objekten gilt $(A = f(B)) \nrightarrow (B = f(A))$.

DEFINITION 3. 2-seitige Objektabhängigkeit liegt vor gdw. für ein Paar P = (A, B) von Objekten gilt $(A = f(B)) \rightarrow (B = f(A))$.

Beispiel für Definition 1: A = Löffel, B = Messer (oder alternativ: A = Messer, B = Löffel). (Vgl. dagegen 2-seitige Objektabhängigkeit bei Messer und Gabel.)

Beispiel für Definition 2: A = Kopf, B = Hut (oder alternativ: A = Hut, B = Kopf).

Beispiel für Definition 3: A = Schlüssel, B = Schloß (oder alternativ: A = Schloß, B = Schlüssel).

Vermöge dieser drei Definitionen dürfte es unmittelbar einleuchten, daß es keine Subkategorisierung von Ordnendheit oder Geordnetheit gibt, welche eine ontische Ordnung induziert, innerhalb deren zwei Objekte eines Paares gleichzeitig 0-seitig und 2-seitig objektabhängig sind. Dieser Sachverhalt läßt sich mittels der Semiotik beweisen: Vermöge Bense (ap. Walther 1979, S. 122 f.) sind Paare, zwischen deren Objekten 2-seitige Objektabhängigkeit besteht, iconisch, d.h. es gibt die ontisch-semiotische Isomorphie

2-seitige Objektabhängigkeit $\quad \cong \quad$ (2.1).

Daraus folgt unmittelbar die weitere Isomorphie

0-seitige Objektabhängigkeit $\quad \cong \quad$ (2.3)

und wegen sowohl ontischer als auch semiotischer Vermittlung folgt ferner

1-seitige Objektabhängigkeit $\quad \cong \quad$ (2.2) ■.

Daher haben wir

$(0, 1) \cong ((2.1) < (2.2))$,

aber

$(0, 2) \ncong ((2.1) < (2.3))$.

Hierin liegt auch der Grund für die weiter oben festgestellte Isomorphie

$(\text{O} \cong \text{Z}) = ((0, ((1, 2), (0, 1, 2))) \cong (\text{M}, ((\text{M}, \text{O}), (\text{M}, \text{O}, \text{I}))))$,

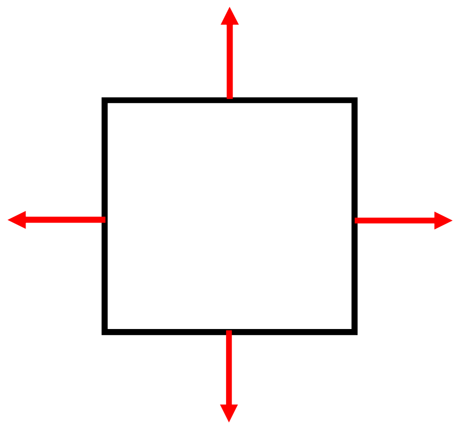
d.h. wir bekommen den weiteren

SATZ. Die dreifach gradative Objektabhängigkeit ist die ontische Entsprechung der dreifach gradativen („generativen“) Inklusion trichotomischer Objektbezüge. Beide Inklusionsschemata sind ontisch-semiotisch isomorph.

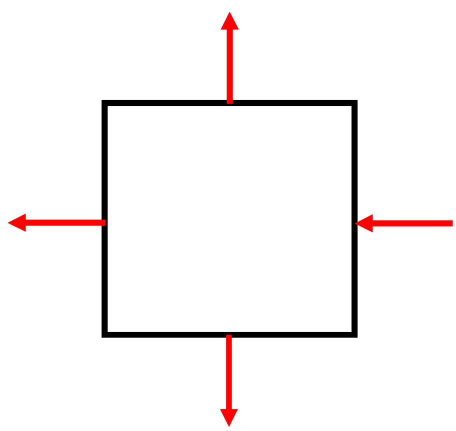
4. Im folgenden wollen wir nun ontotopologische qualitative arithmetische Strukturtypen von Geordnetheitheit skizzieren.

4.1. Ontotopologische Strukturtypen von geordneter Adjazenz

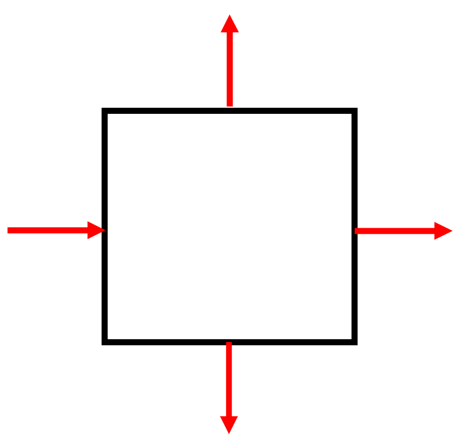
4.1.1. ordord



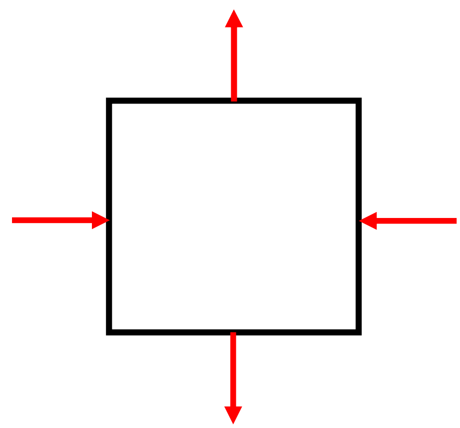
4.1.2. ordord^{-1}



4.1.3. ord^{-1}ord

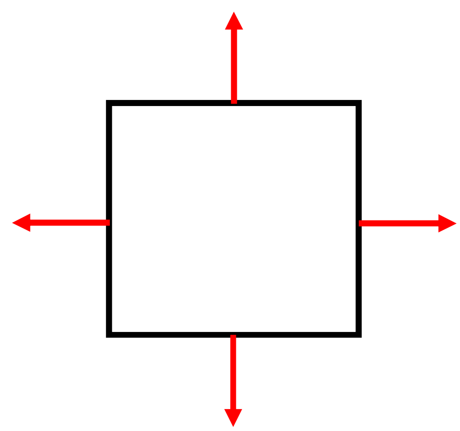


4.1.4. $ord^{-1}\ ord^{-1}$

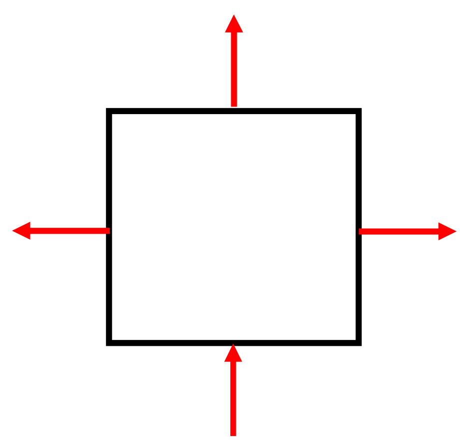


4.2. Ontotopologische Strukturtypen von geordnete Subjazenz

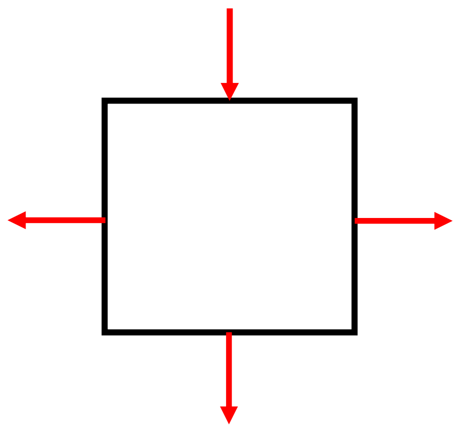
4.2.1. ordord



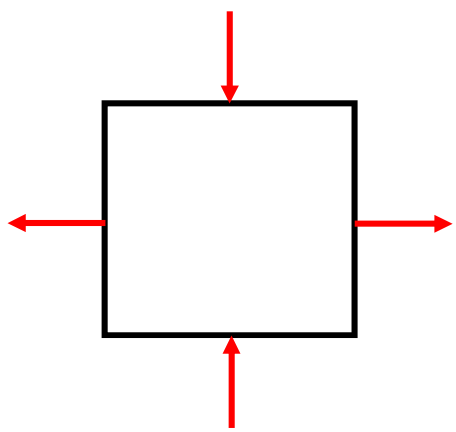
4.2.2. $ordord^{-1}$



4.2.3. $ord^{-1}ord$

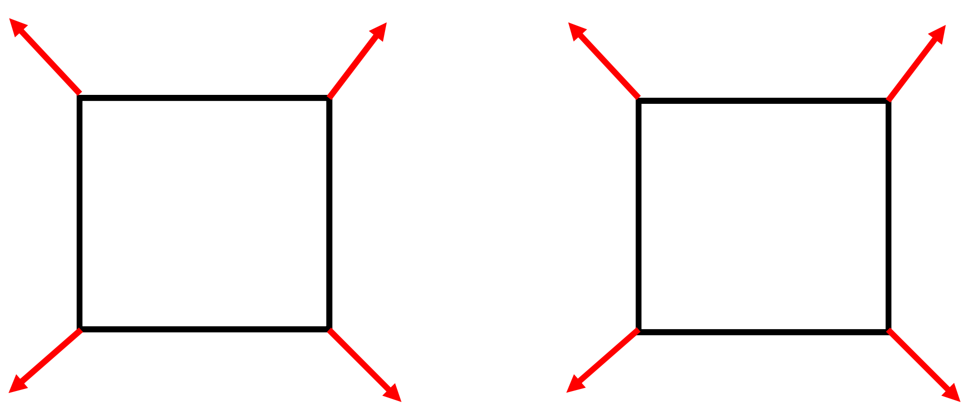


4.2.4. ord^{-1} ord^{-1}

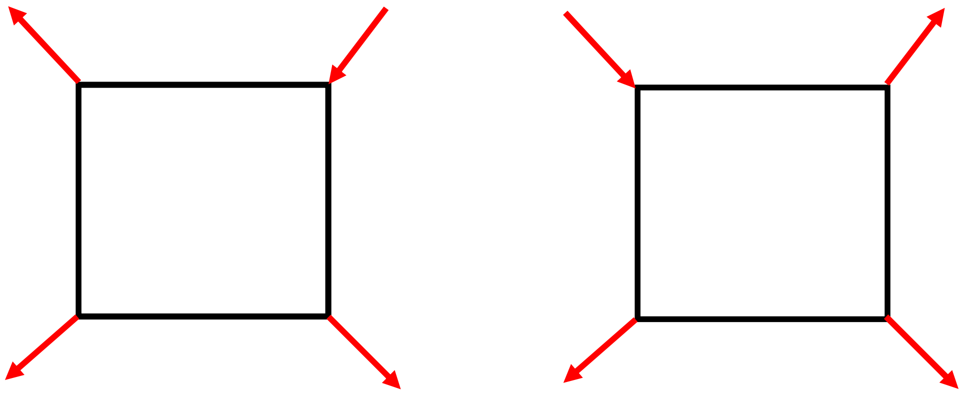


4.3. Ontotopologische Strukturtypen von geordnete Transjazenz

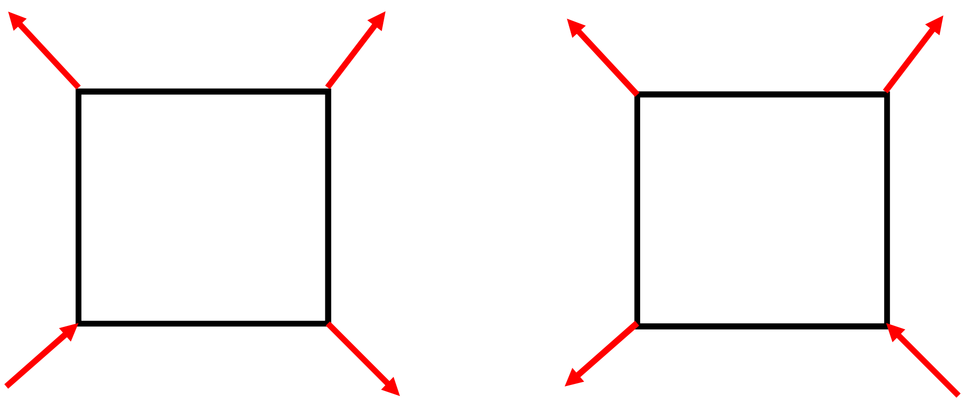
4.2.1. ordord



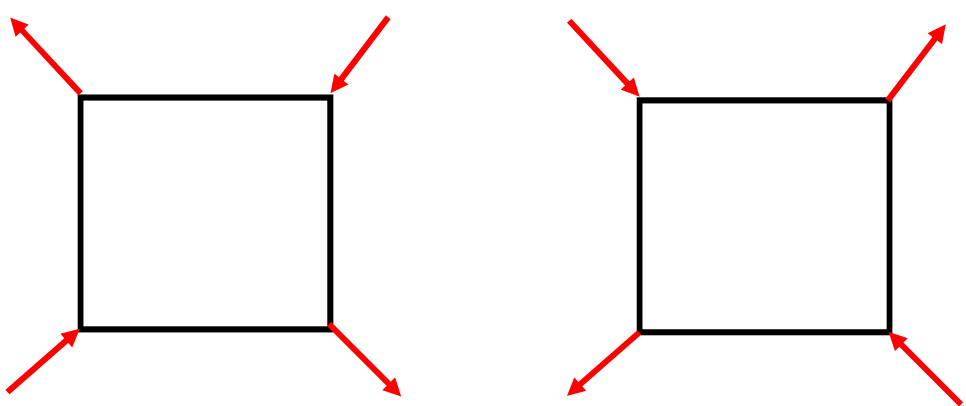
4.2.2. ordord^{-1}



4.2.3. ord^{-1}ord



4.2.4. ord^{-1} ord^{-1}



5. Nun heißt ja, um das Bonmot Mac Lanes, eines der Begründers der mathematischen Kategorientheorie zu zitieren, mit Kategorien zu rechnen, „mit Pfeilen zu rechnen“ (Mac Lane 1972, S. iii). Wir können also die drei geordneten qualitativen arithmetischen Zählweisen statt mit Zahlen oder mit topologischen Strukturschemata auch wie folgt mit Pfeilen, d.h. mit Morphismen, formal definieren.

Um Morphismen definieren zu können, benötigen wir wegen der transjazenten Morphismen allerdings die transitorischen Raumfelder, d.h. wir gehen aus von

2→3	2	1→2
3	0	1
3→4	4	4→1

5.1. Adjazente Morphismen

$K^{ADJ}{}_{ordord} = (\uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset)$

$K^{ADJ}{}_{ordord\text{-}1} = (\downarrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset)$

$K^{ADJ}{}_{ord\text{-}1ord} = (\downarrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \downarrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset)$

$K^{ADJ}{}_{ord\text{-}1ord\text{-}1} = (\downarrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \downarrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset)$

5.2. Subjazente Morphismen

$K^{SUBJ}{}_{ordord} = (\uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset)$

$K^{SUBJ}{}_{ordord\text{-}1} = (\uparrow, \emptyset, \downarrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset)$

$K^{SUBJ}{}_{ord\text{-}1ord} = (\uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \downarrow, \emptyset)$

$K^{SUBJ}{}_{ord\text{-}1ord\text{-}1} = (\uparrow, \emptyset, \downarrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \downarrow, \emptyset)$

5.3. Transjazente Morphismen

$K^{TRANSJ}{}_{ordord} = (\uparrow, Ø, \uparrow, Ø, \uparrow, Ø, \uparrow, Ø)$

$K^{TRANSJ}{}_{ordord\text{-}1} = (\uparrow, \downarrow, \uparrow, Ø, \uparrow, \downarrow, \uparrow, Ø)$

$K^{TRANSJ}{}_{ord\text{-}1ord} = (\uparrow, Ø, \uparrow, \downarrow, \uparrow, Ø, \uparrow, \downarrow)$

$K^{TRANSJ}{}_{ord\text{-}1ord\text{-}1} = (\uparrow, \downarrow, \uparrow, \downarrow, \uparrow, \downarrow, \uparrow, \downarrow)$.

Als Memorandum wechselt also die Pfeilrichtung wie folgt bei den drei Zählweisen

Adjazenz: 1 und 3

Subjazenz: 2 und 4

Transjazenz hauptdiagonal: (4→1) und (2→3)

Transjazenz nebendiagonal: (3→4) und (1→2).

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Mac Lane, Saunders, Kategorien. Berlin 1972

Toth, Alfred, Objekttheoretische Invarianten II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2013

Toth, Alfred, Theorie ontischer Raumfelder I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Toth, Alfred, Zu einer triadischen System-Definition. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Toth, Alfred, Einführung in die elementare qualitative Arithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Toth, Alfred, Ontische Geordnetheit bei Stufigkeit. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2018a

Toth, Alfred, Subkategorisierte Geordnetheit und Objektabhängigkeit. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2018b

Toth, Alfred, Ontische Geordnetheit 1-31. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2018c

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Elementare Kategorientheorie geordneter qualitativer Zahlen

1. In Toth (2018a) hatten wir gezeigt, daß für jedes Paar P = (A, B) ordnende und geordnete Abbildungen durch

ord: $A \to B$

ord^{-1}: $B \to A$

definiert werden können und daß die beiden einander konversen Operatoren durch folgendes Quadrupel von Paaren von Operatoren subkategorisiert werden können

	ord	ord^{-1}
ord	ordord	$ordord^{-1}$
ord^{-1}:	$ord^{-1}ord$	$ord^{-1}ord^{-1}$.

Schließlich konnten wir in Toth (2018b) zeigen, daß diesem Quadrupel-Schema die dreifache gradative Objektabhängigkeit zugrunde liegt.

SATZ 1. Der nicht-iterierte Operator ord^{-1} induziert in den Subkategorisierungen ontischer Geordnetheit 1- oder 2-seitige Objektabhängigkeit.

SATZ 2. Durch den Operator ordord subkategorisierte ontische Entitäten sind 0-seitig objektabhängig.

SATZ 3. Durch den Operator $ord^{-1}ord^{-1}$ subkategorisierte ontische Entitäten sind 0-, 1- oder 2-seitig objektabhängig.

Danach haben wir also die folgenden Korrespondenzen zwischen den Sätzen, den Operatoren und dem jeweiligen Grad von Objektabhängigkeit.

Satz 2	ordord	0
Satz 1	ord^{-1}	1, 2
Satz 3	$ord^{-1}ord^{-1}$	0, 1, 2.

Man beachte, daß die „generative" (Bense) Mengeninklusion von

O = (0, ((1, 2), (0, 1, 2)))

isomorph ist derjenigen der Zeichenrelation (vgl. Bense 1979, S. 53)

$Z = (M, ((M, O), (M, O, I)))$.

SATZ 4. Die dreifach gradative Objektabhängigkeit ist ontisch-semiotisch isomorph der dreifach gradativen („generativen“) Inklusion trichotomischer Objektbezüge.

2. Bekanntlich wurde die qualitative, ortsfunktionale Zahl durch

$Z = f(\omega)$

definiert (vgl. Toth 2016). Ortsfunktionale Zahlen können nicht nur linear (horizontal), wie die Peanozahlen, d.h. adjazent, sondern auch subjazent (vertikal) und transjazent (diagonal) gezählt werden, wobei sie in Zahlfeldern auftreten, d.h. Zahlen der Form $Z = f(\omega)$ sind 2-dimensional.

2.1. Adjazente Zählweise

$$\begin{array}{ccccccccccc}
x_i & y_j & & y_i & x_j & & y_j & x_i & & x_j & y_i \\
\emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & \emptyset_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
\emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & \emptyset_j & & \emptyset_j & \emptyset_i & & \emptyset_j & \emptyset_i \\
x_i & y_j & & y_i & x_j & & y_j & x_i & & x_j & y_i
\end{array}$$

2.2. Subjazente Zählweise

$$\begin{array}{ccccccccccc}
x_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & x_j & & \emptyset_j & x_i & & x_j & \emptyset_i \\
y_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & y_j & & \emptyset_j & y_i & & y_j & \emptyset_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
y_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & y_j & & \emptyset_j & y_i & & y_j & \emptyset_i \\
x_i & \emptyset_j & & \emptyset_i & x_j & & \emptyset_j & x_i & & x_j & \emptyset_i
\end{array}$$

2.3. Transjazente Zählweise

$$\begin{array}{llllllllllllll}
x_i & Ø_j & & Ø_i & x_j & & Ø_j & x_i & & x_j & Ø_i \\
Ø_i & y_j & & y_i & Ø_j & & y_j & Ø_i & & Ø_j & y_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
Ø_i & y_j & & y_i & Ø_j & & y_j & Ø_i & & Ø_j & y_i \\
x_i & Ø_j & & Ø_i & x_j & & Ø_j & x_i & & x_j & Ø_i
\end{array}$$

Ortsfunktionale Zahlen korrespondieren daher mit dem ontischen Raumfeld-Modell (vgl. Toth 2014), das die allgemeine Form

h→l	h	r→h
l	x	r
l→v	v	v→r

hat.

SATZ 5. Zwischen einem qualitativen Zahlenfeld und einem ontischen Raumfeld besteht eine qualitative arithmetisch-geometrische Isomorphierelation.

Wir können daher das obige Raumfeld sofort mit Hilfe von qualitativen Zahlen ausdrücken

2→3	2	1→2
3	0	1
3→4	4	4→1

Dabei erhalten wir, wie in Toth (2018c) gezeigt, folgende Morphismen für geordnete qualitative Zahlen

Adjazente Morphismen

$K^{ADJ}{}_{ordord} = (\uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset)$

$K^{ADJ}{}_{ordord-1} = (\downarrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset)$

$K^{ADJ}{}_{ord-1ord} = (\downarrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \downarrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset)$

$K^{ADJ}{}_{ord-1ord-1} = (\downarrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \downarrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset)$

Subjazente Morphismen

$K^{SUBJ}{}_{ordord} = (\uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset)$

$K^{SUBJ}{}_{ordord-1} = (\uparrow, \emptyset, \downarrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset)$

$K^{SUBJ}{}_{ord-1ord} = (\uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \downarrow, \emptyset)$

$K^{SUBJ}{}_{ord-1ord-1} = (\uparrow, \emptyset, \downarrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \downarrow, \emptyset)$

Transjazente Morphismen

$K^{TRANSJ}{}_{ordord} = (\uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset)$

$K^{TRANSJ}{}_{ordord-1} = (\uparrow, \downarrow, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \downarrow, \uparrow, \emptyset)$

$K^{TRANSJ}{}_{ord-1ord} = (\uparrow, \emptyset, \uparrow, \downarrow, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \downarrow)$

$K^{TRANSJ}{}_{ord-1ord-1} = (\uparrow, \downarrow, \uparrow, \downarrow, \uparrow, \downarrow, \uparrow, \downarrow)$.

Als Memorandum wechselt also die Pfeilrichtung wie folgt bei den drei Zählweisen

Adjazenz: 1 und 3

Subjazenz: 2 und 4

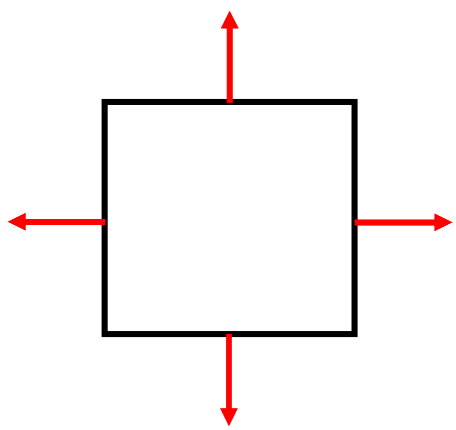
Transjazenz hauptdiagonal: (4→1) und (2→3)

Transjazenz nebendiagonal: (3→4) und (1→2).

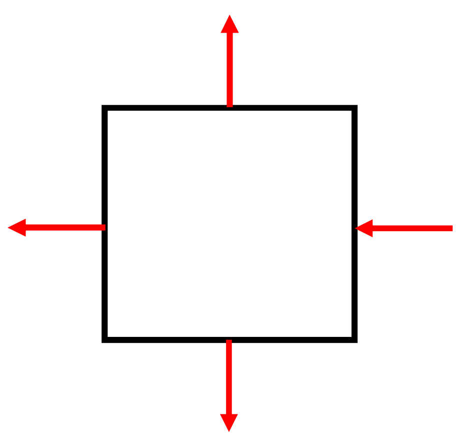
3. Ontotopologische Strukturtypen für Morphismen geordneter qualitativer Zahlen

3.1. Ontotopologische Strukturtypen von geordneter Adjazenz

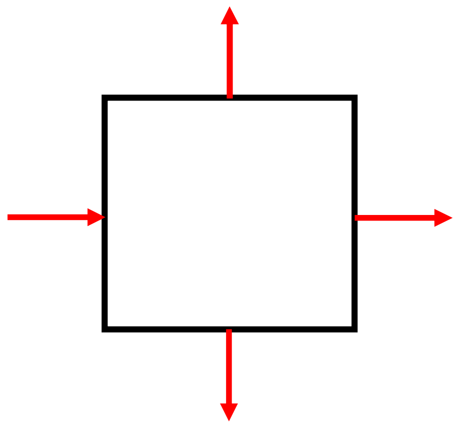
3.1.1. $K^{ADJ}{}_{ordord} = (\uparrow, \varnothing, \uparrow, \varnothing, \uparrow, \varnothing, \uparrow, \varnothing)$



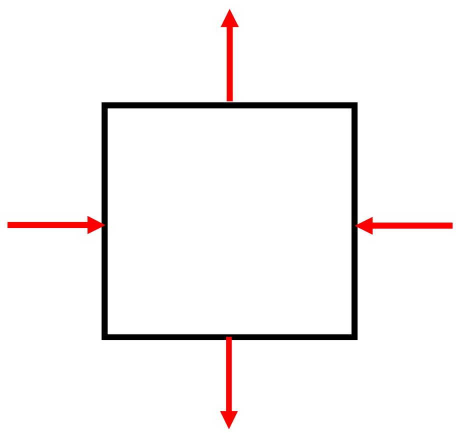
3.1.2. $K^{ADJ}{}_{ordord\text{-}1} = (\downarrow, \varnothing, \uparrow, \varnothing, \uparrow, \varnothing, \uparrow, \varnothing)$



3.1.3. $K^{ADJ}{}_{ord\text{-}1ord} = (\downarrow, Ø, \uparrow, Ø, \downarrow, Ø, \uparrow, Ø)$

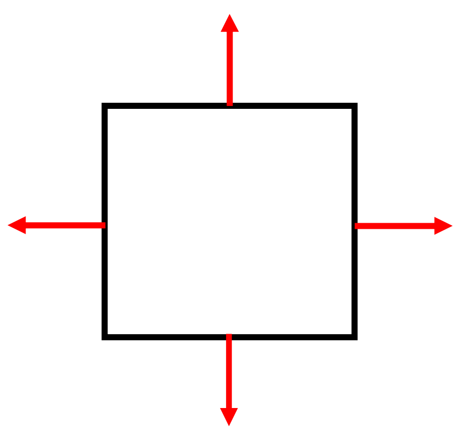


3.1.4. $K^{ADJ}{}_{ord\text{-}1ord\text{-}1} = (\downarrow, Ø, \uparrow, Ø, \downarrow, Ø, \uparrow, Ø)$

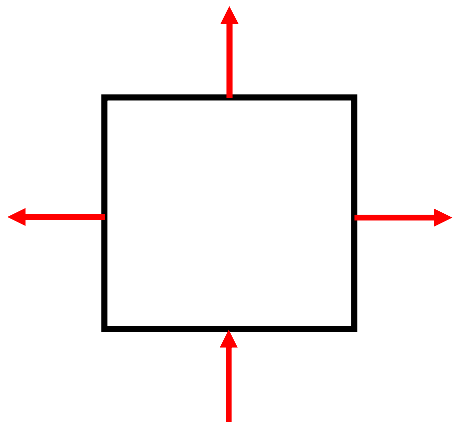


3.2. Ontotopologische Strukturtypen von geordneter Subjazenz

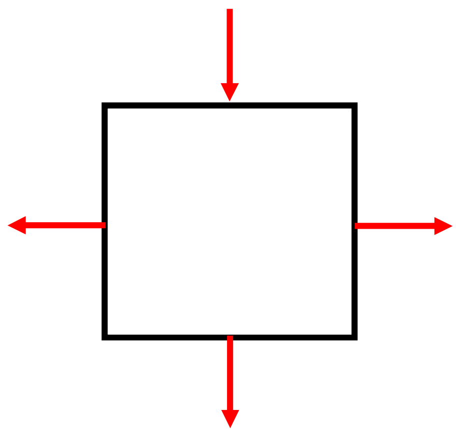
3.2.1. $K^{SUBJ}{}_{ordord} = (\uparrow, Ø, \uparrow, Ø, \uparrow, Ø, \uparrow, Ø)$



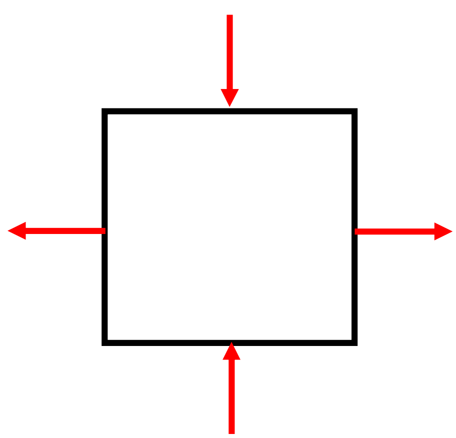
3.2.2. $K^{SUBJ}{}_{ordord\text{-}1} = (\uparrow, \emptyset, \downarrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset)$



3.2.3. $K^{SUBJ}{}_{ord\text{-}1ord} = (\uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \downarrow, \emptyset)$

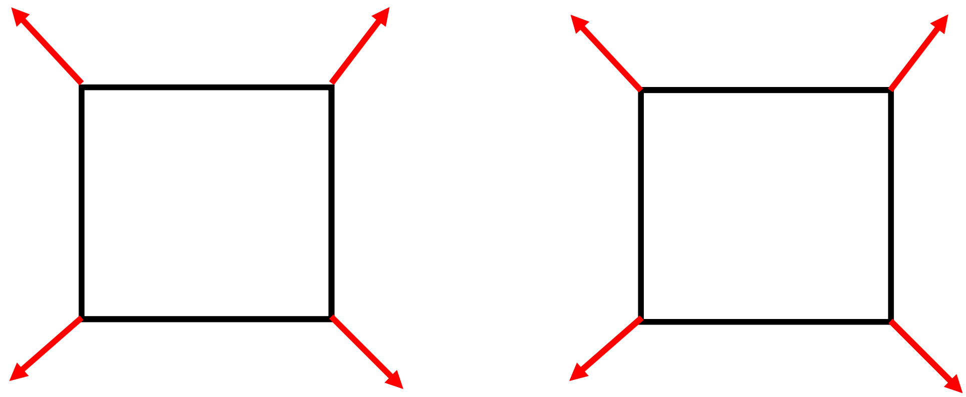


3.2.4. $K^{SUBJ}{}_{ord\text{-}1ord\text{-}1} = (\uparrow, \emptyset, \downarrow, \emptyset, \uparrow, \emptyset, \downarrow, \emptyset)$

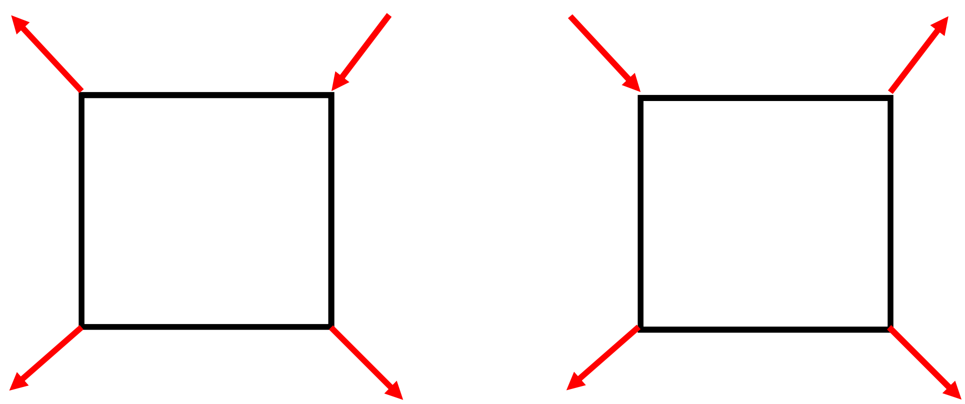


3.3. Ontotopologische Strukturtypen von geordneter Transjazenz

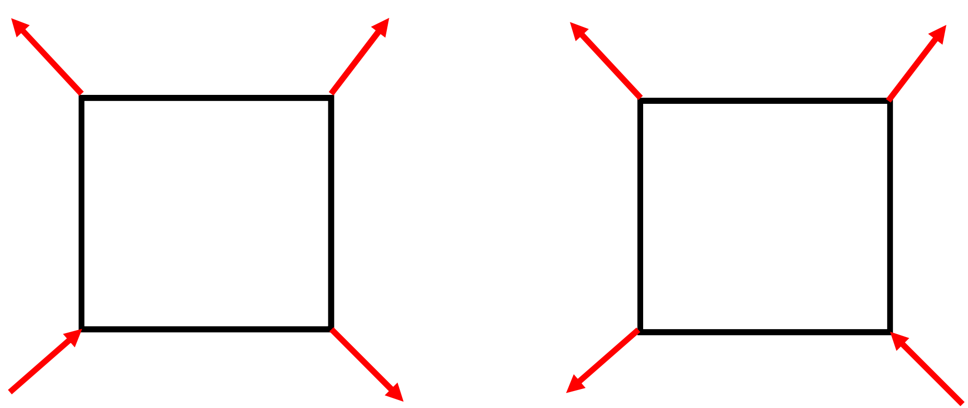
3.3.1. $K^{TRANSJ}{}_{ordord} = (\uparrow, Ø, \uparrow, Ø, \uparrow, Ø, \uparrow, Ø)$



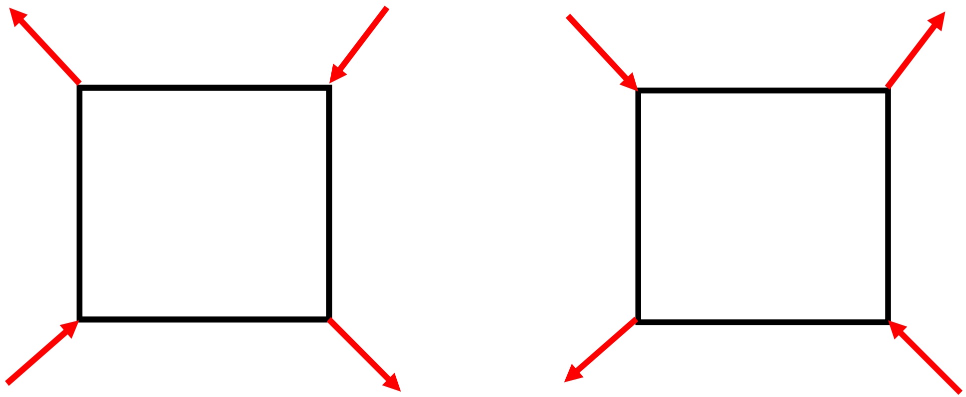
3.3.2. $K^{TRANSJ}{}_{ordord\text{-}1} = (\uparrow, \downarrow, \uparrow, Ø, \uparrow, \downarrow, \uparrow, Ø)$



3.3.3. $K^{TRANSJ}{}_{ord\text{-}1ord} = (\uparrow, Ø, \uparrow, \downarrow, \uparrow, Ø, \uparrow, \downarrow)$



3.3.4. $K^{TRANSJ}{}_{ord\text{-}1ord\text{-}1} = (\uparrow, \downarrow, \uparrow, \downarrow, \uparrow, \downarrow, \uparrow, \downarrow)$.



Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Theorie ontischer Raumfelder I-III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014

Toth, Alfred, Einführung in die elementare qualitative Arithmetik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

Toth, Alfred, Ontische Geordnetheit bei Stufigkeit. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2018a

Toth, Alfred, Subkategorisierte Geordnetheit und Objektabhängigkeit. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2018b

Toth, Alfred, Ontotopologische Strukturtypen von Geordnetheit. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2018c

Abbildungszahlen

1. Die Peanozahlen sind “entitätische” Zahlen – und dies gilt für sämtliche bekannten Zahlen, sogar für die polykontexturalen (qualitativen) Proto-, Deutero- und Tritozahlen. Sie spielen damit eine ähnliche Rolle wie die semiotischen Zeichenzahlen (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.) – mit dem Unterschied freilich, daß sich die aus ihnen gebildeten Subzeichenzahlen, wie bereits aus Bense (1975, S. 35 ff.) hervorgeht, durch ihre Doppelnatur, zugleich statisch und dynamisch zu sein auszeichnen. Jedes Subzeichen der Form

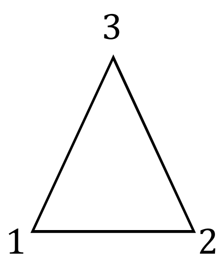
$S = (x \times y) = (x.y)$

kann somit in der Form einer Semiose

$\sigma: x \rightarrow y$

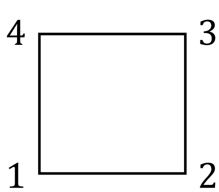
ausdgedrückt und daher als, wie wir sagen wollen, Abbildungszahl notiert werden. Abbildungszahlen sind also Zahlen, welche die Form von Morphismen haben.

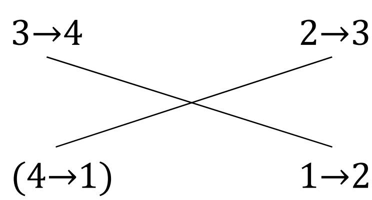
2.1. Gehen wir aus von den trigonalen Zahlen, wie sie im peirce-benseschen Zeichenmodell verwendet werden.



Hier sind alle Ecken durch entitätische Zahlen ausdrückbar.

2.2. Bereits bei den tetragonalen Zahlen ergeben sich hingegen zwei graphische Darstellungweisen.



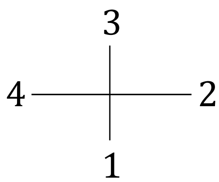


Hier wird also statt der Folge der entitätischen Peanozahlen

P(ent) = (1, 2, 3, 4, …)

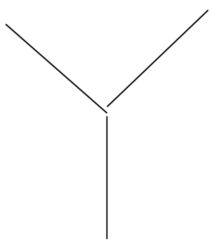
ausgegangen von einer Folge von peanoschen Abbildungszahlen

P(abb) = ((1→2), (2→3), (3→4), (4→5), …). Vgl. dagegen die ebenfalls entitätischen Kreuzzahlen



.

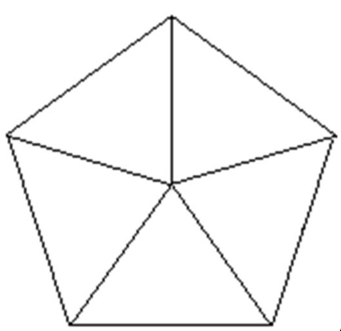
Obwohl das Dreieck nur durch ein Vierecks-“Gerüst” ausgedrückt werden kann, vgl. das peircesche Modell,



wurden aber P(abb) von Bense (1979, S. 53 u. 67) zur kategorientheoretischen Definition der Zeichenrelation verwendet, d.h. die Abbildung P(ent) → P(abb) ist hier in unserer Darstellung

(1, 2, 3) → ((1 → 2) → ((2 → 3) → (1 → 2 → 3))).

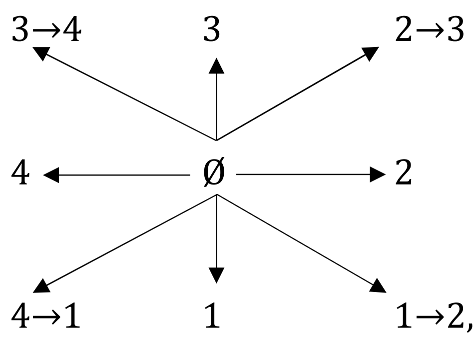
2.3. Bei den pentagonalen Zahlen fallen der Graph und sein Gerüst ebenfalls nicht zusammen, da das Gerüst hexadisch ist



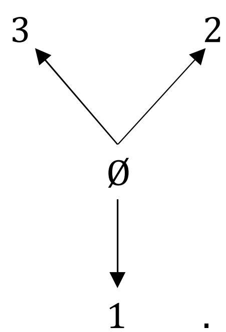
,

d.h. die P(ent) reichen auch hier, wie bei den trigonalen Zahlen, nicht aus.

2.4. Hingegen koinzidieren bei den hexagonalen Zahlen zwar die Eckenzahlen von Graph und Gerüst, da hier auch das Gerüst hexadisch ist

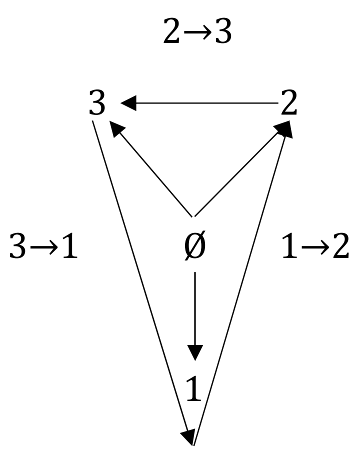


aber diese sog. Sternzahl (vgl. Toth 2019) tritt aus der Reihe, weil sein Zentrum, quasi als arithmetischer Pol, durch Ø (wie bei den pentagonalen Zahlen) belegt werden muß, also mit dem gleichen Verfahren, wie dies bei der peirceschen „Trifurkationszahl" gemacht werden müßte



.

In solchen Fällen, wo also die Eckenzahl von Graph und Gerüst nicht gleich ist, müssen die Kanten des Graphen durch P(abb) ausgedrückt werden



.

Wie bereits in Toth (2019) angedeutet wurde, genügt also selbst bei Peanozahlen die Linearität der durch Nachfolge- und Vorgänger-Operator definierten Zahlenfolge nicht, um bei Nicht-Koinzidenz von Graphen und ihren Gerüsten mit P(ent) allein operieren zu können, sondern es bedarf einer neuen Klasse von Zahlen, den hier eingeführten Abbildungszahlen P(abb).

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Ontische Sternzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019

Abbilungszahlen und Morphismen

1. Gehen wir von der von Bense (1981, S. 17 ff.) eingeführten Relation der Zeichenzahlen aus

$P = (1, 2, 3)$,

dann ist die spiralzahlige (vgl. Toth 2017a, b, 2018a, b) Darstellung durch Abbildungszahlen (vgl. Toth 2018c) von P im Falle der triadischen Zeichenrelation

1 2 3

und im Falle der tetradischen Zeichenrelation

1 2 3 4 ,

d.h. es ist

$P(\text{abb}, Z^3) = (\alpha \circ \beta) = \beta\alpha$

$P(\text{abb}, Z^4) = (\alpha \circ \beta \circ \gamma) = \gamma\beta\alpha$.

2. Das bedeutet aber, daß die Transformation der von Bense (1975, S. 35 ff.) eingeführten semiotischen Matrix in die Matrix der kategorientheoretischen Morphismen der Semiosen (vgl. dazu Bense 1981, S. 124 ff.)

$$\begin{array}{c|ccc} & .1 & .2 & .3 \\ \hline 1. & 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2. & 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3. & 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} id_1 & \alpha & \beta\alpha \\ \alpha^\circ & id_2 & \beta \\ \alpha^\circ\beta^\circ & \beta^\circ & id_3 \end{pmatrix}$$

durch Reduktion auf die trichotomischen Werte in die Menge der permutationellen Abbildungen

$(1, 2, 3) \quad \rightarrow \quad (\alpha, \beta)$

(1, 3, 2)	→	(βα, β°)
(2, 1, 3)	→	(α°, βα)
(2, 3, 1)	→	(β, α°β°)
(3, 1, 2)	→	(α°β°, α)
(3, 2, 1)	→	(β°, α°)

fdunktioniert. Wie man leicht erkennt, enthält die Permutationsmenge der 6 Paare von Abbildungen lediglich die identitiven Morphismen der kategorientheoretischen Matrix nicht. Daraus bekommen wir das

THEOREM. Abbildungszahlen sind Zahlen, für die keine identitiven Morphismen definiert sind.

Zum Abschluß (und als Aufgabe zum Weiterdenken): Offenbar gilt aber trotz der Absenz identitiver Abbildungen auch für die Abbildungszahlen der logisch 2-wertige Identitätssatz!

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Queneau-Zahlen in der Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2017a

Toth, Alfred, The role of Catherines in Semiotics. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2017b

Toth, Alfred, Spiralzahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2018a

Toth, Alfred, Spiralzahlen permutationeller Zeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2018b

Toth, Alfred, Abbildungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2018c

Graphen für deiktische Peircezahlen

1. Gehen wir wiederum (vgl. Toth 2018a-c) aus von der indizierten Folge der Peanozahlen

$P = (0_1, 1_2, 2_3, ..., n_{n+1})$,

die man vermöge des Satzes von Wiener und Kuratowski (1914) in Paare der Form

$R = (X_i, Y_j)$

mit

$i \leftrightarrow j$ ($i, j \in (1 ... (n+1))$)

zerlegen kann, d.h. in eine Folge von Zahlen, deren nicht-initiale und nicht-terminale Glieder a priori ambige ontische Referenz besitzen.

2. Bekanntlich sind die drei Peirce-Zahlen (vgl. Toth 2010) – von Bense als „Primzeichen" eingeführt (Bense 1981, S. 17 ff.) – die Gültigkeit der Peano-Axiome war bereits in Bense (1975, S. 167 ff.) nachgewiesen worden – eine Teilmenge der Peanozahlen. Da hier eine 3-elementige geordnete Menge vorliegt, können wir die für die Peanozahlen gewonnenen Ergebnisse direkt auf die Peirce-Zahlen übertragen.

2.1. Zunächst bekommen wir, wenn wir von einer 3-elementigen Menge $M = (1, 2, 3)$ ausgehen, bereits für die nicht-eingebettete Menge $3! = 6$ Permutationen

$M_1 = (1, 2, 3)$

$M_2 = (1, 3, 2)$

$M_3 = (2, 1, 3)$

$M_4 = (2, 3, 1)$

$M_5 = (3, 1, 2)$

$M_6 = (3, 2, 1)$.

Aus

$E \rightarrow M^*$

folgen weiterhin

(1, 2, (3))	(1, 3, (2))	(2, 1, (3))	(2, 3, (1))	(3, 1, (2))	(3, 2, (1))
(1, (2), 3)	(1, (3), 2)	(2, (1), 3)	(2, (3), 1)	(3, (1), 2)	(3, (2), 1)
((1), 2, 3)	((1), 3, 2)	((2), 1, 3)	((2), 3, 1)	((3), 1, 2)	((3), 2, 1)
(1, (2, 3))	(1, (3, 2))	(2, (1, 3))	(2, (3, 1))	(3, (1, 2))	(3, (2, 1))
((1), 2, (3))	((1), 3, (2))	((2), 1, (3))	((2), 3, (1))	((3), 1, (2))	((3), 2, (1))
((1, 2), 3)	((1, 3), 2)	((2, 1), 3)	((2, 3), 1)	((3, 1), 2)	((3, 2), 1)
((1, 2, 3))	((1, 3, 2))	((2, 1, 3))	((2, 3, 1))	((3, 1, 2))	((3, 2, 1)),

d.h. wir haben ein 48-tupel für M*, nämlich die 6 nicht-eingebetten und die 42 eingebetteten Permutationen des 3-tupels der Peirce-Zahlen.

2.2. Vermöge

$P = (0_1, 1_2, 2_3, ..., n_{n+1}) = ((X_i, Y_j))$

mit

$i \leftrightarrow j$ (i, j $\in$ (1 ... (n+1))

erhalten wir also wir jedes n-tupel der abstrakten Formen

$\underline{P} = \wp(x, y, z)$

$\underline{P} = \wp(x, y, (z))$

$\underline{P} = \wp(x, (y), z)$

$\underline{P} = \wp((x), y, z)$

$\underline{P} = \wp(x, (y, z))$

$\underline{P} = \wp((x), y, (z))$

$\underline{P} = \wp((x, y), z)$

$\underline{P} = \wp((x, y, z))$

die folgenden deiktischen Peircezahlen-Folgen

$\underline{P}^1 = \wp(x, y, z) = ((x_i, y_i, z_j), (x_i, z_j, y_i), (y_j, x_i, z_i), (y_i, z_j, x_j), (z_j, x_i, y_j), (z_j, y_j, x_i))$

$\underline{P}^2 = \wp(x, y, (z)) = ((x_i, y_i, (z_j)), (x_i, y_j, (z_i)), (x_j, y_i, (z_i)), (x_i, y_j, (z_j)), (x_j, y_i, (z_j)), (x_j, y_j, (z_i)))$

$\underline{P}^3 = \wp(x, (y), z) = ((x_i, (y_i), z_j), (x_i, (y_j), z_i), (x_j, (y_i), z_i), (x_i, (y_j), z_j), (x_j, (y_i), z_j), (x_j, (y_j), z_i))$

$\underline{P}^4 = \wp((x), y, z) = (((x_i), y_i, z_j), ((x_i), y_j, z_i), ((x_j), y_i, z_i), ((x_i), y_j, z_j), ((x_j), y_i, z_j), ((x_j), y_j, z_i))$

$\underline{P}^5 = \wp(x, (y, z)) = ((x_i, (y_i, z_j)), (x_i, (y_j, z_i)), (x_j, (y_i, z_i)), (x_i, (y_j, z_j)), (x_j, (y_i, z_j)), (x_j, (y_j, z_i)))$

$\underline{P}^6 = \wp((x), y, (z)) = (((x_i), y_i, (z_j)), ((x_i), y_j, (z_i)), ((x_j), y_i, (z_i)), ((x_i), y_j, (z_j)), ((x_j), y_i, (z_j)), ((x_j), y_j, (z_i)))$

$\underline{P}^7 = \wp((x, y), z) = (((x_i, y_i), z_j), ((x_i, y_j), z_i), ((x_j, y_i), z_i), ((x_i, y_j), z_j), ((x_j, y_i), z_j), ((x_j, y_j), z_i))$

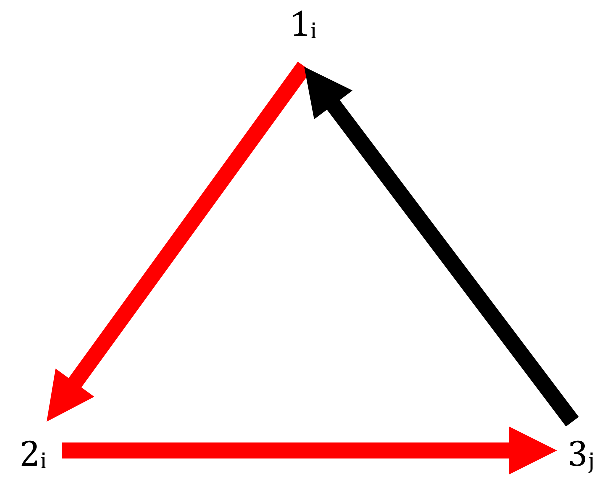
$\underline{P}^8 = \wp((x, y, z)) = (((x_i, y_i, z_j)), ((x_i, y_j, z_i)), ((x_j, y_i, z_i)), ((x_i, y_j, z_j)), ((x_j, y_i, z_j)), ((x_j, y_j, z_i)))$.

3. Die indikatorische Differenz der Teilmengen der 8 Permutationsmengen der fundamentalen Menge der Peircezahlen

$P = (1, 2, 3)$

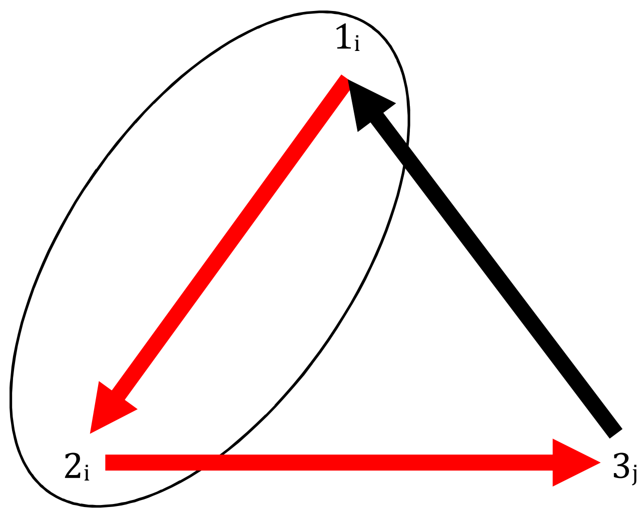
läßt sich wie folgt graphentheoretischen darstellen. Als Beispiel für eine nicht-eingebettete Permutationsmenge stehe

$\underline{P}^1 = \wp(1, 2, 3) = ((1_i, 2_i, 3_j),$



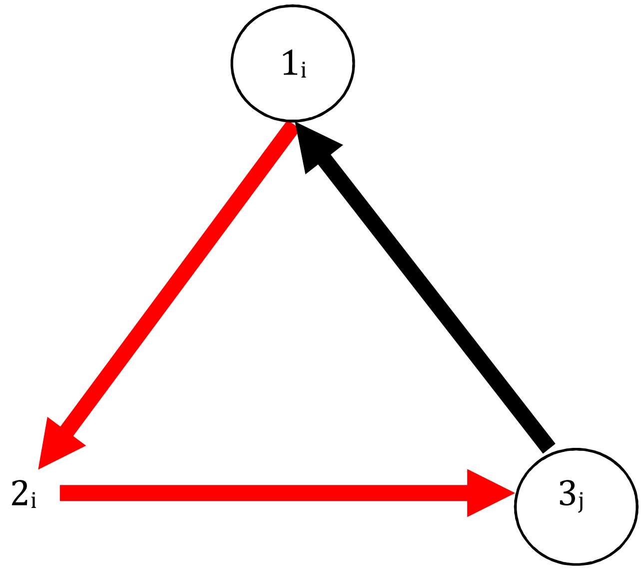
Als Beispiel für eine eingebettete Permutationsmenge stehen

$\underline{P}^7 = \wp((1, 2), 3) = ((1_j, 2_i), 3_j)$



und

$\underline{P}^6 = \wp((1), 2, (3)) = (((1_i), 2_i, (3_j))$



Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Calculus semioticus: Was zählt die Semiotik? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Toth, Alfred, Die L*-Logik für dreielementige Mengen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2018a

Toth, Alfred, Deiktische Peanozahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2018b

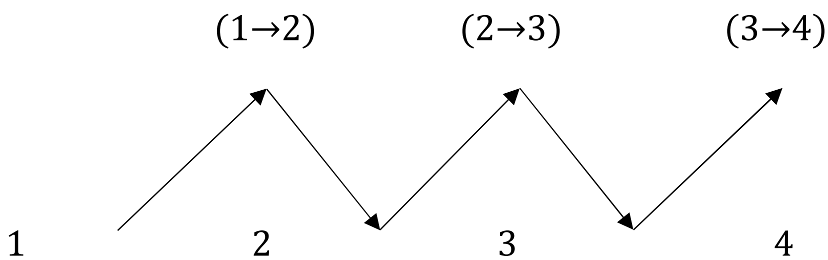
Toth, Alfred, Deiktische Peircezahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2018c

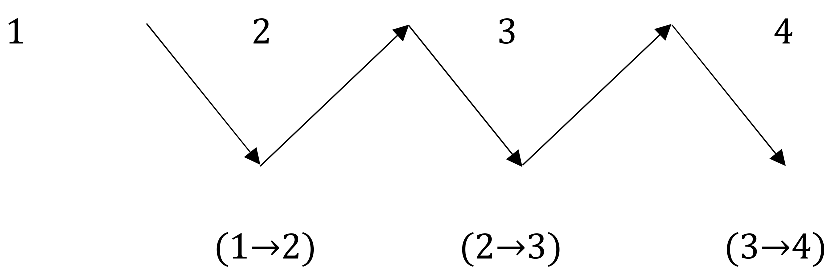
Wiener, Norbert, A simplification of the logic of relations. In: Proceedings of the Cambridge Philosophical Society 17, 1914, S. 387-390

Graphentheoretische Repräsentation von Abbildungszahlen

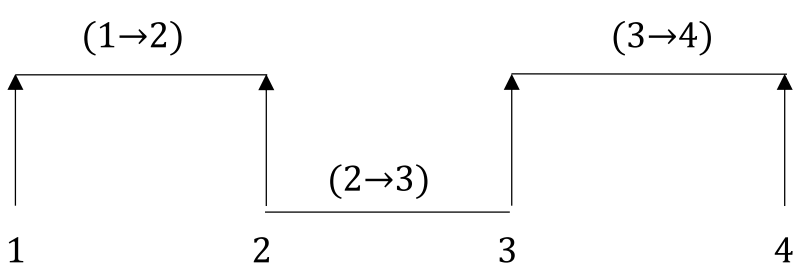
1. Im vorliegenden wird auf eine graphentheoretische Besonderheit der in Toth (2019a-d) eingeführten Abbildungszahlen hingewiesen: die P(abb) können, anders als die Peanozahlen P(ent), nicht nur durch Ecken, sondern auch durch Kanten von Graphen repräsentiert werden. Zu diesem Zweck werden die Zickzackzahlen und die Mäanderzahlen eingeführt. (Man beachte die Ähnlichkeit zwischen den letzteren und den Spiralzahlen. Dazu sind allerdings weitere Untersuchungen nötig.)

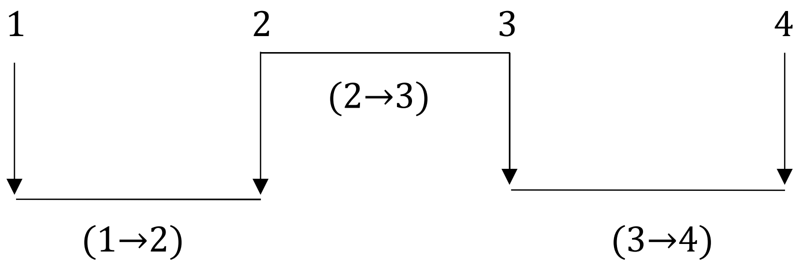
2.1. Zickzackzahlen





2.2. Mäanderzahlen





Literatur

Toth, Alfred, Abbildungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019a

Toth, Alfred, Topologische Modelle für Abbildungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019b

Toth, Alfred, Zweideminesionalität der Abbildungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019c

Toth, Alfred, Abbildungszahlen und Morphismen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019d

Spiralzahlen und Abbildungszahlen von Zeichenklassen

1. In Toth (2019a, b) hatten wir gezeigt, daß Abbildungszahlen auch durch Spiralzahlen augedrückt werden können. Im folgenden wollen wir zweidimensionale Spiralen (vgl. Toth 2019c) zur Darstellung der Zeichenklassen in einer Variante der von Bense (1975, S. 35 ff.) eingeführten semiotischen Matrix benutzen. Wie sich zeigt, genügt die Unterscheidung zwischen 1- und 2-dimensionalen Spiralzahlen nicht, sondern es muß außerdem ihre Stufigkeit unterschieden werden. Grundsätzlich gilt: n-adische Relationen bedingen n-stufige Spiralzahlen, und für $n \geqq 2$ sind diese Spiralzahlen 2-dimensional.

2.1. Darstellung der ersten drei Zeichenklassen

Im folgenden werden die ersten drei Zeichenklassen

ZKl 1 = (3.1, 2.1, 1.1)

ZKl 2 = (3.1, 2.1, 1.2)

ZKl 3 = (3.1, 2.1, 1.3)

durch Spiralzahlen dargestellt. ZKl 1 ist also 1-stufig, ZKl 2 ist 2-stufig, und ZKl 3 ist 3-stufig. ZKl 1 ist 1-dimensional, ZKl 2 und ZKl 3 sind 2-dimensional.

.3	1.3	2.3	3.3
.2	1.2	2.2	3.2
.1	1.1	2.1	3.1
	1.	2.	3.

2.2. Darstellung der eigenrealen Zeichenklasse

Vgl. dazu Bense (1992).

.3	1.3	2.3	3.3
.2	1.2	2.2	3.2
.1	1.1	2.1	3.1
	1.	2.	3.

2.3. Darstellung der Klasse der Genuinen Kategorien

Vgl. dazu Bense (1992).

.3	1.3	2.3	3.3
.2	1.2	2.2	3.2
.1	1.1	2.1	3.1
	1.	2.	3.

3. Darstellung der ersten drei Zeichenklassen durch spiralzahlige Abbildungszahlen

.3	$\beta\alpha$	β	id_3
.2	α	id_2	$\beta°$
.1	id_1	$\alpha°$	$\alpha°\beta°$
	1.	2.	3.

Die Darstellungen 2.1. und 3. sind vermöge Toth (2019c) isomorph.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Spiralzahlen permutationeller Zeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019a

Toth, Alfred, Abbildungszahlen und Morphismen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019b

Toth, Alfred, Zweidimensionalität der Abbildungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019c

Spiralzahlige Darstellung genuiner Subzeichen

1. Genuine Subzeichenzahlen sind nach der Peirce-Bense-Semiotik solche der Form

S = (x.x)

mit x ∈ (1, 2, 3),

d.h. für jedes S gibt es genau einen der drei folgenden identitiven Morphismen

$S_1 = (1. \rightarrow .1) = id_1$

$S_2 = (2. \rightarrow .2) = id_2$

$S_2 = (3. \rightarrow .3) = id_3$.

2. Die Frage ist allerdings, ob es sich hier wirklich um identitive Morphismen handelt, d.h. ob wirklich für jedes S gilt

(x.) → (.x) = (.x) → (x.).

Sollte dies nicht gelten, fällt nämlich, wie Rudolf Kaehr eindrücklich gezeigt hat, der Identitätssatz der Logik. Damit wäre die Semiotik aber nicht mehr monokontextural, da dann alle drei Grundgesetze des Denkens für sie nicht mehr gelten würden.

Im Rahmen seiner Diamantentheorie, welche die polykontexturale Entsprechung der monokontexturalen Kategorientheorie ist, hatte Kaehr (2011, S. 30) die drei fundamentalen Kategorien, auf der die Peirce-Bense-Semiotik basiert, wie folgt redefiniert.

$$\textbf{diam-firstness}: \boldsymbol{A} \mid \boldsymbol{a}$$

$$[a \mid A \mid a]$$

$$\textbf{diam-secondness}: \boldsymbol{A} \longrightarrow \boldsymbol{B} \mid \boldsymbol{c}$$

$$[A \mid a] \| [a \mid A] \longrightarrow [B \mid b] \| [b \mid B] \mid [C \mid c] \| [c \mid C],\ i.e.$$

$$[a \mid A \mid a] \longrightarrow [b \mid B \mid b] \mid [c \mid C \mid c].$$

$$\textbf{diam}-\textbf{thirdness}: \boldsymbol{A \longrightarrow C} \,\Big|\, \mathbf{b_1 \longleftarrow b_2}$$

$$\left[A\middle|a\right]\left|\left[a\middle|A\right]\right. \longrightarrow \left[C\middle|c\right]\left|\left[c\middle|C\right]\right. \Big|\Big| \left[B\middle|b\right]\left|\left[b\middle|B\right]\right._1 \longleftarrow \left[B\middle|b\right]\left|\left[b\middle|B\right]\right._2, \textit{ i.e.}$$

Es muß also für jedes S zwischen A und a unterschieden werden, d.h. es gilt

(x.) → (.x) ≠ (.x) → (x.).

Damit ergeben sich für die drei “genuinen” Subzeichen folgende Paare von spiralzahligen Darstellungen (vgl. zuletzt Toth 2019).

$$\begin{tikzcd} 1 \arrow[rr, bend left] & & 1 & \neq & 1 & & 1 \arrow[ll, bend right] \end{tikzcd}$$

$$\begin{tikzcd} 2 \arrow[rr, bend left] & & 2 & \neq & 2 & & 2 \arrow[ll, bend right] \end{tikzcd}$$

$$\begin{tikzcd} 3 \arrow[rr, bend left] & & 3 & \neq & 3 & & 3 \arrow[ll, bend right] \end{tikzcd}$$

In Sonderheit gibt es dann keine zyklischen Relationen der allgemeinen Form

$$\begin{tikzcd} (x.) \arrow[rr, bend left] & & (.x) \arrow[ll, bend left] & \neq & (x.) \arrow[rr, bend right] & & (.x) \arrow[ll, bend right] \end{tikzcd}$$

mehr. In anderen Worten: Die "genuinen" Subzeichen verhalten sich genau gleich wie die nicht-genuinen:

$$(1.) \rightleftarrows (.2) \quad \neq \quad (2.) \rightleftarrows (.1)$$

$$(1.) \rightleftarrows (.2) \quad \neq \quad (2.) \rightleftarrows (.1)$$

$$(2.) \rightleftarrows (.3) \quad \neq \quad (3.) \rightleftarrows (.2)\ .$$

Literatur

Rudolf Kaehr, Diamond Calculus of Formation of Forms, www.vordenker.de (Sommer Edition 2017) J. Paul (Ed.), URL: http://www.vordenker.de/rk/rk_Diamond-Calculus-of-Formation-of-Forms_2011.pdf

Toth, Alfred, Spiralzahlige Relationen in der semiotischen Matrix. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019

Ein- und zweidimensionale Darstellung semiotischer Morphismen

1. Die kategorientheoretische Semiotik geht bekanntlich auf Bense (1981, S. 124 ff.) zurück. So kann man die Subzeichenzahlen der kleinen Matrix wie folgt durch Morphismen, d.h. durch mathematisch definierte Semiosen substituieren

$(1.1) \leftrightarrow id_1$

$(2.2) \leftrightarrow id_2$

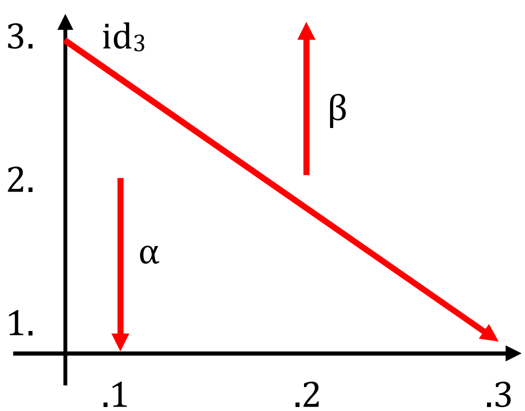
$(3.3) \leftrightarrow id_3$

$(1.2) \leftrightarrow \alpha$ $\qquad$ $(2.1) \leftrightarrow \alpha°$

$(2.3) \leftrightarrow \beta$ $\qquad$ $(3.2) \leftrightarrow \beta°$

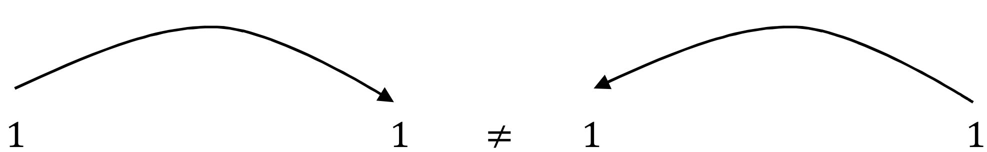
$(1.3) \leftrightarrow \beta\alpha$ $\qquad$ $(3.1) \leftrightarrow \alpha°\beta°$.

Geht man von einer 2-dimensionalen, der benseschen Matrix angenäherten, Darstellugsweise der Subzeichenzahlen aus, so besteht tatsächlich Bijektion zwischen jeder Subzeichenzahl und ihrem Morphismus, vgl. z.B.



.

2. Bedient man sich jedoch der 1-dimensionalen Peanofolge, so benötigt, wie in Toth (2019) dargelegt wurde, jede Subzeichenzahl der Form S = (x.y) ein Paar von Morphismen (selbst dann, wenn x = y) gil, vgl. z.B.



$$\begin{tikzcd} 1 \arrow[r, bend left] & 2 \end{tikzcd} \neq \begin{tikzcd} 1 & 2 \arrow[l, bend right] \end{tikzcd},$$

d.h. es gibt keine Bijektion mehr, da der logische Identitätssatz aufgehoben ist.

3. Bildet man Paare von Subzeichenzahlen aufeinander ab, müssen die triadischen Hauptwerte (x.) und die trichotomischen Stellenwerte (.x) (x, y ∈ (1, 2, 3)) auch bei 2-dimensionaler Darstellung durch Paare von Morphismen dargestellt werden, vgl. etwa

$$\begin{array}{llcll} 1. & .1 & \qquad & 1. & .2 \\ \updownarrow_{\mathrm{id1}} & \updownarrow_{\mathrm{id1}} & & \updownarrow_{\mathrm{id1}} & \updownarrow_{\beta} \\ 1. & .1 & & 1. & .3. \end{array}$$

Wegen der in Toth (2019) gewonnenen Erkenntnisse besteht allerdings auch in diesen Fällen keine Bijektion

$$\begin{array}{llcll} 1. & .1 & \qquad & 1. & .2 \\ \updownarrow_{\mathrm{id1}} & \updownarrow_{\mathrm{id1}} & & \updownarrow_{\mathrm{id1}} & \updownarrow_{\beta} \\ 1. & .1 & & 1. & .3\ . \end{array}$$

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Spiralzahlige Darstellung genuiner Subzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019

Zeichen und Semiosen

1. Nach Bense ist die „Doppelnatur“, zugleich statisch und dynamisch zu sein, auf die Subzeichen der von ihm eingeführten semiotischen Matrix (Bense 1975, S. 35 ff.) beschränkt. Gegeben sei die Menge der Zeichenzahlen (Peirce-Zahlen)

$P = (1, 2, 3)$,

dann wird eine Subzeichenzahl S wie folgt definiert

$S \subset P \times P$,

d.h. jedes S hat die allgemeine Form $S = (x.y)$ mit $x, y \in P$.

Dagegen sind die Elemente von P natürlich statisch definiert, Zahlen werden ja seit eh und je in der Arithmetik als „Objekte“ bzw. „Dinge“ eingeführt (vgl. z.B. Landau 1930, S. 1).

2. Diese „Eindeutigkeit des Anfangens“ ist allerdings ein charakteristisches Merkmal monokontexturaler Systeme. In seiner breit angelegten Studie zum „Vierfachen Anfang“, d.h. zur polykontexturalen Quadralektik, hatte Rudolf Kaehr die Peircezahlen P wie folgt redefiniert.

$\textbf{diam} - \textbf{firstness}: \boldsymbol{A} \,\big|\, \boldsymbol{a}$

$[a|A|a]$

$\textbf{diam} - \textbf{secondness}: \boldsymbol{A} \longrightarrow \boldsymbol{B} \,\big|\, \boldsymbol{c}$

$[A|a]\,\|\,[a|A] \longrightarrow [B|b]\,\|\,[b|B] \;\big|\; [C|c]\,\|\,[c|C]$, *i.e.*

$[a|A|a] \longrightarrow [b|B|b] \;\big|\; [c|C|c]$.

$\textbf{diam} - \textbf{thirdness}: \boldsymbol{A} \longrightarrow \boldsymbol{C} \,\big|\, \mathbf{b_1} \longleftarrow \mathbf{b_2}$

$[A|a]\,\|\,[a|A] \longrightarrow [C|c]\,\|\,[c|C] \;\big|\; [B|b]\,\|\,[b|B]_1 \longleftarrow [B|b]\,\|\,[b|B]_2$, *i.e.*

Es muß also für jedes S zwischen A und a unterschieden werden, d.h. es gilt

$(x.) \rightarrow (.x) \neq (.x) \rightarrow (x.)$.

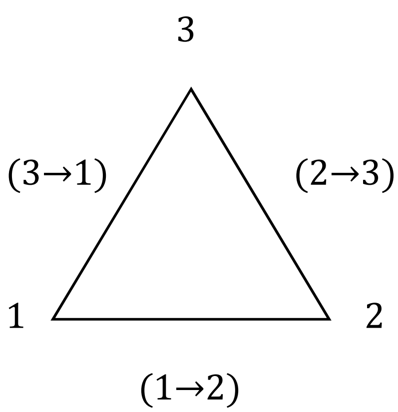
Damit ergibt sich für jedes drei “genuinen” Subzeichen ein Paar von Abbildungen (vgl. Toth 2019a)

$$\begin{tikzcd} (x.) \arrow[r, bend left] & (.x) & \neq & (x.) & (.x) \arrow[l, bend right] \end{tikzcd}$$

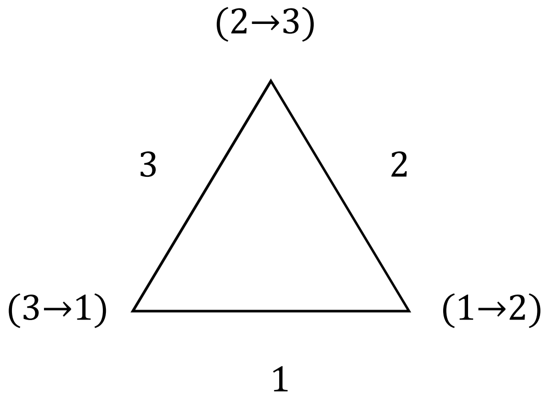
Natürlich ist dieser genuine Fall von y = x auch auf die nicht-genuinen Fälle, bei denen somit y ≠ x gilt, zu verallgemeinern, denn bereits auf monokontexturaler Ebene gilt ja (1.2) ≠ (2.1), (1.3) ≠ (3.1) und (2.3) ≠ (3.2).

3. Damit wird also die „Doppelnatur“, zugleich statisch und dynamisch, oder, wie wir es in Toth (2019b) genannt hatten, gleichzeitig entitätisch und abbildungstheoretisch zu sein, auch auf die monadischen Zeichenzahlen, d.h. auf die P und nicht nur auf seine kartesischen Produkte, ausgedehnt. Im Anschluß an Toth (2019c) kann man den semiotischen Dreieckgraphen nun auf zwei Arten definieren relativ zu seinen Ecken (E) und Kanten (K)

3.1. $E \in P_{ent}$, $K \in P_{abb}$



3.2. $E \in P_{abb}$, $K \in P_{ent}$



Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Landau, Edmund, Grundlagebn der Analysis. Berlin 1930

Kaehr, Rudolf, Diamond Calculus of Formation of Forms, www.vordenker.de (Sommer Edition 2017) J. Paul (Ed.), URL: http://www.vordenker.de/rk/rk_Diamond-Calculus-of-Formation-of-Forms_2011.pdf

Toth, Alfred, Spiralzahlige Darstellung genuiner Subzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019a

Toth, Alfred, Abbildungszahlen und Morphismen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019b

Toth, Alfred, Graphentheoretische Repräsentation von Abbildungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019c

Isomorphie bei abbildungstheoretischen Graphen

1. Nach Bense ist die „Doppelnatur“, zugleich statisch und dynamisch zu sein, auf die Subzeichen der von ihm eingeführten semiotischen Matrix (Bense 1975, S. 35 ff.) beschränkt. Gegeben sei die Menge der Zeichenzahlen (Peirce-Zahlen)

$P = (1, 2, 3)$,

dann wird eine Subzeichenzahl S wie folgt definiert

$S \subset P \times P$,

d.h. jedes S hat die allgemeine Form $S = (x.y)$ mit $x, y \in P$.

Dagegen sind die Elemente von P natürlich statisch definiert, Zahlen werden ja seit eh und je in der Arithmetik als „Objekte“ bzw. „Dinge“ eingeführt (vgl. z.B. Landau 1930, S. 1).

2. Diese „Eindeutigkeit des Anfangens“ ist allerdings ein charakteristisches Merkmal monokontexturaler Systeme. In seiner breit angelegten Studie zum „Vierfachen Anfang“, d.h. zur polykontexturalen Quadralektik, hatte Rudolf Kaehr die Peircezahlen P wie folgt redefiniert.

diam – firstness : $A \mid a$

$[a \mid A \mid a]$

diam – secondness : $A \longrightarrow B \mid c$

$[A \mid a] \| [a \mid A] \longrightarrow [B \mid b] \| [b \mid B] \mid [C \mid c] \| [c \mid C]$, *i.e.*

$[a \mid A \mid a] \longrightarrow [b \mid B \mid b] \mid [c \mid C \mid c]$.

diam – thirdness : $A \longrightarrow C \mid b_1 \longleftarrow b_2$

$[A \mid a] \| [a \mid A] \longrightarrow [C \mid c] \| [c \mid C] \mid [$
$B \mid b] \| [b \mid B]_1 \longleftarrow [B \mid b] \| [b \mid B]_2$, *i.e.*

Es muß also für jedes S zwischen A und a unterschieden werden, d.h. es gilt

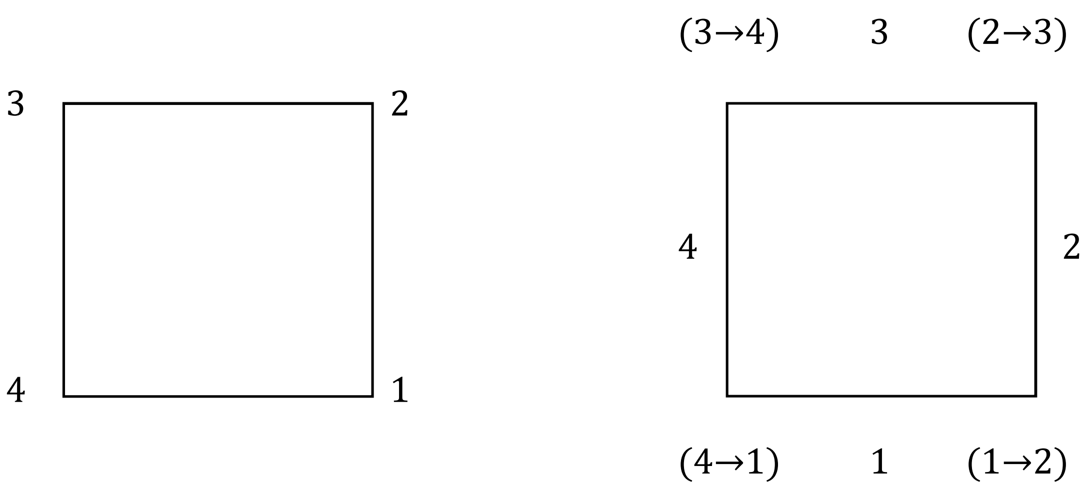
$(x.) \rightarrow (.x) \neq (.x) \rightarrow (x.)$.

Damit ergibt sich für jedes drei "genuinen" Subzeichen ein Paar von Abbildungen (vgl. Toth 2019a)

$$(x.) \longrightarrow (.x) \quad \neq \quad (x.) \longleftarrow (.x)$$

Natürlich ist dieser genuine Fall von y = x auch auf die nicht-genuinen Fälle, bei denen somit y ≠ x gilt, zu verallgemeinern, denn bereits auf monokontexturaler Ebene gilt ja (1.2) ≠ (2.1), (1.3) ≠ (3.1) und (2.3) ≠ (3.2).

3. Damit wird also die „Doppelnatur", zugleich statisch und dynamisch, oder, wie wir es in Toth (2019b) genannt hatten, gleichzeitig entitätisch und abbildungstheoretisch zu sein, auch auf die monadischen Zeichenzahlen, d.h. auf die P und nicht nur auf seine kartesischen Produkte, ausgedehnt. Im Anschluß an Toth (2019c) hatten wir in Toth (2019d) gezeigt, daß man den semiotischen Dreieckgraphen relativ zu seinen Ecken (E) und Kanten (K) auf zwei Arten definieren kann, nämlich mit P_{ent} und mit P_{abb}. Dies gilt selbstverständlich auch für die übrigen ontisch invarianten geometrischen Relationen (vgl. Toth 2015). Nehmen wir als Beispiel im Anschluß an Kaehr (2011) den Vierecksgraphen der tetradischen Zeichenrelation.



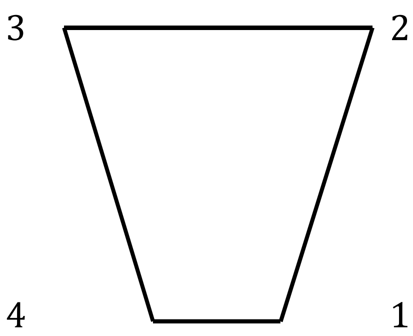
Die Abbildungszahlen im Graph zur Linken sind also

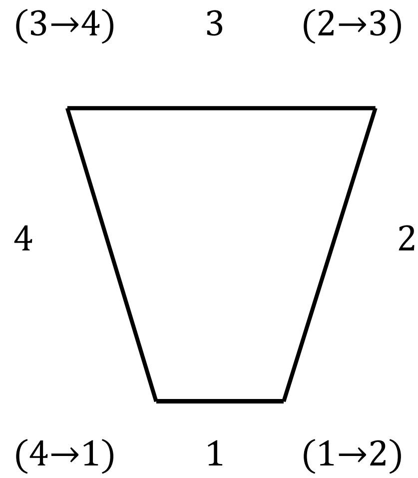
P_{ent} = ((1→2), (2→3), (3→4), (4→1)

und diejenigen im Graph zur Rechten

$P_{ent} = (1, 2, 3, 4)$.

Nun schauen wir uns aber die ebenfalls ontisch invariante Übereckrelation an.





Wie man sofort sieht, besteht also zwischen tetragonalen und übereckrelationalen ontisch invarianten geometrischen Relationen sogar paarweise Isomorphie.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Landau, Edmund, Grundlagen der Analysis. Berlin 1930

Kaehr, Rudolf, Diamond Calculus of Formation of Forms, www.vordenker.de (Sommer Edition 2017) J. Paul (Ed.), URL: http://www.vordenker.de/rk/rk_Diamond-Calculus-of-Formation-of-Forms_2011.pdf

Toth, Alfred, Grundlagen einer qualitativen ontischen Geometrie I-IX. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Toth, Alfred, Spiralzahlige Darstellung genuiner Subzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019a

Toth, Alfred, Abbildungszahlen und Morphismen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019b

Toth, Alfred, Graphentheoretische Repräsentation von Abbildungszahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019c

Toth, Alfred, Zeichen und Semiosen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019d

Die kategorientheoretische Struktur der semiotischen 2×3-Matrix

1. In Toth (2019) hatten wir argumentiert, daß die Definition der drittheitlichen Trichotomie überflüssig und zudem inkonsistent ist, weil sie erstens die logische Subjektposition repräsentiert, aber von Peirce, Bense und Walther (1979) topologisch und logisch definiert wird. Zweitens weil der Zusammenhang von Zeichen ein Problem einer Zeichensyntax ist, aber keine Eigenschaft des Zeichens selbst (vgl. Klaus 1962). Bense selbst hatte das Zeichen wiederholt rein mathematisch definiert, so etwa kategorientheoretisch in (1979, S. 53 u. 67) oder zahlentheoretisch in (1981, S. 17 ff.). Drittens lassen sich die ersten zwei Trichotomien durch

(x.1): $Z = f(\Omega)$

(x.2): $Z = f(\omega, t)$

(x.3): $Z \neq f(\Omega)$

mit $x \in (1, 2)$ definieren, was jedoch für die dritte Trichotomie nicht möglich ist, da der Zusammenhang von Zeichen keine Funktion des Objektes, sondern eine solche einer Menge von Zeichen ist

$Z = f((Z))$.

Für den Trivialfall, daß die Menge aus dem Zeichen selbst besteht, gilt dann natürlich

$Z = f(Z)$.

Es genügt also völlig, von der semiotischen 2×3-Teilmatrix

	.1	.2	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3

auszugehen und jedes Subzeichen der Form

$S = (x.y)$

mit $x \in (1, 2)$ und $y \in (1, 2, 3)$

durch

(x.1) = f(Ω)

(x.2) = f(ω, t)

(x.3) ≠ f(Ω)

zu definieren. Ein offener Konnex kann dann definiert werden durch

(x.y),

ein abgeschlossener Konnex durch

(x.y] oder [x.y)

und ein vollständiger Konnex durch

[x.y].

2. Wenn wir nun die 2 × 3-Matrix

	.1	.2	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3

betrachten, so erkennen wir, daß sie eine Teilmatrix der benseschen 3 × 3-Matrix ist

	.1	.2	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3 .

Hier ist also auf jedes Subzeichen bijektiv ein semiotischer Morphismus abbildbar (vgl. Toth 1997, S. 19 ff.)

(1.1)	↔	id_1	(2.2)	↔	id_2	(3.3)	↔	id_3
(1.2)	↔	α	(2.1)	↔	α°			
(2.3)	↔	β	(3.2)	↔	β°			

$(1.3) \leftrightarrow \beta\alpha \qquad (3.1) \leftrightarrow \alpha°\beta°$.

Ferner gibt es zu jedem nicht-identitiven Morphismus einen konversen Morphismus, und jede der drei semiotischen Kategorien besitzt einen identitiven Morphismus. Der triadisch-trichotomischen Semiotik liegt somit eine Logik zugrunde, die nicht nur 1 Identität besitzt, wie es die 2-wertige aristotelische Logik tut, sondern die über 3 Identitäten verfügt.

Dies gilt nun allerdings nicht für die dyadisch-trichotomische Semiotik, denn hier zeigt sich uns folgendes Bild

	.1	.2	.3
1.	id_1	α	$\beta\alpha$
2.	$\alpha°$	id_2	β.

In Sonderheit verfügt also die topologische Zeichenrelation nur über 2 Identitäten. Damit fallen die für die Bense-Semiotik zentralen Eigenschaften der Eigenrealität und der Kategorienrealität (vgl. Bense 1992) weg.

Die bensesche Kategorie des rhematischen Interpretantenbezuges wird statt durch $\alpha°\beta°$ durch (x.y), diejenige des dicentischen Interpretantenbezuges statt durch $\beta°$ entweder durch (x.y] oder durch [x.y), und diejenige des argumentischen Interpretantenbezuges statt der dritten Identität id_3 durch [x.y] ausgedrückt. Damit sind also auch die in der Bensesemiotik dualen Relationen

$\times(1.3) = (3,1)$

$\times(2.3) = (3.2)$

sinnlos, denn durch Dualisation einer semiotischen Kategorie kann natürlich kein topologischer Abschluß (et vice versa) erzeugt werden.

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Klaus, Georg, Semiotik. Berlin (DDR) 1962, 4. Aufl. München 1973

Toth, Alfred, Entwurf einer semiotisch-relationalen Grammatik. Tübingen 1997

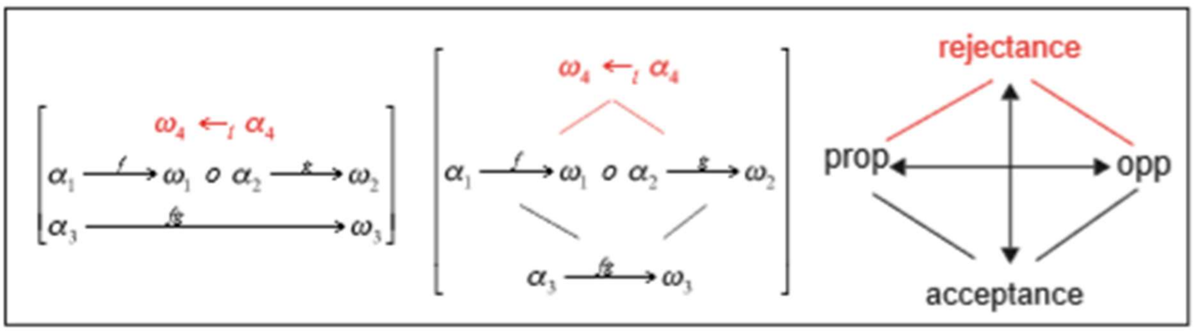
Toth, Alfred, Was und wie repräsentieren semiotische Trichotomien? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Konkatenation und Saltisition

1. Kaehr (2007a, S. 19) führte polykontexturale Kategorien, von ihm als „diamonds" bezeichnet, zunächst anhand eines konkreten Beispieles ein

und gab hernach die drei folgenden äquivalenten kategorientheoretischen und logischen Modelle.



Die zugehörigen formalen Definitionen sind Kaehr (2007b, S. 53) entnommen.

Bridge and Bridging Conditions BC

1. $\forall k, l, n \in HET, \forall f, g, h \in MORPH:$

a. composition

$g \circ f, g \circ h,$

$(h \circ g) \circ f, h \circ (g \circ f) \in MC,$

b. saltisition

$l \parallel k, n \parallel l,$

$n \parallel (l \parallel k), (n \parallel l) \parallel k \in \overline{MC},$

c. bridges

$g \perp k, l \perp g,$

$(l \perp g) \perp k, l \perp (g \perp k)$ are in $\widehat{BC}$.

d. bridging

$g \bullet k,\ l \bullet g,$

$(l \bullet g) \bullet k,\ l \bullet (g \bullet k)$ are in BC.

2. $(g \bullet k) \in BC$ iff $dom(k) = diff(dom(g))$,

$(l \bullet g) \in BC$ iff $cod(l) = diff(cod(g))$,

$(l \bullet g \bullet k) \in BC$ iff $(g \bullet k), (l \bullet g) \in BC$.

3. $(g \perp k) \in \widehat{BC}$ iff $diff(dom(k)) = dom(g)$,

$(l \perp g) \in \widehat{BC}$ iff $diff(cod(l)) = cod(g)$,

$(l \perp g \perp k) \in \widehat{BC}$ iff $(g \perp k), (l \perp g) \in \widehat{BC}$.

Die Saltisition, d.h. der Heteromorphismus

$\omega_4 \leftarrow_l \alpha_4$,

korrespondiert somit als Sprung (jump) der Konkatenation (composition) der beiden Morphismen

$\alpha_1 \rightarrow_f \omega_1 \circ \alpha_2 \rightarrow_g \omega_2$.

In Kaehr (2007a, S. 20) erfolgt eine weitere terminologische Spezifikation.

In contrast, within Diamond theory, for the very first time, additional to the category theory and in an interplay with it, the *gaps and jumps* involved are complementary to the connectedness of compositions. The counter-movements of compositions are generating jumps. In our diagram: between the red arrows *l* and *k* there is no connectedness but a gap which needs a jump. We can bridge the separated arrows by the red arrow *(kl)*, which is a balancing act over the gap, called *spagat*. If we want to compromise, we can build a *risky bridge*: *(lgk)*, which is involving acceptional and the rejectional arrows. Both together, *connectedness* and *jumps*, are forming the diamond structure of any journey.

Auf unser Modell übertragen, bedeutet das also, daß der Heteromorphismus einen Sprung über eine Kluft (gap) durch einen Spagat darstellt. Eine risky bridge (RB) ist demnach die Abbildung der Konkatenation auf die Saltisition

RB = $(\alpha_1 \rightarrow_f \omega_1 \circ \alpha_2 \rightarrow_g \omega_2) \rightarrow (\omega_4 \leftarrow_l \alpha_4)$.

2. Im folgenden sollen die Relationen zwischen Konkatenation und Saltisition anhand von polykontexturalsemiotischen (vgl. Toth 2019) Diamonds aufgezeigt werden. Wir gehen aus von der Definition der dyadischen topologischen Zeichenrelation

$ZR^{2,n} = ((w.x), (y.z))$

für n = 3.

2.1. Diamonds von monadischen semiotischen Relationen

Als Beispiel stehe

$(1.2) \circ (2.3) = ((1.2), (2.3))$.

Der zugehörige Diamond ist

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & (2.)_4 & \leftarrow_l & (.2)_4 & & \\
(1.)_1 & \rightarrow_f & (.2)_1 & \circ & (.2)_2 & \rightarrow_g & (.3)_2 \\
 & & (1.)_3 & \rightarrow_{fg} & (.3)_3 & &
\end{array}$$

2.2. Diamonds von dyadischen semiotischen Relationen

Als Beispiel stehe

$((1.1, 2.2)) \circ ((2.2), (1.3))$

Der zugehörige Diamond ist

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & (2.2)_4 & \leftarrow_l & (2.2)_4 & & \\
(1.1)_1 & \rightarrow_f & (2.2)_1 & \circ & (2.2)_2 & \rightarrow_g & (1.3)_2 \\
 & & (1.1)_3 & \rightarrow_{fg} & (1.3)_3 & &
\end{array}$$

d.h. es gilt

$(2.2)_1 \neq (2.2)_2$

und

$(1.1)_3 \rightarrow_{fg} (1.3)_3 \neq ((1.1)_3 \rightarrow_{gf} (1.3)_3)°$,

da

$((1.1)_3 \rightarrow_{gf} (1.3)_3)° = (2.2)_4 \leftarrow_{l} (2.2)_4$.

Literatur

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007a

Kaehr, Rudolf, Steps towards a Diamond Category Theory. Glasgow 2007b

Toth, Alfred, Grundlegung einer polykontexturalen Semiotik. Tucson, AZ, 2019

Die Nichtidentität identitiver semiotischer Morphismen

1. Während die 2-wertige aristotelische Logik nur 1 Identität besitzt, besitzt die bensesche Semiotik drei Identitäten, die durch die identitiven Morphismen id_1, id_2 und id_3 ausgedrückt werden. Ferner läßt sich das System der 10 Zeichenklassen und ihrer dual koordinierten Realitätsthematiken als „determinantensymmetrisches Dualitätssystem" (E. Walther) darstellen, vgl. die folgende Figur aus Bense (1992, S. 76).

Zkl			Rth			Rpw	
3.1	2.1	1.1	1.1	1.2	1.3	9	
3.1	2.1	1.2	2.1	1.2	1.3	10	Mittel
3.1	2.1	1.3	3.1	1.2	1.3	11	
3.1	2.2	1.2	2.1	2.2	1.3	11	
3.2	2.2	1.2	2.1	2.2	2.3	12	Objekt
3.2	2.2	1.3	3.1	2.2	2.3	13	
3.1	2.3	1.3	3.1	3.2	1.3	13	
3.2	2.3	1.3	3.1	3.2	2.3	14	Interpretant
3.3	2.3	1.3	3.1	3.2	3.3	15	
3.1	2.2	1.3	3.1	2.2	1.3	12	Eigenrealität

Hier gilt also

$\times(3.1, 2.2, 1.3) = (3.1, 2.2\ 1.3)$,

d.h. die Semiotik ist trotz ihrer drei identitäten (1.1), (2.2) und (3.3) immer noch monokontextural. (Daraus folgt übrigens der wichtige und bisher unbekannte Satz, DAß DIE ANZAHL VON IDENTITÄTEN PRIMÄR UNABHÄNGIG VON DER DISTINKTION DER KONTEXTURALITÄT EINER LOGIK IST!)

2. Bereits Kaehr (2009) hatte allerdings im Rahmen seiner Diamantentheorie gezeigt, daß kontexturierte Zeichenklassen keine identitiven Morphismen besitzen. Hier gilt also

$\times(1.1_{1.3}) \neq (1.1_{3.1})$

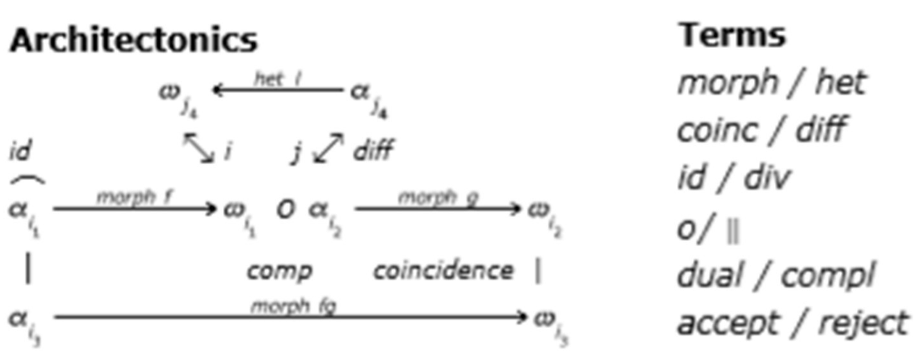
$\times(2.2_{1.2}) \neq (2.2_{2.1})$

$\times(3.3_{2.3}) \neq (3.3_{3.2})$

Daraus lassen sich nun weitreichende Schlüsse ziehen. Wenn nicht einmal die Dualität identitiver Morphismen identisch ist, dann sind es umso weniger die Paare aus nicht-identitiven Morphismen und ihren „Heteromorphismen“. Die übliche Definition einer algebraischen Kategorie muß daher nach Kaehr durch eine „Saltatorie“ erweitert werden. Das Gesamt aus Kategorie und Saltatorie nennt Kaehr einen „diamond“, vgl. das folgende anschauliche Beispiel aus Kaehr (2007a, S. 19).

Wenn ich also von Dublin z.B. mit dem Zug nach Glasgow fahre, in Glasgow umsteige und nach London weiterfahre, dann entspricht der Komposition der Codomäne „Glasgow“ und der Domäne „Glasgow“ eine konverse Komposition aus der Domäne „Glasgow“ und der Codomäne „Glasgow“. D.h. daß Glasgow zweimal als Domäne und als Codomäne auftritt. Jede Bewegung von A nach B ist also mit einer Bewegung von B nach A verknüpft. Oder anders ausgedrückt: Je mehr ich mich von A aus B nähere, umso mehr entferne ich mich von B aus A. So haben wir also im obigen Schema in den schwarzen Pfeilen Morphismen, im roten Pfeil aber einen in der monokontexturalen Kategorientheorie nicht definierten Heteromorphismus vor uns.

Formal sieht die Architektur eines Diamanten wie folgt aus (vgl. 2007a, S. 30).



In Sonderheit ist also ein Heteromorphimus nicht die Konverse der Komposition der beiden Morphismen, d.h.

het(f, g) ≠ ∘((f, g) = gf).

Diese Ungleichung gilt also, wie oben bereits dargestellt, nicht nur für die monokontexturalen nicht-identitiven Morphismen, die auch unkontexturiert ungleich sind

×(1.2) ≠ (2.1)

×(1.3) ≠ (3.1)

×(2.3) ≠ (3.2),

sondern auch für die kontexturierten identitiven Morphismen. Als Beispiel stehe der Diamant von (1.1)

$$
\begin{array}{ccccccc}
 & & 1_1 & {}_h\leftarrow & 1_3 & & \\
 & \nearrow & & & & \nwarrow & \\
1_1 & \rightarrow_f & 1_1 & \circ & 1_3 & \rightarrow_g & 1_3 \\
\downarrow & & & & & & \downarrow \\
1_1 & & & \rightarrow_{gf} & & & 1_3
\end{array}
\;.
$$

Somit stellt die hetermorphe Abbildung

$1_1 \quad {}_h\leftarrow \quad 1_3$

innerhalb des Diamanten die zeicheninterne Umgebung der semiosischen (morphismischen) Abbildng f ∘ g = gf dar mit

$(gf)^{-1} \neq h$.

Der Diamant wird damit zum kategorial-saltatorialen Zeichenmodell, das Kaehr (2007b) für eine tetradische Zeichenrelation wie folgt definiert hatte

Diamond – Semiotics

diam – firstness: $A \mid a$
diam – secondness: $A \longrightarrow B \mid c$
diam – thirdness: $A \longrightarrow C \mid b_1 \longleftarrow b_2$
diam – forthness: $A \longrightarrow D \mid b_1 \longleftarrow b_2 \parallel c_1 \longleftarrow c_2$
diam – zeroness: $\phi \mid \varnothing$

Wie man erkennt, hat sogar die von Bense (1975) eingeführte Nullheit eine von ihr kontextural geschiedene zeicheninterne Umgebung. Da wir in der Ontik zum Schluß gekommen waren, daß Identität nur in der Form von Selbstidentität auftreten kann – da logisch gesehen Identität eine 1-stellige, Gleichheit und Verschiedenheit aber aber 2-stellige Relationen sind –, bedeutet also die kaehrsche Entdeckung der Hetermorpismen und damit der Saltatorien die Aufhebung jeglicher Form von Identität.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

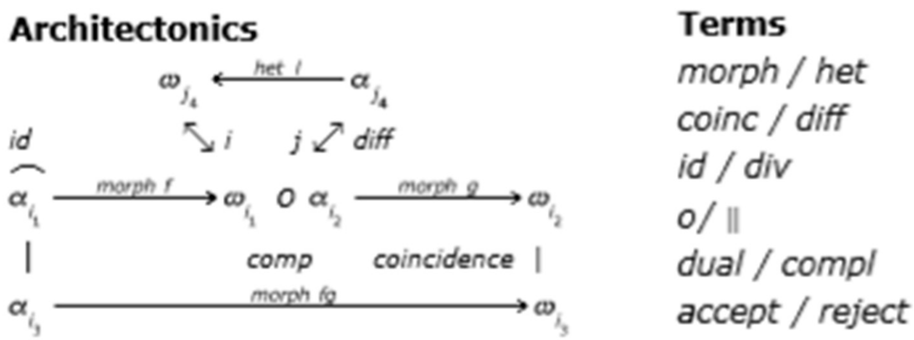
Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007 (= 2007a)

Kaehr, Rudolf, Steps Towards A Diamond Category Theory. Glasgow 2007 (= 2007b)

Kaehr, Rudolf, Interactional operators in diamond semiotics. In: ThinkArtLab, Glasgow, 2009

Anegorien

1. Nach Kaehr korrespondiert jeder Komposition eines Paares von Morphismen ein sog. Heteromorphismus. Das algebraische Modell einer Kategorie muß daher um dasjenige einer „Saltatorie“ ergänzt werden. Die Einheit aus Kategorie und Saltatorie nennt Kaehr „diamond“ (vgl. Kaehr 2007, S. 30).



In Sonderheit ist also ein Heteromorphimus nicht die Konverse der Komposition der beiden Morphismen

$\mathrm{het}(f, g) \neq \circ((f, g) = gf)$,

d.h. es gilt

$(gf)^{-1} \neq h$.

2. Selbstverständlich sind Heteromorphismen auch für identitive Morphismen gültig. Betrachten wir dazu den Diamanten aus Toth (2019)

$$\begin{array}{ccccccc} & & 1_1 & {}_{h}\leftarrow & 1_3 & & \\ & \nearrow & & & & \nwarrow & \\ 1_1 & \rightarrow_{f} & 1_1 & \circ & 1_3 & \rightarrow_{g} & 1_3 \\ \downarrow & & & & & & \downarrow \\ 1_1 & & & \rightarrow_{gf} & & & 1_3 \ . \end{array}$$

Wir konstruieren daher den zum folgenden Diamanten dualen „Diamanten“, den wir in Analogie zu „Kategorie“ als „Anegorie“ bezeichnen wollen

$$
\begin{array}{ccccccc}
1_1 & \rightarrow_f & 1_1 & \circ & 1_3 & \rightarrow_g & 1_3 \\
 & \nwarrow & & & & \nearrow & \\
 & & 1_1 & {}_h\leftarrow & 1_3 & & \\
 & \swarrow & & & & \searrow & \\
1_1 & & & \rightarrow_{gf} & & & 1_3\ .
\end{array}
$$

Bei Anegorien werden also die Relationen von Kategorien und Saltatorien insofern umgekehrt, als nun nicht von den morphismischen Abbildungen, sondern von der heteromorphismischen Abbildung ausgegangen wird. Während in einem Diamanten also

$f \circ g = gf \parallel h$

gilt, gilt in dem ihm dualen Diamanten

$h \parallel gf \parallel f \circ g.$

Während beim Diamanten die beiden im folgenden Schema rot und blau eingezeichneten Abbildungen

$$
\begin{array}{ccccccc}
 & & 1_1 & {}_h\leftarrow & 1_3 & & \\
 & \nearrow & & \uparrow & & \nwarrow & \\
1_1 & \rightarrow_f & 1_1 & \circ & 1_3 & \rightarrow_g & 1_3 \\
\downarrow & & & \downarrow & & & \downarrow \\
1_1 & & & \rightarrow_{gf} & & & 1_3\ .
\end{array}
$$

als „bridging“ (rot) und „bridge“ (blau) bezeichnet werden, weist der duale Diamant nur bridgings auf

$$
\begin{array}{ccccccc}
1_1 & \rightarrow_f & 1_1 & \circ & 1_3 & \rightarrow_g & 1_3 \\
 & \nwarrow & & \uparrow & & \nearrow & \\
 & & 1_1 & {}_h\leftarrow & 1_3 & & \\
 & \swarrow & & \downarrow & & \searrow & \\
1_1 & & & \rightarrow_{gf} & & & 1_3\ .
\end{array}
$$

Akzeption steht also beim dualen Diamanten nicht mehr zentral und der Rejektion gegenüber, sondern sie wird zwiefach aus der zentralen Rejektion hergeleiet, einmal durch die Operation der Komposition der Morphismen und einmal durch den komponierten Morphismus selbst. Im Zentrum steht also nicht mehr das Ich, das Du und ihre Komposition zum Wir, sondern das ihm gegenübergestellte Andere. Nicht die kaehrschen „Abjekte“ werden aus den kategorialen Objekten hergeleietet, sondern die letzteren aus den ersteren.

Literatur

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007

Toth, Alfred, Die Nichtidentität identitiver semiotischer Morphismen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019

Ontik, Semiotik und Kenogrammatik als Kategorie

1. Im folgenden zeigen wir, daß sich das Tripel von Ontik, Semiotik und Kenogrammatik (vgl. zur Keno- und Morphogrammatik Kronthaler 1986, Kaehr/ Mahler 1992) als Kategorie darstellen läßt. Auf Kronthaler (1992) geht bekanntlich die Idee zurück, die Semiotik auf die Kenogrammatik zurückzuführen. Rein theoretisch betrachtet, stellt sich bei der von der Kenogrammatik vorausgesetzten Proömialrelation das Problem, daß die unterhalb von ihr liegende Ebene der Kenogramme und Morphogramme keine Unterscheidung von Zeichen und Objekt mehr zuläßt, bildet sie doch gerade die gemeinsame abstrakte Struktur von ihnen. Dennoch konnte Kaehr (2009) zeigen, daß es möglich ist, eine polykontexturale Semiotik durch Kontexturierung der Subzeichen zu konstruieren. Ich zeigte in Toth (2019a), daß man auch auf direktem Wege eine polykontexturale Semiotik konstruieren kann, indem man man von einer dyadisch-trichotomischen Zeichenrelation ausgeht, also den Interpretantenzug nicht mehr kategorial, sondern topologisch definiert. Damit lassen sich auch die Modelle von Kaehr und Toth miteinander vereinigen, denn wie in Toth (2019b) gezeigt worden waren, kann die Isomorphie beider Modelle durch Transformation des peirceschen in das topologische Zeichenmodell auf relativ einfache Weise dargestellt werden (vgl. Toth 2019c).

2. Somit stehen wir vor dem, monokontural gesehen, Paradox, daß zwar einerseits die Kenogrammatik keine Unterscheidung von Zeichen und Objekt kennt, daß man andererseits aber die ihnen gemeinsamen Morphogrammsrukturen dennoch mit ontischen und mit semiotischen Werten belegen kann. Man kann somit die folgende Kategorie konstruieren.

$$\begin{tikzcd}
\text{Ontik} \arrow[r, "f"] \arrow[dr, "gf"'] & \text{Semiotik} \arrow[d, "g"] \\
& \text{Keno}
\end{tikzcd}$$

2.1. Die Abbildungen der Ontik auf die Semiotik

Wir gehen aus von der Abbildung der ontischen Kategorien (vgl. Toth 2019d)

f_1: Mat → (1.1)

f_2: Str → (1.2)

f_3: Obj → (1.3)

f_4: Sys → (2.1)

f_5: Abb → (2.2)

f_6: Rep → (2.3)

2.2. Die Abbildungen der Semiotik auf die Kenogrammatik

Vgl. dazu Toth (2019a, S. 20 ff.)

1. (1.1, 2.1)-System

1.1. R-System

(○)(○○○)	((○))(○○○)	(○)((○○○))	((○○○))(○)	(○○○)((○))	((○))((○○○))
(○)(○○○]	((○))(○○○]	(○)((○○○)]	((○○○))(○]	(○○○)((○)]	((○))((○○○)]
(○)[○○○)	((○))[○○○)	(○)[(○○○))	((○○○))[○)	(○○○)[(○))	((○))[(○○○))
(○)[○○○]	((○))[○○○]	(○)[(○○○)]	((○○○))[○]	(○○○)[(○)]	((○))[(○○○)]

(○](○○○)	((○)](○○○)	(○]((○○○))	((○○○)](○)	(○○○]((○))	((○)]((○○○))
(○](○○○]	((○)](○○○]	(○]((○○○)]	((○○○)](○]	(○○○]((○)]	(○]((○○○)]
(○][○○○)	((○)][○○○)	(○][(○○○))	((○○○)][○)	(○○○][(○))	((○)][(○○○))
(○][○○○]	((○)][○○○]	(○][(○○○)]	((○○○)][○]	(○○○][(○)]	((○)][(○○○)]

[○)(○○○)	[(○))(○○○)	[○)((○○○))	[(○○○))(○)	[○○○)((○))	[(○))((○○○))
[○)(○○○]	[(○))(○○○]	[○)((○○○)]	[(○○○))(○]	[○○○)((○)]	[(○))((○○○)]
[○)[○○○)	[(○))[○○○)	[○)[(○○○))	[(○○○))[○)	[○○○)[(○))	[(○))[(○○○))
[○)[○○○]	[(○))[○○○]	[○)[(○○○)]	[(○○○))[○]	[○○○)[(○)]	[(○))[(○○○)]

[○](○○○)	[(○)](○○○)	[○]((○○○))	[(○○○)](○)	[○○○]((○))	[(○)]((○○○))
[○](○○○]	[(○)](○○○]	[○]((○○○)]	[(○○○)](○]	[○○○]((○)]	[(○)]((○○○)]
[○][○○○)	[(○)][○○○)	[○][(○○○))	[(○○○)][○)	[○○○][(○))	[(○)][(○○○))
[○][○○○]	[(○)][○○○]	[○][(○○○)]	[(○○○)][○]	[○○○][(○)]	[(○)][(○○○)].

1.2. R*-System

(○○○)(○)	((○○○))(○)	(○○○)((○))	((○))(○○○)	(○)((○○○))	((○○○))((○))
(○○○)(○]	((○○○))(○]	(○○○)((○)]	((○))(○○○]	(○)((○○○)]	((○○○))((○)]
(○○○)[○)	((○○○))[○)	(○○○)[(○))	((○))[○○○)	(○)[(○○○))	((○○○))[(○))
(○○○)[○]	((○○○))[○]	(○○○)[(○)]	((○))[○○○]	(○)[(○○○)]	((○○○))[(○)]

(○○○](○)	((○○○)](○)	(○○○]((○))	((○)](○○○)	(○]((○○○))	((○○○)]((○))
(○○○](○]	((○○○)](○]	(○○○]((○)]	((○)](○○○]	(○]((○○○)]	(○○○]((○)]
(○○○][○)	((○○○)][○)	(○○○][(○))	((○)][○○○)	(○][(○○○))	((○○○)][(○))
(○○○][○]	((○○○)][○]	(○○○][(○)]	((○)][○○○]	(○][(○○○)]	((○○○)][(○)]

[○○○)(○)	[(○○○))(○)	[○○○)((○))	[(○))(○○○)	[○)((○○○))	[(○○○))((○))
[○○○)(○]	[(○○○))(○]	[○○○)((○)]	[(○))(○○○]	[○)((○○○)]	[(○○○))((○)]
[○○○)[○)	[(○○○))[○)	[○○○)[(○))	[(○))[○○○)	[○)[(○○○))	[(○○○))[(○))
[○○○)[○]	[(○○○))[○]	[○○○)[(○)]	[(○))[○○○]	[○)[(○○○)]	[(○○○))[(○)]

[○○○](○) [(○○○)](○) [○○○]((○)) [(○)](○○○) [○]((○○○)) [(○○○)]((○))
[○○○](○] [(○○○)](○] [○○○]((○)] [(○)](○○○] [○]((○○○)] [(○○○)]((○)]
[○○○][○) [(○○○)][○) [○○○][(○)) [(○)][○○○) [○][(○○○)) [(○○○)][(○))
[○○○][○] [(○○○)][○] [○○○][(○)] [(○)][○○○] [○][(○○○)] [(○○○)][(○)]

2. (1.1, 2.2)-System

2.1. R-System

(○)(○○△) ((○))(○○△) (○)((○○△)) ((○○△))(○) (○○△)((○)) ((○))((○○△))
(○)(○○△] ((○))(○○△] (○)((○○△)] ((○○△))(○] (○○△)((○)] ((○))((○○△)]
(○)[○○△) ((○))[○○△) (○)[(○○△)) ((○○△))[○) (○○△)[(○)) ((○))[(○○△))
(○)[○○△] ((○))[○○△] (○)[(○○△)] ((○○△))[○] (○○△)[(○)] ((○))[(○○△)]

(○](○○△) ((○)](○○△) (○]((○○△)) ((○○△)](○) (○○△]((○)) ((○)]((○○△))
(○](○○△] ((○)](○○△] (○]((○○△)] ((○○△)](○] (○○△]((○)] (○]((○○△)]
(○][○○△) ((○)][○○△) (○][(○○△)) ((○○△)][○) (○○△][(○)) ((○)][(○○△))
(○][○○△] ((○)][○○△] (○][(○○△)] ((○○△)][○] (○○△][(○)] ((○)][(○○△)]

[○)(○○△) [(○))(○○△) [○)((○○△)) [(○○△))(○) [○○△)((○)) [(○))((○○△))
[○)(○○△] [(○))(○○△] [○)((○○△)] [(○○△))(○] [○○△)((○)] [(○))((○○△)]
[○)[○○△) [(○))[○○△) [○)[(○○△)) [(○○△))[○) [○○△)[(○)) [(○))[(○○△))
[○)[○○△] [(○))[○○△] [○)[(○○△)] [(○○△))[○] [○○△)[(○)] [(○))[(○○△)]

[○](○○△) [(○)](○○△) [○]((○○△)) [(○○△)](○) [○○△]((○)) [(○)]((○○△))
[○](○○△] [(○)](○○△] [○]((○○△)] [(○○△)](○] [○○△]((○)] [(○)]((○○△)]
[○][○○△) [(○)][○○△) [○][(○○△)) [(○○△)][○) [○○△][(○)) [(○)][(○○△))
[○][○○△] [(○)][○○△] [○][(○○△)] [(○○△)][○] [○○△][(○)] [(○)][(○○△)].

2.2. R*-System

(○○△)(○)   ((○○△))(○)   (○○△)((○))   ((○))(○○△)   (○)((○○△))   ((○○△))((○))

(○○△)(○]   ((○○△))(○]   (○○△)((○)]   ((○))(○○△]   (○)((○○△)]   ((○○△))((○)]

(○○△)[○)   ((○○△))[○)   (○○△)[(○))   ((○))[○○△)   (○)[(○○△))   ((○○△))[(○))

(○○△)[○]   ((○○△))[○]   (○○△)[(○)]   ((○))[○○△]   (○)[(○○△)]   ((○○△))[(○)]

(○○△](○)   ((○○△)](○)   (○○△]((○))   ((○)](○○△)   (○]((○○△))   ((○○△)]((○))

(○○△](○]   ((○○△)](○]   (○○△]((○)]   ((○)](○○△]   (○]((○○△)]   (○○△]((○)]

(○○△][○)   ((○○△)][○)   (○○△][(○))   ((○)][○○△)   (○][(○○△))   ((○○△)][(○))

(○○△][○]   ((○○△)][○]   (○○△][(○)]   ((○)][○○△]   (○][(○○△)]   ((○○△)][(○)]

[○○△)(○)   [(○○△))(○)   [○○△)((○))   [(○))(○○△)   [○)((○○△))   [(○○△))((○))

[○○△)(○]   [(○○△))(○]   [○○△)((○)]   [(○))(○○△]   [○)((○○△)]   [(○○△))((○)]

[○○△)[○)   [(○○△))[○)   [○○△)[(○))   [(○))[○○△)   [○)[(○○△))   [(○○△))[(○))

[○○△)[○]   [(○○△))[○]   [○○△)[(○)]   [(○))[○○△]   [○)[(○○△)]   [(○○△))[(○)]

[○○△](○)   [(○○△)](○)   [○○△]((○))   [(○)](○○△)   [○]((○○△))   [(○○△)]((○))

[○○△](○]   [(○○△)](○]   [○○△]((○)]   [(○)](○○△]   [○]((○○△)]   [(○○△)]((○)]

[○○△][○)   [(○○△)][○)   [○○△][(○))   [(○)][○○△)   [○][(○○△))   [(○○△)][(○))

[○○△][○]   [(○○△)][○]   [○○△][(○)]   [(○)][○○△]   [○][(○○△)]   [(○○△)][(○)]

3. (1.1, 2.3)-System

3.1. R-System

(○)(○△□)   ((○))(○△□)   (○)((○△□))   ((○△□))(○)   (○△□)((○))   ((○))((○△□))

(○)(○△□]   ((○))(○△□]   (○)((○△□)]   ((○△□))(○]   (○△□)((○)]   ((○))((○△□)]

(○)[○△□)   ((○))[○△□)   (○)[(○△□))   ((○△□))[○)   (○△□)[(○))   ((○))[(○△□))

(○)[○△□]	((○))[○△□]	(○)[(○△□)]	((○△□))[○]	(○△□)[(○)]	((○))[(○△□)]
(○](○△□)	((○)](○△□)	(○]((○△□))	((○△□)](○)	(○△□]((○))	((○)]((○△□))
(○](○△□]	((○)](○△□]	(○]((○△□)]	((○△□)](○]	(○△□]((○)]	(○]((○△□)]
(○][○△□)	((○)][○△□)	(○][(○△□))	((○△□)][○)	(○△□][(○))	((○)][(○△□))
(○][○△□]	((○)][○△□]	(○][(○△□)]	((○△□)][○]	(○△□][(○)]	((○)][(○△□)]

[○)(○△□)	[(○))(○△□)	[○)((○△□))	[(○△□))(○)	[○△□)((○))	[(○))((○△□))
[○)(○△□]	[(○))(○△□]	[○)((○△□)]	[(○△□))(○]	[○△□)((○)]	[(○))((○△□)]
[○)[○△□)	[(○))[○△□)	[○)[(○△□))	[(○△□))[○)	[○△□)[(○))	[(○))[(○△□))
[○)[○△□]	[(○))[○△□]	[○)[(○△□)]	[(○△□))[○]	[○△□)[(○)]	[(○))[(○△□)]

[○](○△□)	[(○)](○△□)	[○]((○△□))	[(○△□)](○)	[○△□]((○))	[(○)]((○△□))
[○](○△□]	[(○)](○△□]	[○]((○△□)]	[(○△□)](○]	[○△□]((○)]	[(○)]((○△□)]
[○][○△□)	[(○)][○△□)	[○][(○△□))	[(○△□)][○)	[○△□][(○))	[(○)][(○△□))
[○][○△□]	[(○)][○△□]	[○][(○△□)]	[(○△□)][○]	[○△□][(○)]	[(○)][(○△□)].

3.2. R*-System

(○△□)(○)	((○△□))(○)	(○△□)((○))	((○))(○△□)	(○)((○△□))	((○△□))((○))
(○△□)(○]	((○△□))(○]	(○△□)((○)]	((○))(○△□]	(○)((○△□)]	((○△□))((○)]
(○△□)[○)	((○△□))[○)	(○△□)[(○))	((○))[○△□)	(○)[(○△□))	((○△□))[(○))
(○△□)[○]	((○△□))[○]	(○△□)[(○)]	((○))[○△□]	(○)[(○△□)]	((○△□))[(○)]

(○△□](○)	((○△□)](○)	(○△□]((○))	((○)](○△□)	(○]((○△□))	((○△□)]((○))
(○△□](○]	((○△□)](○]	(○△□]((○)]	((○)](○△□]	(○]((○△□)]	(○△□]((○)]
(○△□][○)	((○△□)][○)	(○△□][(○))	((○)][○△□)	(○][(○△□))	((○△□)][(○))
(○△□][○]	((○△□)][○]	(○△□][(○)]	((○)][○△□]	(○][(○△□)]	((○△□)][(○)]

[○△□)(○)	[(○△□))(○)	[○△□)((○))	[(○))(○△□)	[○)((○△□))	[(○△□))((○))
[○△□)(○]	[(○△□))(○]	[○△□)((○)]	[(○))(○△□]	[○)((○△□)]	[(○△□))((○)]
[○△□)[○)	[(○△□))[○)	[○△□)[(○))	[(○))[○△□)	[○)[(○△□))	[(○△□))[(○))
[○△□)[○]	[(○△□))[○]	[○△□)[(○)]	[(○))[○△□]	[○)[(○△□)]	[(○△□))[(○)]

[○△□](○)	[(○△□)](○)	[○△□]((○))	[(○)](○△□)	[○]((○△□))	[(○△□)]((○))
[○△□](○]	[(○△□)](○]	[○△□]((○)]	[(○)](○△□]	[○]((○△□)]	[(○△□)]((○)]
[○△□][○)	[(○△□)][○)	[○△□][(○))	[(○)][○△□)	[○][(○△□))	[(○△□)][(○))
[○△□][○]	[(○△□)][○]	[○△□][(○)]	[(○)][○△□]	[○][(○△□)]	[(○△□)][(○)]

4. (1.2, 2.1)-System

4.1. R-System

(○○)(○○○)	((○○))(○○○)	(○○)((○○○))	((○○○))(○○)	(○○○)((○○))	((○○))((○○○))
(○○)(○○○]	((○○))(○○○]	(○○)((○○○)]	((○○○))(○○]	(○○○)((○○)]	((○○))((○○○)]
(○○)[○○○)	((○○))[○○○)	(○○)[(○○○))	((○○○))[○○)	(○○○)[(○○))	((○○))[(○○○))
(○○)[○○○]	((○○))[○○○]	(○○)[(○○○)]	((○○○))[○○]	(○○○)[(○○)]	((○○))[(○○○)]

(○○](○○○)	((○○)](○○○)	(○○]((○○○))	((○○○)](○○)	(○○○]((○○))	((○○)]((○○○))
(○○](○○○]	((○○)](○○○]	(○○]((○○○)]	((○○○)](○○]	(○○○]((○○)]	(○○]((○○○)]
(○○][○○○)	((○○)][○○○)	(○○][(○○○))	((○○○)][○○)	(○○○][(○○))	((○○)][(○○○))
(○○][○○○]	((○○)][○○○]	(○○][(○○○)]	((○○○)][○○]	(○○○][(○○)]	((○○)][(○○○)]

[○○)(○○○)	[(○○))(○○○)	[○○)((○○○))	[(○○○))(○○)	[○○○)((○○))	[(○○))((○○○))
[○○)(○○○]	[(○○))(○○○]	[○○)((○○○)]	[(○○○))(○○]	[○○○)((○○)]	[(○○))((○○○)]
[○○)[○○○)	[(○○))[○○○)	[○○)[(○○○))	[(○○○))[○○)	[○○○)[(○○))	[(○○))[(○○○))
[○○)[○○○]	[(○○))[○○○]	[○○)[(○○○)]	[(○○○))[○○]	[○○○)[(○○)]	[(○○))[(○○○)]

[○○](○○○)	[(○○)](○○○)	[○○]((○○○))	[(○○○)](○○)	[○○○]((○○))	[(○○)]((○○○))
[○○](○○○]	[(○○)](○○○]	[○○]((○○○)]	[(○○○)](○○]	[○○○]((○○)]	[(○○)]((○○○)]
[○○][○○○)	[(○○)][○○○)	[○○][(○○○))	[(○○○)][○○)	[○○○][(○○))	[(○○)][(○○○))
[○○][○○○]	[(○○)][○○○]	[○○][(○○○)]	[(○○○)][○○]	[○○○][(○○)]	[(○○)][(○○○)].

4.2. R*-System

(○○○)(○○)	((○○○))(○○)	(○○○)((○○))	((○○))(○○○)	(○○)((○○○))	((○○○))((○○))
(○○○)(○○]	((○○○))(○○]	(○○○)((○○)]	((○○))(○○○]	(○○)((○○○)]	((○○○))((○○)]
(○○○)[○○)	((○○○))[○○)	(○○○)[(○○))	((○○))[○○○)	(○○)[(○○○))	((○○○))[(○○))
(○○○)[○○]	((○○○))[○○]	(○○○)[(○○)]	((○○))[○○○]	(○○)[(○○○)]	((○○○))[(○○)]

(○○○](○○)	((○○○)](○○)	(○○○]((○○))	((○○)](○○○)	(○○]((○○○))	((○○○)]((○○))
(○○○](○○]	((○○○)](○○]	(○○○]((○○)]	((○○)](○○○]	(○○]((○○○)]	(○○○]((○○)]
(○○○][○○)	((○○○)][○○)	(○○○][(○○))	((○○)][○○○)	(○○][(○○○))	((○○○)][(○○))
(○○○][○○]	((○○○)][○○]	(○○○][(○○)]	((○○)][○○○]	(○○][(○○○)]	((○○○)][(○○)]

[○○○)(○○)	[(○○○))(○○)	[○○○)((○○))	[(○○))(○○○)	[○○)((○○○))	[(○○○))((○○))
[○○○)(○○]	[(○○○))(○○]	[○○○)((○○)]	[(○○))(○○○]	[○○)((○○○)]	[(○○○))((○○)]
[○○○)[○○)	[(○○○))[○○)	[○○○)[(○○))	[(○○))[○○○)	[○○)[(○○○))	[(○○○))[(○○))
[○○○)[○○]	[(○○○))[○○]	[○○○)[(○○)]	[(○○))[○○○]	[○○)[(○○○)]	[(○○○))[(○○)]

[○○○](○○)	[(○○○)](○○)	[○○○]((○○))	[(○○)](○○○)	[○○]((○○○))	[(○○○)]((○○))
[○○○](○○]	[(○○○)](○○]	[○○○]((○○)]	[(○○)](○○○]	[○○]((○○○)]	[(○○○)]((○○)]
[○○○][○○)	[(○○○)][○○)	[○○○][(○○))	[(○○)][○○○)	[○○][(○○○))	[(○○○)][(○○))
[○○○][○○]	[(○○○)][○○]	[○○○][(○○)]	[(○○)][○○○]	[○○][(○○○)]	[(○○○)][(○○)]

5. (1.2, 2.2)-System

5.1. R*-System

(○○)(○○△) ((○○))(○○△) (○○)((○○△)) ((○○△))(○○) (○○△)((○○)) ((○○))((○○△))

(○○)(○○△] ((○○))(○○△] (○○)((○○△)] ((○○△))(○○] (○○△)((○○)] ((○○))((○○△)]

(○○)[○○△) ((○○))[○○△) (○○)[(○○△)) ((○○△))[○○) (○○△)[(○○)) ((○○))[(○○△))

(○○)[○○△] ((○○))[○○△] (○○)[(○○△)] ((○○△))[○○] (○○△)[(○○)] ((○○))[(○○△)]

(○○](○○△) ((○○)](○○△) (○○]((○○△)) ((○○△)](○○) (○○△]((○○)) ((○○)]((○○△))

(○○](○○△] ((○○)](○○△] (○○]((○○△)] ((○○△)](○○] (○○△]((○○)] (○○]((○○△)]

(○○][○○△) ((○○)][○○△) (○○][(○○△)) ((○○△)][○○) (○○△][(○○)) ((○○)][(○○△))

(○○][○○△] ((○○)][○○△] (○○][(○○△)] ((○○△)][○○] (○○△][(○○)] ((○○)][(○○△)]

[○○)(○○△) [(○○))(○○△) [○○)((○○△)) [(○○△))(○○) [○○△)((○○)) [(○○))((○○△))

[○○)(○○△] [(○○))(○○△] [○○)((○○△)] [(○○△))(○○] [○○△)((○○)] [(○○))((○○△)]

[○○)[○○△) [(○○))[○○△) [○○)[(○○△)) [(○○△))[○○) [○○△)[(○○)) [(○○))[(○○△))

[○○)[○○△] [(○○))[○○△] [○○)[(○○△)] [(○○△))[○○] [○○△)[(○○)] [(○○))[(○○△)]

[○○](○○△) [(○○)](○○△) [○○]((○○△)) [(○○△)](○○) [○○△]((○○)) [(○○)]((○○△))

[○○](○○△] [(○○)](○○△] [○○]((○○△)] [(○○△)](○○] [○○△]((○○)] [(○○)]((○○△)]

[○○][○○△) [(○○)][○○△) [○○][(○○△)) [(○○△)][○○) [○○△][(○○)) [(○○)][(○○△))

[○○][○○△] [(○○)][○○△] [○○][(○○△)] [(○○△)][○○] [○○△][(○○)] [(○○)][(○○△)].

5.2. R*-System

(○○△)(○○) ((○○△))(○○) (○○△)((○○)) ((○○))(○○△) (○○)((○○△)) ((○○△))((○○))

(○○△)(○○] ((○○△))(○○] (○○△)((○○)] ((○○))(○○△] (○○)((○○△)] ((○○△))((○○)]

(○○△)[○○) ((○○△))[○○) (○○△)[(○○)) ((○○))[○○△) (○○)[(○○△)) ((○○△))[(○○))

(○○△)[○○]   ((○○△))[○○]   (○○△)[(○○)]   ((○○))[○○△]   (○○)[(○○△)]   ((○○△))[(○○)]
(○○△](○○)   ((○○△)](○○)   (○○△]((○○))   ((○○)](○○△)   (○○]((○○△))   ((○○△)]((○○))
(○○△](○○]   ((○○△)](○○]   (○○△]((○○)]   ((○○)](○○△]   (○○]((○○△)]   (○○△]((○○)]
(○○△][○○)   ((○○△)][○○)   (○○△][(○○))   ((○○)][○○△)   (○○][(○○△))   ((○○△)][(○○))
(○○△][○○]   ((○○△)][○○]   (○○△][(○○)]   ((○○)][○○△]   (○○][(○○△)]   ((○○△)][(○○)]

[○○△)(○○)   [(○○△))(○○)   [○○△)((○○))   [(○○))(○○△)   [○○)((○○△))   [(○○△))((○○))
[○○△)(○○]   [(○○△))(○○]   [○○△)((○○)]   [(○○))(○○△]   [○○)((○○△)]   [(○○△))((○○)]
[○○△)[○○)   [(○○△))[○○)   [○○△)[(○○))   [(○○))[○○△)   [○○)[(○○△))   [(○○△))[(○○))
[○○△)[○○]   [(○○△))[○○]   [○○△)[(○○)]   [(○○))[○○△]   [○○)[(○○△)]   [(○○△))[(○○)]

[○○△](○○)   [(○○△)](○○)   [○○△]((○○))   [(○○)](○○△)   [○○]((○○△))   [(○○△)]((○○))
[○○△](○○]   [(○○△)](○○]   [○○△]((○○)]   [(○○)](○○△]   [○○]((○○△)]   [(○○△)]((○○)]
[○○△][○○)   [(○○△)][○○)   [○○△][(○○))   [(○○)][○○△)   [○○][(○○△))   [(○○△)][(○○))
[○○△][○○]   [(○○△)][○○]   [○○△][(○○)]   [(○○)][○○△]   [○○][(○○△)]   [(○○△)][(○○)]

6. (1.2, 2.3)-System

6.1. R-System

(○○)(○△□)   ((○○))(○△□)   (○○)((○△□))   ((○△□))(○○)   (○△□)((○○))   ((○○))((○△□))
(○○)(○△□]   ((○○))(○△□]   (○○)((○△□)]   ((○△□))(○○]   (○△□)((○○)]   ((○○))((○△□)]
(○○)[○△□)   ((○○))[○△□)   (○○)[(○△□))   ((○△□))[○○)   (○△□)[(○○))   ((○○))[(○△□))
(○○)[○△□]   ((○○))[○△□]   (○○)[(○△□)]   ((○△□))[○○]   (○△□)[(○○)]   ((○○))[(○△□)]

(○○](○△□)   ((○○)](○△□)   (○○]((○△□))   ((○△□)](○○)   (○△□]((○○))   ((○○)]((○△□))
(○○](○△□]   ((○○)](○△□]   (○○]((○△□)]   ((○△□)](○○]   (○△□]((○○)]   (○○]((○△□)]
(○○][○△□)   ((○○)][○△□)   (○○][(○△□))   ((○△□)][○○)   (○△□][(○○))   ((○○)][(○△□))

(○○][○△□]   ((○○)][○△□] (○○][(○△□)] ((○△□)][○○] (○△□][(○○)] ((○○)][(○△□)]

[○○)(○△□)   [(○○))(○△□) [○○)((○△□)) [(○△□))(○○) [○△□)((○○)) [(○○))((○△□))
[○○)(○△□]   [(○○))(○△□] [○○)((○△□)] [(○△□))(○○] [○△□)((○○)] [(○○))((○△□)]
[○○)[○△□)   [(○○))[○△□) [○○)[(○△□)) [(○△□))[○○) [○△□)[(○○)) [(○○))[(○△□))
[○○)[○△□]   [(○○))[○△□] [○○)[(○△□)] [(○△□))[○○] [○△□)[(○○)] [(○○))[(○△□)]

[○○](○△□)   [(○○)](○△□) [○○]((○△□)) [(○△□)](○○) [○△□]((○○)) [(○○)]((○△□))
[○○](○△□]   [(○○)](○△□] [○○]((○△□)] [(○△□)](○○] [○△□]((○○)] [(○○)]((○△□)]
[○○][○△□)   [(○○)][○△□) [○○][(○△□)) [(○△□)][○○) [○△□][(○○)) [(○○)][(○△□))
[○○][○△□]   [(○○)][○△□] [○○][(○△□)] [(○△□)][○○] [○△□][(○○)] [(○○)][(○△□)].

6.2. R*-System

(○△□)(○○)   ((○△□))(○○) (○△□)((○○)) ((○○))(○△□) (○○)((○△□)) ((○△□))((○○))
(○△□)(○○]   ((○△□))(○○] (○△□)((○○)] ((○○))(○△□] (○○)((○△□)] ((○△□))((○○)]
(○△□)[○○)   ((○△□))[○○) (○△□)[(○○)) ((○○))[○△□) (○○)[(○△□)) ((○△□))[(○○))
(○△□)[○○]   ((○△□))[○○] (○△□)[(○○)] ((○○))[○△□] (○○)[(○△□)] ((○△□))[(○○)]

(○△□](○○)   ((○△□)](○○) (○△□]((○○)) ((○○)](○△□) (○○]((○△□)) ((○△□)]((○○))
(○△□](○○]   ((○△□)](○○] (○△□]((○○)] ((○○)](○△□] (○○]((○△□)] (○△□]((○○)]
(○△□][○○)   ((○△□)][○○) (○△□][(○○)) ((○○)][○△□) (○○][(○△□)) ((○△□)][(○○))
(○△□][○○]   ((○△□)][○○] (○△□][(○○)] ((○○)][○△□] (○○][(○△□)] ((○△□)][(○○)]

[○△□)(○○)   [(○△□))(○○) [○△□)((○○)) [(○○))(○△□) [○○)((○△□)) [(○△□))((○○))
[○△□)(○○]   [(○△□))(○○] [○△□)((○○)] [(○○))(○△□] [○○)((○△□)] [(○△□))((○○)]
[○△□)[○○)   [(○△□))[○○) [○△□)[(○○)) [(○○))[○△□) [○○)[(○△□)) [(○△□))[(○○))

[○△□)[○○]   [(○△□))[○○] [○△□)[(○○)] [(○○))[○△□] [○○)[(○△□)] [(○△□))[(○○)]

[○△□](○○)   [(○△□)](○○) [○△□]((○○)) [(○○)](○△□) [○○]((○△□)) [(○△□)]((○○))

[○△□](○○]   [(○△□)](○○] [○△□]((○○)] [(○○)](○△□] [○○]((○△□)] [(○△□)]((○○)]

[○△□][○○)   [(○△□)][○○) [○△□][(○○)) [(○○)][○△□) [○○][(○△□)) [(○△□)][(○○))

[○△□][○○]   [(○△□)][○○] [○△□][(○○)] [(○○)][○△□] [○○][(○△□)] [(○△□)][(○○)]

7. (1.3, 2.1)-System

7.1. R-System

(○△)(○○○)   ((○△))(○○○) (○△)((○○○)) ((○○○))(○△) (○○○)((○△)) ((○△))((○○○))

(○△)(○○○]   ((○△))(○○○] (○△)((○○○)] ((○○○))(○△] (○○○)((○△)] ((○△))((○○○)]

(○△)[○○○)   ((○△))[○○○) (○△)[(○○○)) ((○○○))[○△) (○○○)[(○△)) ((○△))[(○○○))

(○△)[○○○]   ((○△))[○○○] (○△)[(○○○)] ((○○○))[○△] (○○○)[(○△)] ((○△))[(○○○)]

(○△](○○○)   ((○△)](○○○) (○△]((○○○)) ((○○○)](○△) (○○○]((○△)) ((○△)]((○○○))

(○△](○○○]   ((○△)](○○○] (○△]((○○○)] ((○○○)](○△] (○○○]((○△)] (○△]((○○○)]

(○△][○○○)   ((○△)][○○○) (○△][(○○○)) ((○○○)][○△) (○○○][(○△)) ((○△)][(○○○))

(○△][○○○]   ((○△)][○○○] (○△][(○○○)] ((○○○)][○△] (○○○][(○△)] ((○△)][(○○○)]

[○△)(○○○)   [(○△))(○○○) [○△)((○○○)) [(○○○))(○△) [○○○)((○△)) [(○△))((○○○))

[○△)(○○○]   [(○△))(○○○] [○△)((○○○)] [(○○○))(○△] [○○○)((○△)] [(○△))((○○○)]

[○△)[○○○)   [(○△))[○○○) [○△)[(○○○)) [(○○○))[○△) [○○○)[(○△)) [(○△))[(○○○))

[○△)[○○○]   [(○△))[○○○] [○△)[(○○○)] [(○○○))[○△] [○○○)[(○△)] [(○△))[(○○○)]

[○△](○○○)   [(○△)](○○○) [○△]((○○○)) [(○○○)](○△) [○○○]((○△)) [(○△)]((○○○))

[○△](○○○]   [(○△)](○○○] [○△]((○○○)] [(○○○)](○△] [○○○]((○△)] [(○△)]((○○○)]

[○△][○○○) [(○△)][○○○) [○△][(○○○)) [(○○○)][○△) [○○○][(○△)) [(○△)][(○○○))

[○△][○○○] [(○△)][○○○] [○△][(○○○)] [(○○○)][○△] [○○○][(○△)] [(○△)][(○○○)].

7.2. R*-System

(○○○)(○△) ((○○○))(○△) (○○○)((○△)) ((○△))(○○○) (○△)((○○○)) ((○○○))((○△))

(○○○)(○△] ((○○○))(○△] (○○○)((○△)] ((○△))(○○○] (○△)((○○○)] ((○○○))((○△)]

(○○○)[○△) ((○○○))[○△) (○○○)[(○△)) ((○△))[○○○) (○△)[(○○○)) ((○○○))[(○△))

(○○○)[○△] ((○○○))[○△] (○○○)[(○△)] ((○△))[○○○] (○△)[(○○○)] ((○○○))[(○△)]

(○○○](○△) ((○○○)](○△) (○○○]((○△)) ((○△)](○○○) (○△]((○○○)) ((○○○)]((○△))

(○○○](○△] ((○○○)](○△] (○○○]((○△)] ((○△)](○○○] (○△]((○○○)] (○○○]((○△)]

(○○○][○△) ((○○○)][○△) (○○○][(○△)) ((○△)][○○○) (○△][(○○○)) ((○○○)][(○△))

(○○○][○△] ((○○○)][○△] (○○○][(○△)] ((○△)][○○○] (○△][(○○○)] ((○○○)][(○△)]

[○○○)(○△) [(○○○))(○△) [○○○)((○△)) [(○△))(○○○) [○△)((○○○)) [(○○○))((○△))

[○○○)(○△] [(○○○))(○△] [○○○)((○△)] [(○△))(○○○] [○△)((○○○)] [(○○○))((○△)]

[○○○)[○△) [(○○○))[○△) [○○○)[(○△)) [(○△))[○○○) [○△)[(○○○)) [(○○○))[(○△))

[○○○)[○△] [(○○○))[○△] [○○○)[(○△)] [(○△))[○○○] [○△)[(○○○)] [(○○○))[(○△)]

[○○○](○△) [(○○○)](○△) [○○○]((○△)) [(○△)](○○○) [○△]((○○○)) [(○○○)]((○△))

[○○○](○△] [(○○○)](○△] [○○○]((○△)] [(○△)](○○○] [○△]((○○○)] [(○○○)]((○△)]

[○○○][○△) [(○○○)][○△) [○○○][(○△)) [(○△)][○○○) [○△][(○○○)) [(○○○)][(○△))

[○○○][○△] [(○○○)][○△] [○○○][(○△)] [(○△)][○○○] [○△][(○○○)] [(○○○)][(○△)]

8. (1.3, 2.2)-System

8.1. R-System

(○△)(○○△) ((○△))(○○△) (○△)((○○△)) ((○○△))(○△) (○○△)((○△)) ((○△))((○○△))

(○△)(○○△] ((○△))(○○△] (○△)((○○△)] ((○○△))(○△] (○○△)((○△)] ((○△))((○○△)]

(○△)[○○△) ((○△))[○○△) (○△)[(○○△)) ((○○△))[○△) (○○△)[(○△)) ((○△))[(○○△))

(○△)[○○△] ((○△))[○○△] (○△)[(○○△)] ((○○△))[○△] (○○△)[(○△)] ((○△))[(○○△)]

(○△](○○△) ((○△)](○○△) (○△]((○○△)) ((○○△)](○△) (○○△]((○△)) ((○△)]((○○△))

(○△](○○△] ((○△)](○○△] (○△]((○○△)] ((○○△)](○△] (○○△]((○△)] (○△]((○○△)]

(○△][○○△) ((○△)][○○△) (○△][(○○△)) ((○○△)][○△) (○○△][(○△)) ((○△)][(○○△))

(○△][○○△] ((○△)][○○△] (○△][(○○△)] ((○○△)][○△] (○○△][(○△)] ((○△)][(○○△)]

[○△)(○○△) [(○△))(○○△) [○△)((○○△)) [(○○△))(○△) [○○△)((○△)) [(○△))((○○△))

[○△)(○○△] [(○△))(○○△] [○△)((○○△)] [(○○△))(○△] [○○△)((○△)] [(○△))((○○△)]

[○△)[○○△) [(○△))[○○△) [○△)[(○○△)) [(○○△))[○△) [○○△)[(○△)) [(○△))[(○○△))

[○△)[○○△] [(○△))[○○△] [○△)[(○○△)] [(○○△))[○△] [○○△)[(○△)] [(○△))[(○○△)]

[○△](○○△) [(○△)](○○△) [○△]((○○△)) [(○○△)](○△) [○○△]((○△)) [(○△)]((○○△))

[○△](○○△] [(○△)](○○△] [○△]((○○△)] [(○○△)](○△] [○○△]((○△)] [(○△)]((○○△)]

[○△][○○△) [(○△)][○○△) [○△][(○○△)) [(○○△)][○△) [○○△][(○△)) [(○△)][(○○△))

[○△][○○△] [(○△)][○○△] [○△][(○○△)] [(○○△)][○△] [○○△][(○△)] [(○△)][(○○△)].

8.2. R*-System

(○○△)(○△) ((○○△))(○△) (○○△)((○△)) ((○△))(○○△) (○△)((○○△)) ((○○△))((○△))

(○○△)(○△] ((○○△))(○△] (○○△)((○△)] ((○△))(○○△] (○△)((○○△)] ((○○△))((○△)]

(○○△)[○△) ((○○△))[○△) (○○△)[(○△)) ((○△))[○○△) (○△)[(○○△)) ((○○△))[(○△))

(○○△)[○△] ((○○△))[○△] (○○△)[(○△)] ((○△))[○○△] (○△)[(○○△)] ((○○△))[(○△)]

(○○△](○△) ((○○△)](○△) (○○△]((○△)) ((○△)](○○△) (○△]((○○△)) ((○○△)]((○△))

(○○△](○△] ((○○△)](○△] (○○△]((○△)] ((○△)](○○△] (○△]((○○△)] (○○△]((○△)]

(○○△][○△) ((○○△)][○△) (○○△][(○△)) ((○△)][○○△) (○△][(○○△)) ((○○△)][(○△))

(○○△][○△] ((○○△)][○△] (○○△][(○△)] ((○△)][○○△] (○△][(○○△)] ((○○△)][(○△)]

[○○△)(○△) [(○○△))(○△) [○○△)((○△)) [(○△))(○○△) [○△)((○○△)) [(○○△))((○△))

[○○△)(○△] [(○○△))(○△] [○○△)((○△)] [(○△))(○○△] [○△)((○○△)] [(○○△))((○△)]

[○○△)[○△) [(○○△))[○△) [○○△)[(○△)) [(○△))[○○△) [○△)[(○○△)) [(○○△))[(○△))

[○○△)[○△] [(○○△))[○△] [○○△)[(○△)] [(○△))[○○△] [○△)[(○○△)] [(○○△))[(○△)]

[○○△](○△) [(○○△)](○△) [○○△]((○△)) [(○△)](○○△) [○△]((○○△)) [(○○△)]((○△))

[○○△](○△] [(○○△)](○△] [○○△]((○△)] [(○△)](○○△] [○△]((○○△)] [(○○△)]((○△)]

[○○△][○△) [(○○△)][○△) [○○△][(○△)) [(○△)][○○△) [○△][(○○△)) [(○○△)][(○△))

[○○△][○△] [(○○△)][○△] [○○△][(○△)] [(○△)][○○△] [○△][(○○△)] [(○○△)][(○△)]

9. (1.3, 2.3)-System

9.1. R-System

(○△)(○△□)((○△))(○△□)(○△)((○△□))((○△□))(○△)(○△□)((○△)) ((○△))((○△□))

(○△)(○△□] ((○△))(○△□] (○△)((○△□)] ((○△□))(○△] (○△□)((○△)] ((○△))((○△□)]

(○△)[○△□) ((○△))[○△□) (○△)[(○△□)) ((○△□))[○△) (○△□)[(○△)) ((○△))[(○△□))

(○△)[○△□] ((○△))[○△□] (○△)[(○△□)] ((○△□))[○△] (○△□)[(○△)] ((○△))[(○△□)]

(○△](○△□) ((○△)](○△□) (○△]((○△□)) ((○△□)](○△) (○△□]((○△)) ((○△)]((○△□))

(○△](○△□] ((○△)](○△□] (○△]((○△□)] ((○△□)](○△] (○△□]((○△)] (○△]((○△□)]

(○△][○△□) ((○△)][○△□) (○△][(○△□)) ((○△□)][○△) (○△□][(○△)) ((○△)][(○△□))

(○△][○△□] ((○△)][○△□] (○△][(○△□)] ((○△□)][○△] (○△□][(○△)] ((○△)][(○△□)]

[○△)(○△□) [(○△))(○△□) [○△)((○△□)) [(○△□))(○△) [○△□)((○△)) [(○△))((○△□))
[○△)(○△□] [(○△))(○△□] [○△)((○△□)] [(○△□))(○△] [○△□)((○△)] [(○△))((○△□)]
[○△)[○△□) [(○△))[○△□) [○△)[(○△□)) [(○△□))[○△) [○△□)[(○△)) [(○△))[(○△□))
[○△)[○△□] [(○△))[○△□] [○△)[(○△□)] [(○△□))[○△] [○△□)[(○△)] [(○△))[(○△□)]

[○△](○△□) [(○△)](○△□) [○△]((○△□)) [(○△□)](○△) [○△□]((○△)) [(○△)]((○△□))
[○△](○△□] [(○△)](○△□] [○△]((○△□)] [(○△□)](○△] [○△□]((○△)] [(○△)]((○△□)]
[○△][○△□) [(○△)][○△□) [○△][(○△□)) [(○△□)][○△) [○△□][(○△)) [(○△)][(○△□))
[○△][○△□] [(○△)][○△□] [○△][(○△□)] [(○△□)][○△] [○△□][(○△)] [(○△)][(○△□)].

9.2. R*-System

(○△□)(○△)((○△□))(○△)(○△□)((○△))((○△))(○△□)(○△)((○△□)) ((○△□))((○△))
(○△□)(○△] ((○△□))(○△] (○△□)((○△)] ((○△))(○△□] (○△)((○△□)] ((○△□))((○△)]
(○△□)[○△) ((○△□))[○△) (○△□)[(○△)) ((○△))[○△□) (○△)[(○△□)) ((○△□))[(○△))
(○△□)[○△] ((○△□))[○△] (○△□)[(○△)] ((○△))[○△□] (○△)[(○△□)] ((○△□))[(○△)]

(○△□](○△) ((○△□)](○△) (○△□]((○△)) ((○△)](○△□) (○△]((○△□)) ((○△□)]((○△))
(○△□](○△] ((○△□)](○△] (○△□]((○△)] ((○△)](○△□] (○△]((○△□)] (○△□]((○△)]
(○△□][○△) ((○△□)][○△) (○△□][(○△)) ((○△)][○△□) (○△][(○△□)) ((○△□)][(○△))
(○△□][○△] ((○△□)][○△] (○△□][(○△)] ((○△)][○△□] (○△][(○△□)] ((○△□)][(○△)]

[○△□)(○△) [(○△□))(○△) [○△□)((○△)) [(○△))(○△□) [○△)((○△□)) [(○△□))((○△))
[○△□)(○△] [(○△□))(○△] [○△□)((○△)] [(○△))(○△□] [○△)((○△□)] [(○△□))((○△)]
[○△□)[○△) [(○△□))[○△) [○△□)[(○△)) [(○△))[○△□) [○△)[(○△□)) [(○△□))[(○△))
[○△□)[○△] [(○△□))[○△] [○△□)[(○△)] [(○△))[○△□] [○△)[(○△□)] [(○△□))[(○△)]

[○△□](○△) [(○△□)](○△) [○△□]((○△)) [(○△)](○△□) [○△]((○△□)) [(○△□)]((○△))

[○△□](○△] [(○△□)](○△] [○△□]((○△)] [(○△)](○△□] [○△]((○△□)] [(○△□)]((○△)]

[○△□][○△) [(○△□)][○△) [○△□][(○△)) [(○△)][○△□) [○△][(○△□)) [(○△□)][(○△))

[○△□][○△] [(○△□)][○△] [○△□][(○△)] [(○△)][○△□] [○△][(○△□)] [(○△□)][(○△)]

Literatur

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. In: ThinkArt Lab, 3.3.2009

Kaehr, Rudolf/Mahler, Thomas, Morphogrammatik. Klagenfurt 1992

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Kronthaler, Engelbert, Zahl – Zeichen – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-302

Toth, Alfred, Grundlegung einer polykontexturalen Semiotik. Tucson, AZ, 2019 (= 2019a)

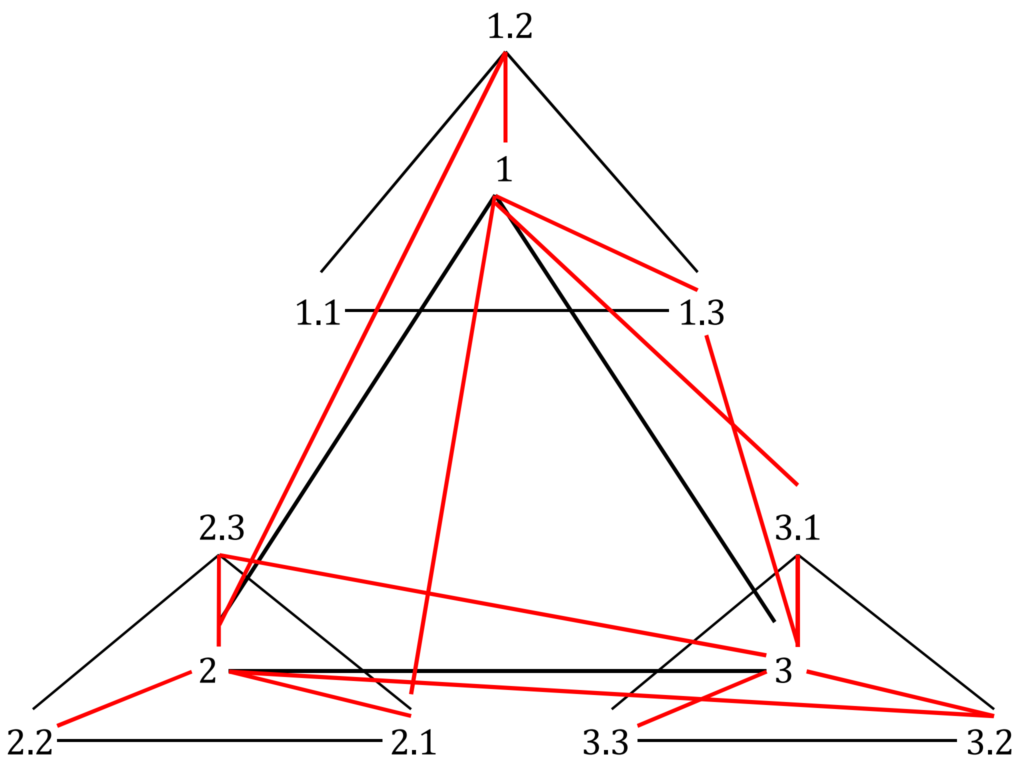
Toth, Alfred, Semiotische Automaten mit kontextrueirten Subzeichen 1-2. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019b

Toth, Alfred, Bijektive Abbildung der kaehrschen kontexturellen Semiotik auf die polykontxturale Semiotik . In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019c

Toth, Alfred, Anfänge einer polykontexturalen Ontik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019d

Graphentheoretische Fundierung der semiotischen Kategorien

1. Wir gehen aus von dem folgenden vollständigen Graphen der „Zeichenbezüge“ (vgl. Toth 2019) der triadisch-trichotomischen Zeichenrelation, wie er von Bense (1967, S. 17), allerdings auf abweichende Weise, eingeführt worden war.



2. Semiotische Kategorien wurden von Bense (1981, S. 124 ff.) eingeführt und in Toth (1997, S. 21 ff.) präzisiert. Dabei gilt

$\alpha := (1 \rightarrow 2)$ $\alpha° := (2 \rightarrow 1)$

$\beta := (2 \rightarrow 3)$ $\beta° := (3 \rightarrow 2)$

$\beta\alpha = (1 \rightarrow 3)$ $\alpha°\beta° = (3 \rightarrow 1)$

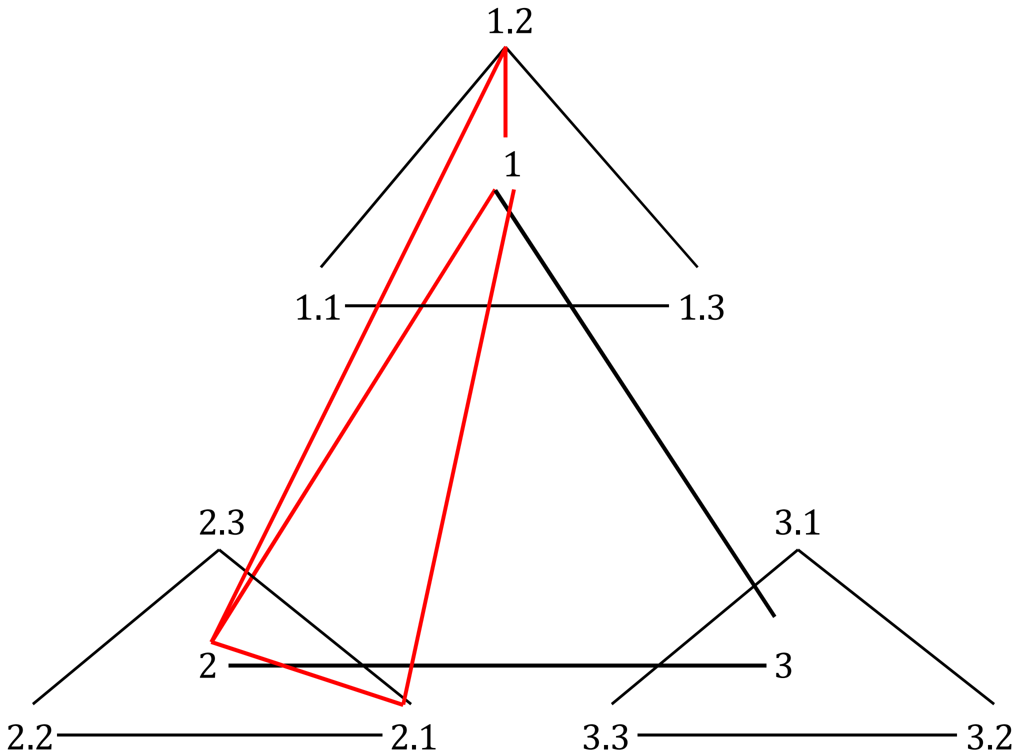
$id_1 = (1 \rightarrow 1)$

$id_2 = (2 \rightarrow 2)$

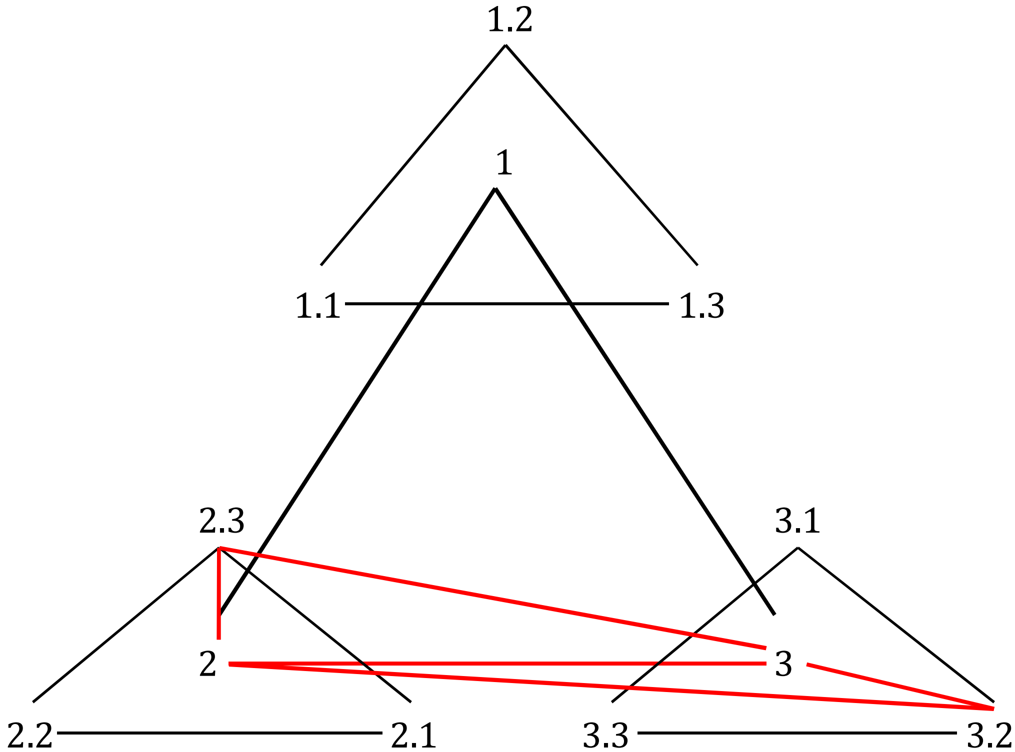
$id_3 = (3 \rightarrow 3)$.

Im folgenden sollen diese Morphismen mit Hilfe des Graphen der Zeichenbezüge fundiert werden.

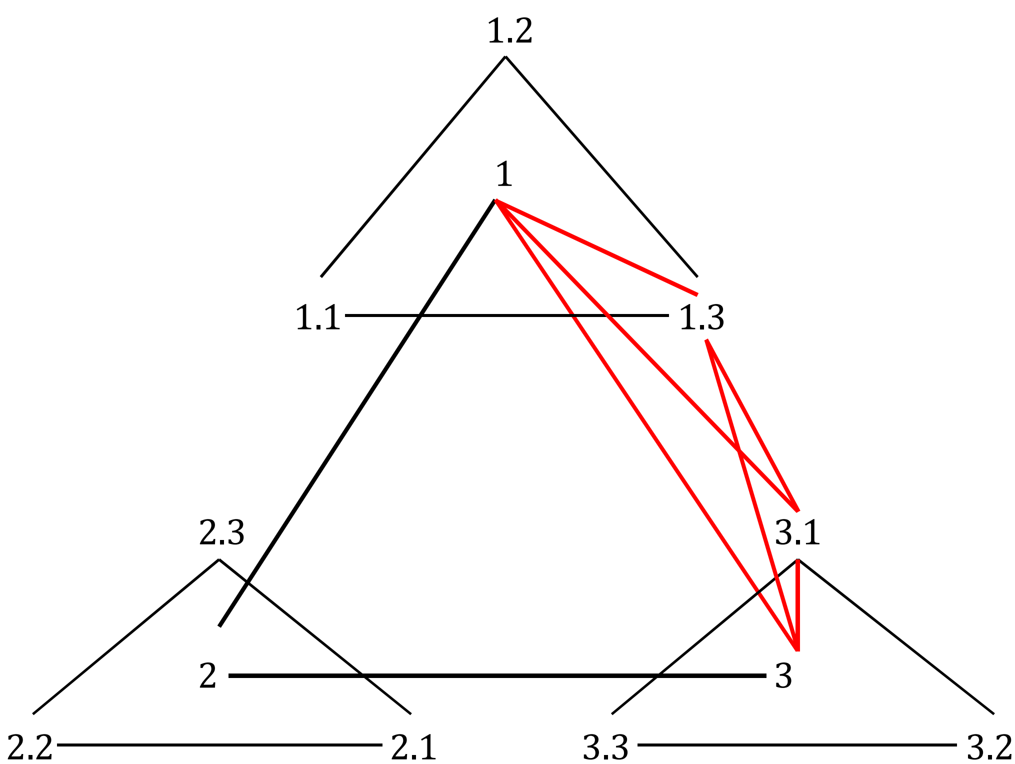
2.1. G(α, α°)



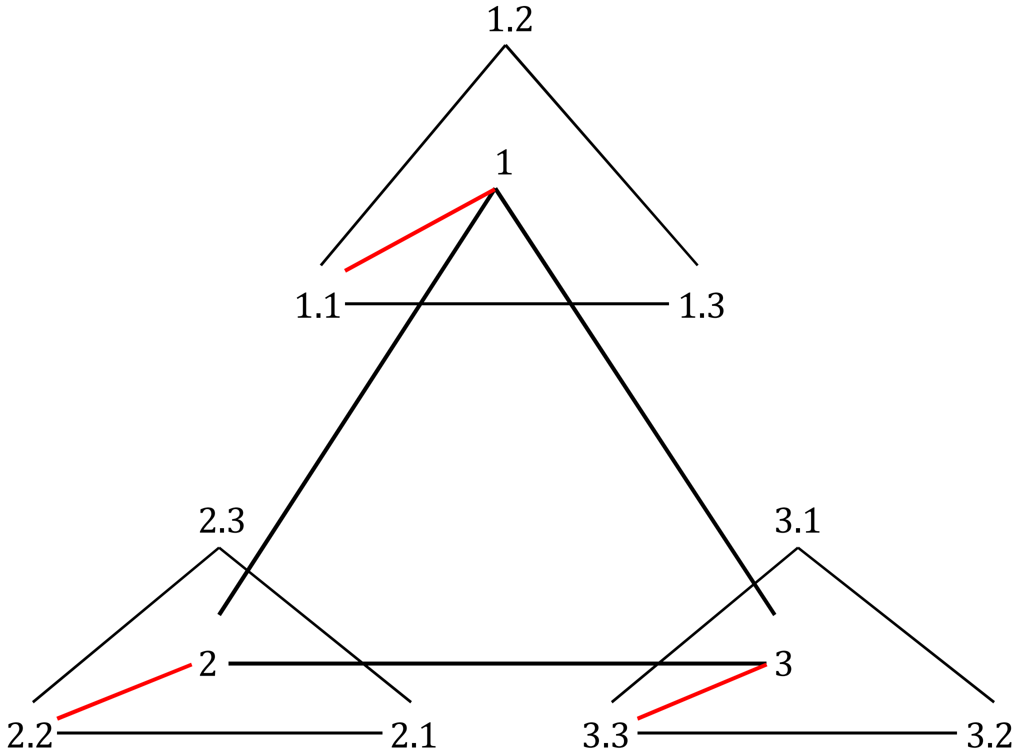
2.2. G(β, β°)



2.3. G(βα, α°β°)



2.4. $G(id_1, id_2, id_3)$



Während der Graph der identitiven Morphismen trivial ist, sind es die Graphen der nicht-identitiven Morphismen nicht. Sie ermöglichen zudem eine Offenlegung von bisher unsichtbaren Abbildungen und decken deren Interrelationen auf, d.h. sie bringen eine Form von Substrukturen der Semiosen und ihrer Retrosemiosen ans Tageslicht.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

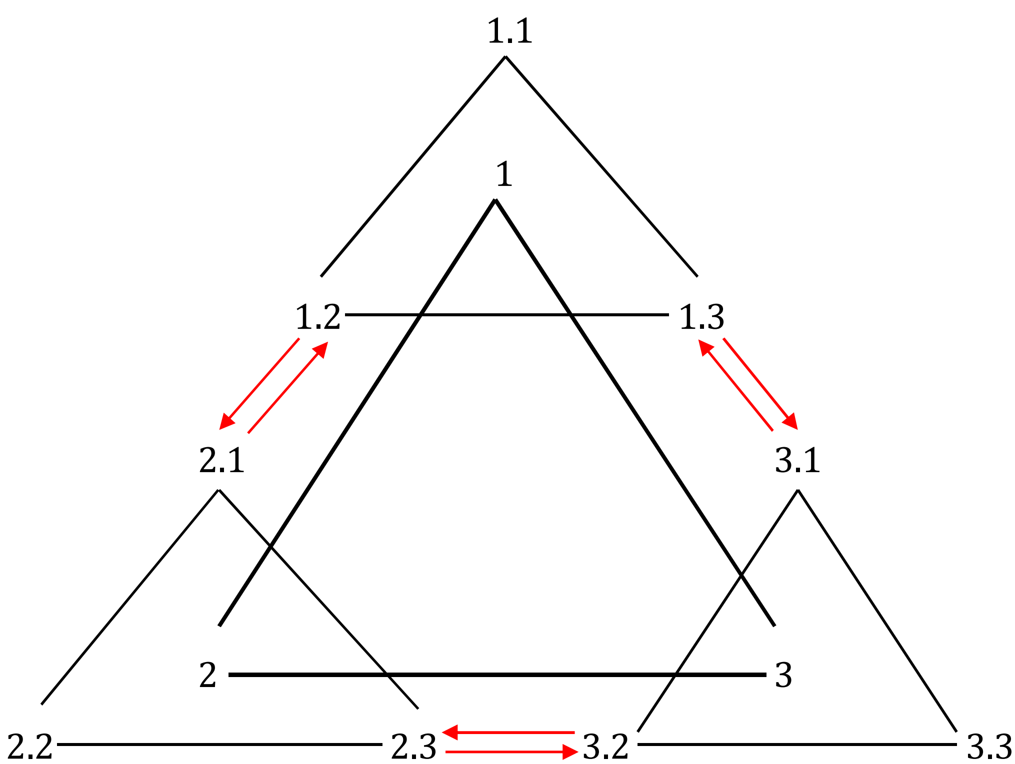
Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Benses Schema der Zeichenbezüge. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019

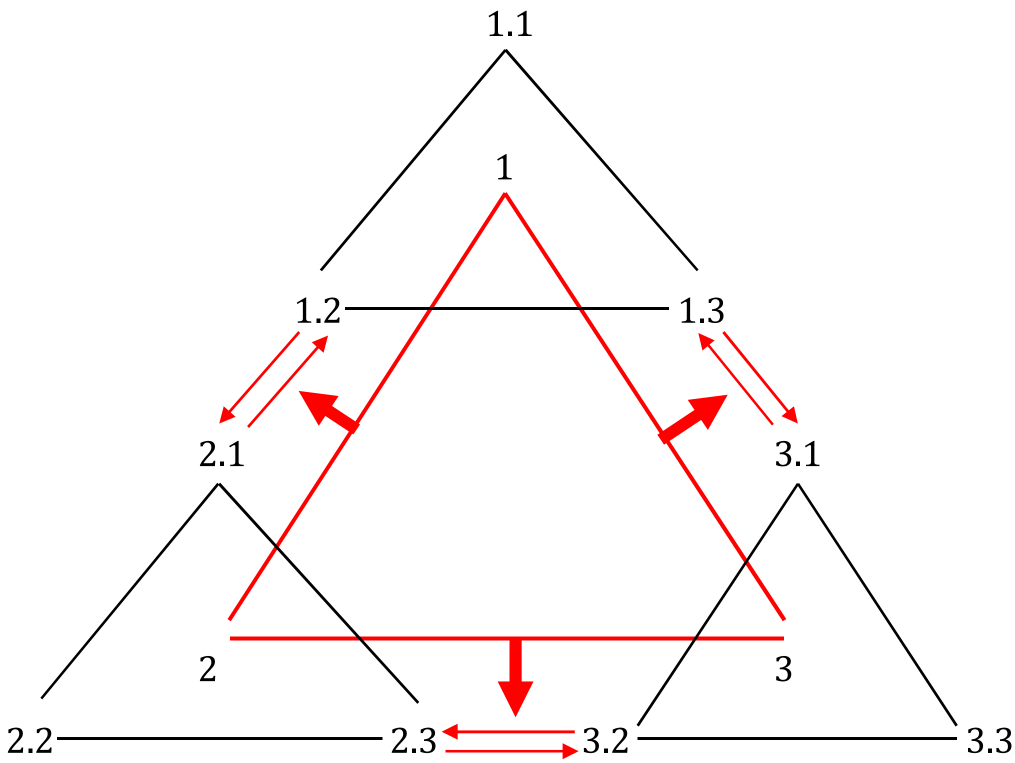
n-kategoriale Semiotik

1. Wir gehen wiederum aus von dem vollständigen Graphen der „Zeichenbezüge" (vgl. Toth 2019a, b) der triadisch-trichotomischen Zeichenrelation, wie er von Bense (1967, S. 17), allerdings auf abweichende Weise, eingeführt worden war.

In Toth (2019c) wurde gezeigt, daß man das „Schema der Zeichenbezüge" so anordnen kann, daß an je 1 Ecke der drei äußeren Dreiecksgraphen ein Paar zueinander dualer Relationen zu stehen kommt. Diese sind beim triadisch-trichotomischen Zeichenmodell die drei Paare (1.2) × (2.1), (1.3) × (3.1) und (2.3) × (3.2).



Diese als Austauschrelationen der Form ⇄ darstellbaren dualen Paare sorgen also für die Interrelationen der trichotomischen Differenzierung des triadischen Hauptgraphen, d.h. wir bekommen hier einen in der Semiotik bisher unbekannten Typus von Semiose:



(1 → 2) → (1.2 ⇄ 2.1)

(1 → 3) → (1.3 ⇄ 3.1)

(2 → 3) → (2.3 ⇄ 3.2)

Gemäß der Theorie der Higher-Dimensional Categories wird eine n-Kategorie wie folgt definiert (vgl. Cheng/Lauda 2004, S. 2)

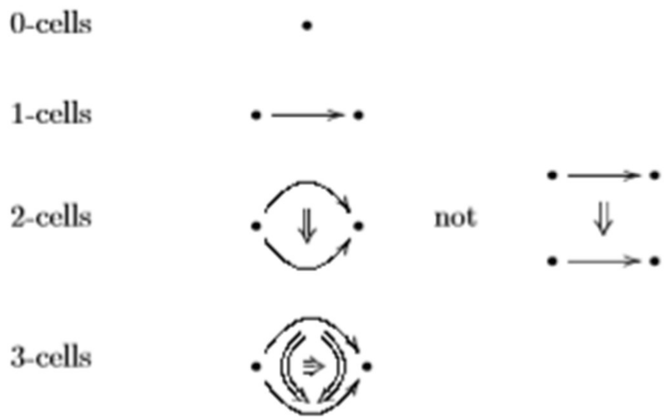
Definition 1-n *A strict n-category is given by*

i) DATA: *a diagram* $C_n \overset{s_n}{\underset{t_n}{\rightrightarrows}} C_{n-1} \overset{s_{n-1}}{\underset{t_{n-1}}{\rightrightarrows}} \cdots \overset{s_2}{\underset{t_2}{\rightrightarrows}} C_1 \overset{s_1}{\underset{t_1}{\rightrightarrows}} C_0$ *in* **Set**

ii) STRUCTURE: *composition and identities*

iii) PROPERTIES: *strict associativity and interchange axioms.*

We have to be a bit more careful about our generalised data: we would like our cells to look like this



Demzufolge stellen also die von Bense als „Primzeichen“ (Bense 1981, S. 17 ff.) eingeführten monadischen Relationen (.1.), (.2.), (.3.), allgemein $x \in (1, 2, 3)$ 0-cells dar. Die bisher bekannten Semiosen der Form $(x \rightarrow y)$ mit $x, y \in (1, 2, 3)$ sind 1-cells (vgl. Bense 1981, S. 124 ff.). Unser neuer Typus von Semiosen der Form $(w.x) \rightarrow (y.z)$ sind somit 2-cells.

2. Rekapitulieren wir an dieser Stelle kurz die Grundlagen der semiotischen Kategorientheorie (Bense 1981, S. 124 ff., Toth 1997, S 21 ff.). Die Morphismen sind wie folgt definiert

$\alpha := (1 \rightarrow 2)$ $\qquad$ $\alpha° = (2 \rightarrow 1)$

$\beta := (2 \rightarrow 3)$ $\qquad$ $\beta° = (3 \rightarrow 2)$

$\beta\alpha = (1 \rightarrow 3)$ $\qquad$ $\alpha°\beta° = (3 \rightarrow 1)$

$id_1 = (1 \rightarrow 1)$ $\qquad$ $id_2 = (2 \rightarrow 2)$ $\qquad$ $id_3 = (3 \rightarrow 3)$.

Wenn wir nun aber Subzeichen der Form

$(w.x) \rightarrow (y.z)$,

aufeinander abbilden wollen, dann haben wir zwei Möglichkeiten

$$\begin{array}{llllllll}
1. & w. & .x & & 1. & .2 & & \\
 & \downarrow & \downarrow & \text{z.B.} & \downarrow & \downarrow & & = [\beta\alpha, \alpha°] \\
 & y. & .z & & 3. & .1 & &
\end{array}$$

2. $(1.2) \rightarrow (3.1) = (1. \rightarrow .2) \rightarrow (3. \rightarrow .1) = [\alpha, \alpha°\beta°]$,

d.h. es ist

$[\beta\alpha, \alpha°] \neq [\alpha, \alpha°\beta°]$.

Im 1. Falle werden die Subzeichen dadurch abgebildet, daß ihre Primzeichen abgebildet werden, d.h. 1-cells werden wie 0-cells behandelt. Im 2. Falle werden die Subzeichen aber wie 1-cells abgebildet, und ihre Abbildung aufeinander ergibt 2-cells. Dabei gibt es folgende Möglichkeiten.

2.1. Identitive 2-cell-Morphismen

$(\alpha \rightarrow \alpha)$

$(\alpha° \rightarrow \alpha°)$

$(\beta \rightarrow \beta)$

$(\beta° \rightarrow \beta°)$

$(\beta\alpha \rightarrow \beta\alpha)$

$(\alpha°\beta° \rightarrow \alpha°\beta°)$

$(id_1 \rightarrow id_1)$

$(id_2 \rightarrow id_2)$

$(id_3 \rightarrow id_3)$

2.2. Nicht-identitive 2-cell-Morphismen

$(\alpha \rightarrow \alpha°)$	$(\alpha° \rightarrow \alpha)$
$(\alpha \rightarrow \beta)$	$(\beta \rightarrow \alpha)$
$(\alpha \rightarrow \beta°)$	$(\beta° \rightarrow \alpha)$
$(\alpha \rightarrow \beta\alpha)$	$(\beta\alpha \rightarrow \alpha)$
$(\alpha \rightarrow \alpha°\beta°)$	$(\alpha°\beta° \rightarrow \alpha)$
$(\alpha \rightarrow id_1)$	$(id_1 \rightarrow \alpha)$
$(\alpha \rightarrow id_2)$	$(id_2 \rightarrow \alpha)$

$(\alpha \to id_3)$	$(id_3 \to \alpha)$
$(\alpha^\circ \to \beta)$	$(\beta \to \alpha^\circ)$
$(\alpha^\circ \to \beta^\circ)$	$(\beta^\circ \to \alpha^\circ)$
$(\alpha^\circ \to \beta\alpha)$	$(\beta\alpha \to \alpha^\circ)$
$(\alpha^\circ \to \alpha^\circ\beta^\circ)$	$(\alpha^\circ\beta^\circ \to \alpha^\circ)$
$(\alpha^\circ \to id_1)$	$(id_1 \to \alpha^\circ)$
$(\alpha^\circ \to id_2)$	$(id_2 \to \alpha^\circ)$
$(\alpha^\circ \to id_3)$	$(id_3 \to \alpha^\circ)$
$(\beta \to \beta^\circ)$	$(\beta^\circ \to \beta)$
$(\beta \to \beta\alpha)$	$(\beta\alpha \to \beta)$
$(\beta \to \alpha^\circ\beta^\circ)$	$(\alpha^\circ\beta^\circ \to \beta)$
$(\beta \to id_1)$	$(id_1 \to \beta)$
$(\beta \to id_2)$	$(id_2 \to \beta)$
$(\beta \to id_3)$	$(id_3 \to \beta)$
$(\beta^\circ \to \beta\alpha)$	$(\beta\alpha \to \beta^\circ)$
$(\beta^\circ \to \alpha^\circ\beta^\circ)$	$(\alpha^\circ\beta^\circ \to \beta^\circ)$
$(\beta^\circ \to id_1)$	$(id_1 \to \beta^\circ)$
$(\beta^\circ \to id_2)$	$(id_2 \to \beta^\circ)$
$(\beta^\circ \to id_3)$	$(id_3 \to \beta^\circ)$
$(\beta\alpha \to \alpha^\circ\beta^\circ)$	$(\alpha^\circ\beta^\circ \to \beta\alpha)$

$(\beta\alpha \rightarrow id_1)$ $(id_1 \rightarrow \beta\alpha)$

$(\beta\alpha \rightarrow id_2)$ $(id_2 \rightarrow \beta\alpha)$

$(\beta\alpha \rightarrow id_3)$ $(id_3 \rightarrow \beta\alpha)$

$(\alpha°\beta° \rightarrow id_1)$ $(id_1 \rightarrow \alpha°\beta°)$

$(\alpha°\beta° \rightarrow id_2)$ $(id_2 \rightarrow \alpha°\beta°)$

$(\alpha°\beta° \rightarrow id_3)$ $(id_3 \rightarrow \alpha°\beta°)$

$(id_1 \rightarrow id_2)$ $(id_2 \rightarrow id_1)$

$(id_1 \rightarrow id_3)$ $(id_3 \rightarrow id_1)$

$(id_2 \rightarrow id_3)$ $(id_3 \rightarrow id_2)$.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Cheng, Eugenia/Lauda, Aaron, Higher Dimensional Categories. Cambridge, U.K., 2004

Toth, Alfred, Grundlegung einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Benses Schema der Zeichenbezüge. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019a

Toth, Alfred, Graphentheoretische Fundierung der semiotischen Kategorien. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019b

Toth, Alfred, Ein neuer Typus von Semiosen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019c

Neue n-kategoriale Abbildungstypen

1. Gemäß der Theorie der Higher-Dimensional Categories wird eine n-Kategorie wie folgt definiert (vgl. Cheng/Lauda 2004, S. 2)

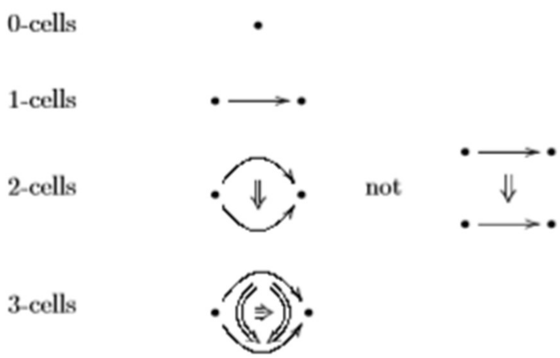
Definition 1-n *A strict n-category is given by*

i) DATA: *a diagram* $C_n \overset{s_n}{\underset{t_n}{\rightrightarrows}} C_{n-1} \overset{s_{n-1}}{\underset{t_{n-1}}{\rightrightarrows}} \cdots \overset{s_2}{\underset{t_2}{\rightrightarrows}} C_1 \overset{s_1}{\underset{t_1}{\rightrightarrows}} C_0$ *in* **Set**

ii) STRUCTURE: *composition and identities*

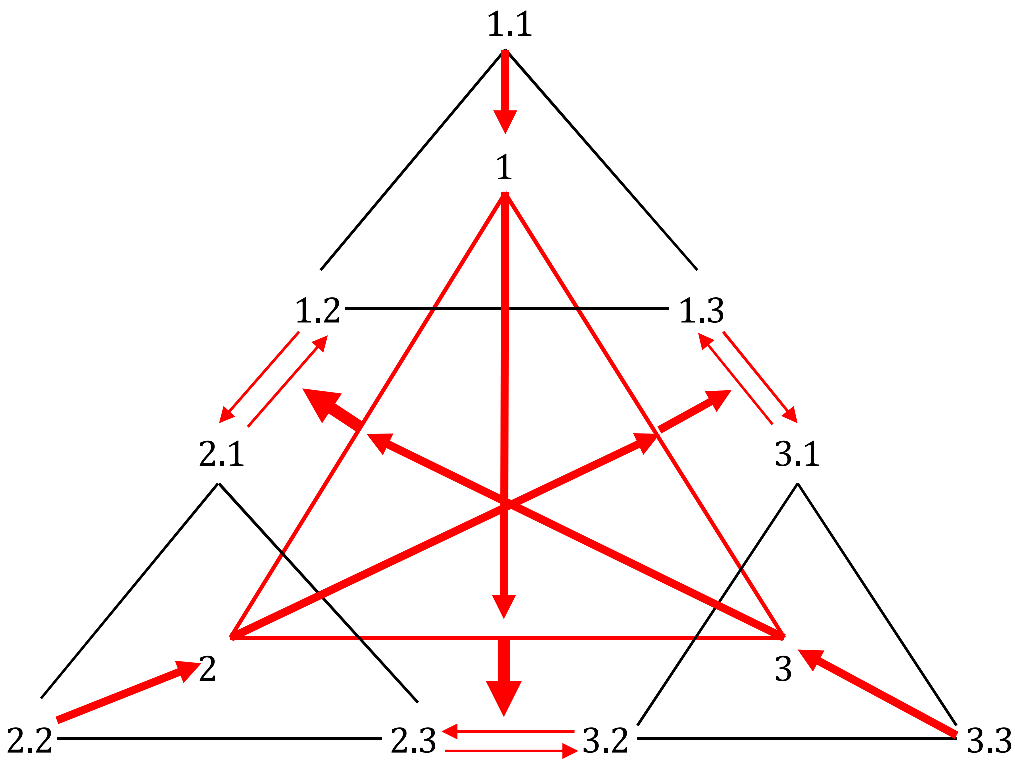
iii) PROPERTIES: *strict associativity and interchange axioms.*

We have to be a bit more careful about our generalised data: we would like our cells to look like this



Demzufolge stellen also die von Bense als „Primzeichen“ (Bense 1981, S. 17 ff.) eingeführten monadischen Relationen (.1.), (.2.), (.3.), allgemein x ∈ (1, 2, 3) 0-cells dar. Die bisher bekannten Semiosen der Form (x → y) mit x, y ∈ (1, 2, 3) sind 1-cells (vgl. Bense 1981, S. 124 ff.). Unser neuer Typus von Semiosen der Form (w.x) → (y.z) sind somit 2-cells.

2. Es gibt allerdings neben den vier Zellen sowie der n-kategorialen Unterscheidung zwischen simplizialen, globularen und opetopischen Kategorien noch weitere Typen von Abbildungen. Nicht zum ersten Mal liefert hier die Semiotik als eine Form der qualitativen Mathematik einen Beitrag zur “reinen” Mathematik. Wir gehen aus von dem folgenden Dreiecksgraphen (vgl. Toth 2019a, b).



Neben den bereits behandelten semiotischen 0, 1-, 2- und 3-cells gibt es noch die folgenden 3 weiteren n-kategorialen Abbildungstypen.

1. $(1 \rightarrow (1.1)) = (1 \rightarrow (1. \rightarrow .1))$

   $(2 \rightarrow (2.2)) = (2 \rightarrow (2. \rightarrow .2))$

   $(3 \rightarrow (3.3)) = (3 \rightarrow (3. \rightarrow .3))$

2. $(1 \rightarrow 2) \rightarrow ((1.2) \rightarrow (2.1)) = (1 \rightarrow 2) \rightarrow ((1. \rightarrow .2) \rightarrow (2. \rightarrow .1))$

   $(2 \rightarrow 3) \rightarrow ((2.3) \rightarrow (3.2)) = (2 \rightarrow 3) \rightarrow ((2. \rightarrow .3) \rightarrow (3. \rightarrow .2))$

   $(3 \rightarrow 1) \rightarrow ((3.1) \rightarrow (1.3)) = (3 \rightarrow 1) \rightarrow ((3. \rightarrow .1) \rightarrow (1. \rightarrow .3))$

3. $((1.1) \rightarrow 1) \rightarrow (1 \rightarrow (2 \rightarrow 3)) \rightarrow ((2. \rightarrow .3) \rightarrow (3. \rightarrow .2))$

   $((2.2) \rightarrow 2) \rightarrow (2 \rightarrow (3 \rightarrow 1)) \rightarrow ((1. \rightarrow .3) \rightarrow (3. \rightarrow .1))$

   $((3.3) \rightarrow 3) \rightarrow (3 \rightarrow (1 \rightarrow 2)) \rightarrow ((1. \rightarrow .2) \rightarrow (2. \rightarrow .1))$

Ihre allgemeinen Formen sind

1. $(x \rightarrow (x.x)) = (x \rightarrow (x. \rightarrow .x))$

2. $(x \to y) \to ((x.y) \to (y.x)) = (x \to y) \to ((x. \to .y) \to (y. \to .x))$

3. $((x.x) \to x) \to (x \to (y \to z)) \to ((y. \to .z) \to (z. \to .y))$.

Es dürfte indessen schwierig sein, sie kategorialen Formen von cells der n-Kategorientheorie zuzuweisen, handelt es sich doch um "zellulär gemischte" Abbildungstypen, d.h. völlig neue Formen von komponierten kategorialen Morphismen.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Cheng, Eugenia/Lauda, Aaron, Higher Dimensional Categories. Cambridge, U.K., 2004

Toth, Alfred, Ein neuer Typus von Semiosen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019a

Toth, Alfred, n-kategoriale Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019b

n-kategoriale Abbildungstypen in der Ontik

1. Gemäß der Theorie der Higher-Dimensional Categories wird eine n-Kategorie wie folgt definiert (vgl. Cheng/Lauda 2004, S. 2)

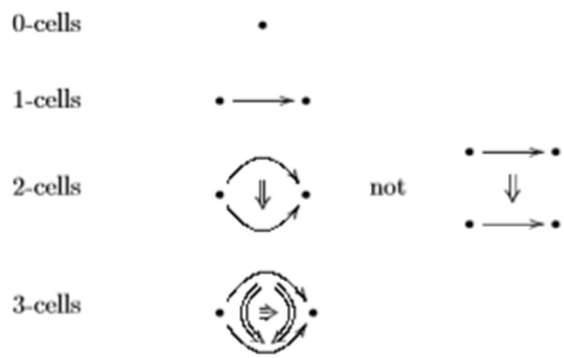
Definition 1-n *A strict n-category is given by*

i) DATA: *a diagram* $C_n \underset{t_n}{\overset{s_n}{\rightrightarrows}} C_{n-1} \underset{t_{n-1}}{\overset{s_{n-1}}{\rightrightarrows}} \cdots \underset{t_2}{\overset{s_2}{\rightrightarrows}} C_1 \underset{t_1}{\overset{s_1}{\rightrightarrows}} C_0$ *in* **Set**

ii) STRUCTURE: *composition and identities*

iii) PROPERTIES: *strict associativity and interchange axioms.*

We have to be a bit more careful about our generalised data: we would like our cells to look like this



Semiotische Beispiele sind (vgl. Bense 1981, S. 17 ff., 124 ff.; Toth 2019a, b)

0-cells $\quad x \in (1, 2, 3)$

1-cells $\quad (x \rightarrow y)$ mit $x, y \in (1, 2, 3)$

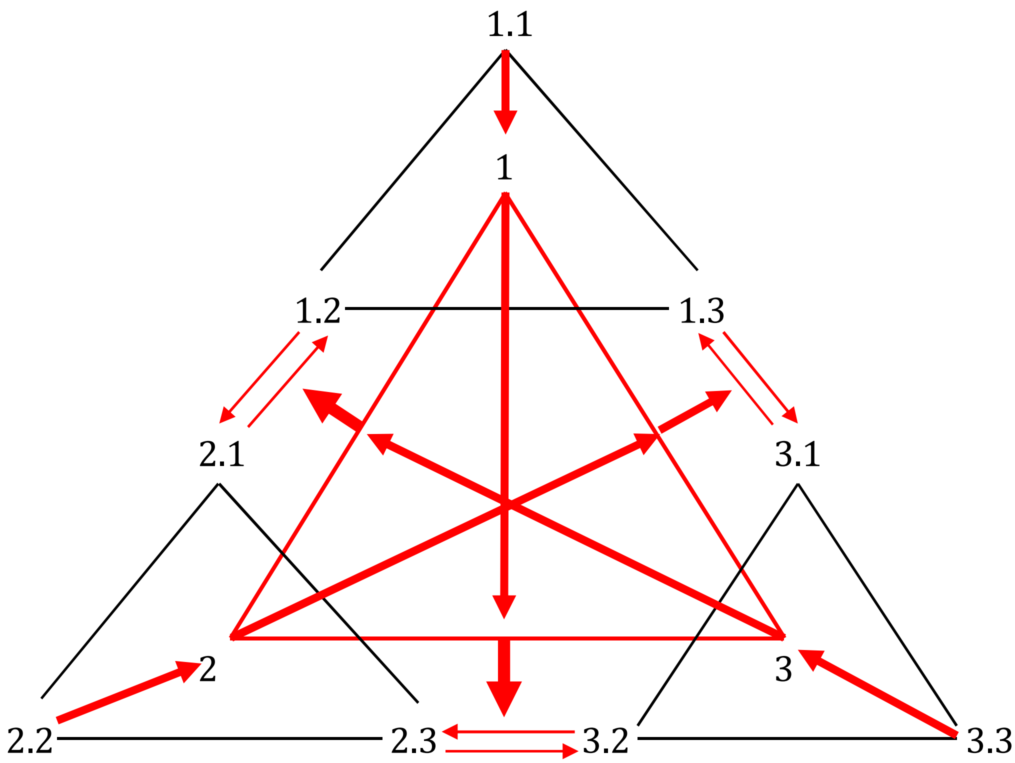
2-cells $\quad (w.x) \rightarrow (y.z)$ mit $w...z \in (1, 2, 3)$

Allerdings gibt es in dem nachstehenden Dreiecksgraphen noch die drei weiteren Abbildungstypen

1. $(x \rightarrow (x.x)) = (x \rightarrow (x. \rightarrow .x))$

2. $(x \rightarrow y) \rightarrow ((x.y) \rightarrow (y.x)) = (x \rightarrow y) \rightarrow ((x. \rightarrow .y) \rightarrow (y. \rightarrow .x))$

3. $((x.x) \rightarrow x) \rightarrow (x \rightarrow (y \rightarrow z)) \rightarrow ((y. \rightarrow .z) \rightarrow (z. \rightarrow .y))$.



2. Nun gelten in der Ontik bekanntlich die folgenden Isomorphien

1.1 ≅ Mat	2.1 ≅ Sys	3.1 ≅ Off
1.2 ≅ Str	2.2 ≅ Abb	3.2 ≅ Hal
1.3 ≅ Obj	2.3 ≅ Rep	3.3 ≅ Abg,

d.h. wir bekommen vermöge semiotisch-ontischer Isomorphie die folgenden ontischen Morphismen

0-cells $x \in (\text{Mat} \ldots \text{Abg})$

1-cells $(x \to y)$ mit $x, y \in (\text{Mat} \ldots \text{Abg})$

2-cells $(w.x) \to (y.z)$ mit $w \ldots z \in (\text{Mat} \ldots \text{Abg})$

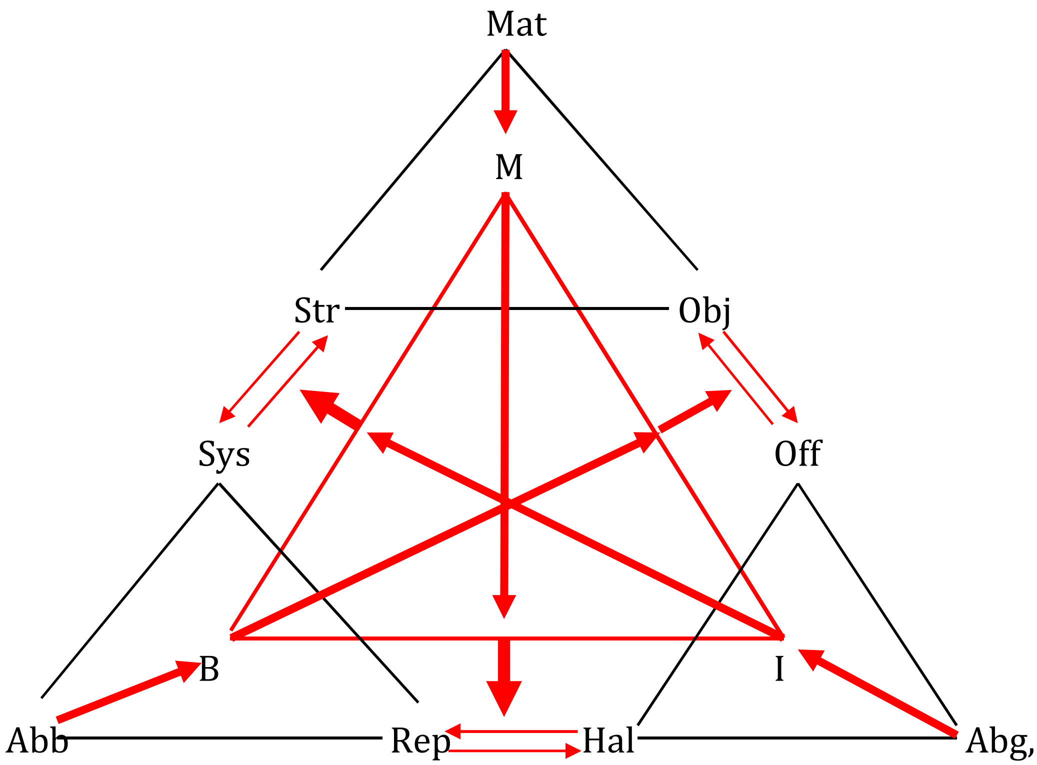
"Gemischte" Morphismen

1. $(x \to (x.x)) = (x \to (x. \to .x))$

2. $(x \to y) \to ((x.y) \to (y.x)) = (x \to y) \to ((x. \to .y) \to (y. \to .x))$

3. $((x.x) \to x) \to (x \to (y \to z)) \to ((y. \to .z) \to (z. \to .y))$

mit w…z ∈ (Mat ... Abg) und dem zugehörigen ontischen Graph



darin M für Materialitätsrelation, B für raumsemiotische Relation und I für topologische Relation, d.h. die drei Kernrelationen der 10 ontisch invarianten Relationen, steht (vgl. Toth 2016, 2017).

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Cheng, Eugenia/Lauda, Aaron, Higher Dimensional Categories. Cambridge, U.K., 2004

Toth, Alfred, Grundlagen einer Modelltheorie der Ontik I-LVII. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2016

Toth, Alfred, Das System der Raumsemiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2017

Toth, Alfred, Ein neuer Typus von Semiosen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019a

Toth, Alfred, n-kategoriale Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019b

Toth, Alfred, Neue n-kategoriale Abbildungstypen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019c

Die cell shapes in der semiotischen n-Kategorientheorie

1. Im folgenden gehen wir aus von der dyadisch-trichotomischen Zeichenrelation

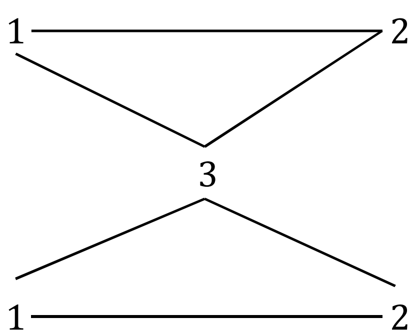
$Z^{2,3} = ((w.x), (y.z))$

mit $w, y \in (1, 2)$ und $x, z \in (1, 2, 3)$

und der dazugehörigen 2×3-Matrix

	.1	.2	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3

(vgl. Toth 2019a) und schlagen das folgende Modell vor, bestehend aus einer digonalen und einer trigonalen Relation, so zwar, daß die beiden Teilrelationen miteinander verbunden sind.



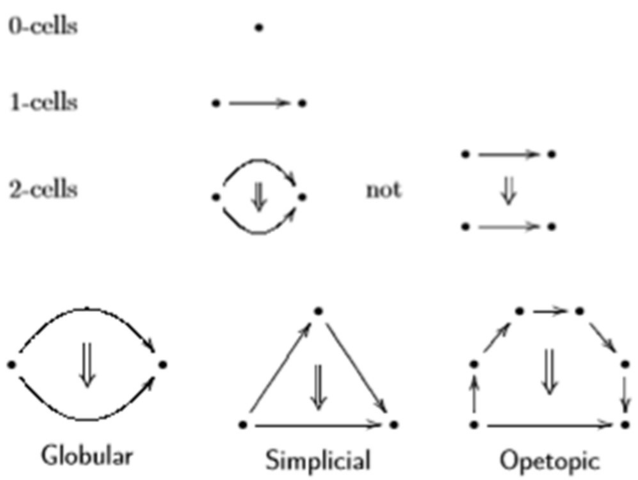
Wie in Toth (2019b) gezeigt wurde, kann man die Subzeichen der 2 × 3-Matrix in einer Pseudo-Proto-Darstellung wie folgt anordnen

$$\begin{tikzcd}
 & & 1.1 \arrow[dl] \arrow[dr] & & \\
 & 1.2 \arrow[dl] \arrow[dr] & & 1.3 \arrow[dl] \arrow[dr] & \\
2.1 & & 2.2 & & 2.3
\end{tikzcd}$$

Dagegen ist die echte Proto- und die ihr gleiche Deutero-Darstellung für die Kontexturen K = 1 bis K = 3

$$\begin{tikzcd}
& & 0 \arrow[dl] \arrow[dr] & & \\
& 00 \arrow[dl] \arrow[dr] & & 01 \arrow[dl] \arrow[dr] & \\
000 & & 001 & & 012.
\end{tikzcd}$$

2. Wenn wir diese Grundlagen zum Aufbau einer polykontexturalen Semiotik aus dem Blickwinkel der n-Kategorientheorie betrachten, haben wir also entsprechend der folgenden Definitionen der cells und der zugehörigen cell shapes (vgl. Cheng/Lauda 2004, S. 2 u. 7)



0-cells: x mit $x \in (1, 2, 3)$

1-cells: $(x.y)$ mit $x, y \in (1, 2, 3)$

2-cells $((w.x), (y.u))$ mit $w \ldots z \in (1, 2, 3)$

Während also semiotische 0-cells die von Bense (1981, S. 17 ff.) eingeführten Zeichenzahlen sind, sind die in Toth (1997, S. 21 ff.) definierten Morphismen

$\alpha := (1 \rightarrow 2)$ $\alpha° = (2 \rightarrow 1)$

$\beta := (2 \rightarrow 3)$ $\beta° = (3 \rightarrow 2)$

$\beta\alpha = (1 \rightarrow 3) \qquad \alpha°\beta° = (3 \rightarrow 1)$

$id_1 = (1 \rightarrow 1) \qquad id_2 = (2 \rightarrow 2) \qquad id_3 = (3 \rightarrow 3)$

semiotische 1-cells.

Semiotische 2-cells sind hingegen immer vierfach

1. (w.x) → (y.z) = f: (w. → y.), g: (.x → .z)
2. (w.x) → (y.z) = f: (w. → .z), g: (.x → .y.)
3. (w.x) → (y.z) = f: (.x → y.), g: (w. → .z)
4. (w.x) → (y.z) = f: (.x → .z), g: (.w → y.)

und chiastisch, wie in Toth (2019c) gezeigt wurde

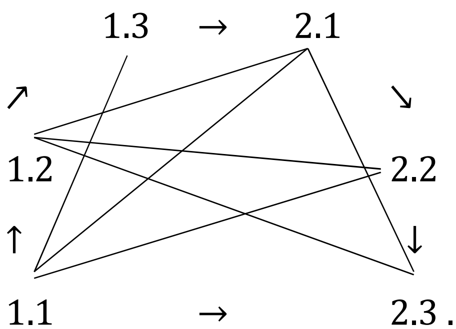
(w. → y.), (.x → .z) (w. → .z), (.x → .y.)

(.x → y.), (w. → .z) (.x → .z), (.w → y.).

Wähend sich also Subzeichen oder n-tupel von Subzeichen globular darstellen lassen, lassen sich triadische und trichotomische semiotische Relationen simplizial darstellen (vgl. dazu aus topologischer Sicht bereits Bense 1975, S. 76 f.). Mit Hilfe des opetopischen cell-shape hingegen lassen sich die 6 Subzeichen von $Z^{2,3}$ bzw. ihre korrespondierenden Proto- und Deuterozahlen darstellen, vgl. z.B.

$$\begin{array}{ccccccccccc}
 & 1.3 & \rightarrow & 2.1 & & & & 01 & \rightarrow & 000 & \\
\nearrow & & & & \searrow & & \nearrow & & & & \searrow \\
1.2 & & & & 2.2 & \rightarrow & 00 & & & & 001 \\
\uparrow & & & & \downarrow & & \uparrow & & & & \downarrow \\
1.1 & & \rightarrow & & 2.3 & & 0 & & \rightarrow & & 012.
\end{array}$$

Ferner eignet sich das opetopische Modell – das übrigens mit der ontischen (positiven) Übereckrelation isomorph ist, woraus sich eine bisher übersehene semiotisch-ontische Isomorphie ergibt – dazu, weitere Interrelationen zwischen den Semiosen und ihren korrespondierenden Morphismen aufzuzeigen:



Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Cheng, Eugenia/Lauda, Aaron, Higher Dimensional Categories. Cambridge, U.K., 2004

Toth, Alfred, Grundlegung einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Grundlegung einer polykontexturalen Semiotik. Tucson, AZ, 2019 (= Toth 2019a)

Toth, Alfred, Kontexturen statt Trichotomien. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019b

Toth, Alfred, Notiz zu globularen Zellen in der n-kategorialen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019c

Graphen der dyadisch-trichotomischen Zeichenrelation

1. Im folgenden gehen wir aus von der dyadisch-trichotomischen Zeichenrelation (vgl. Toth 2019) der Form

$ZR^{2,3} = ((w.x), (y.z))$

mit ihrer zugehörigen Matrix

	.1	2.	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3.

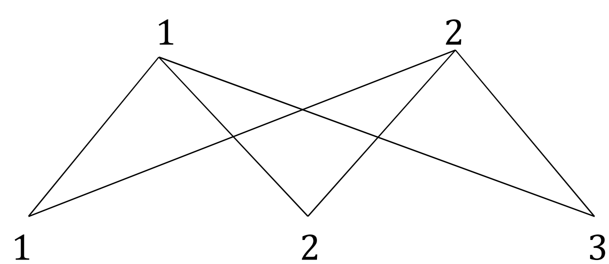
2. Da es sich hier um eine nicht-quadratische 2×3 Matrix handelt im Gegensatz zu der von Bense (1975, S. 37) eingeführten 3×3-Matrix der triadisch-trichotomischen Zeichenrelation

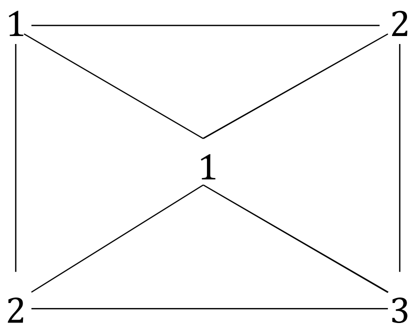
$ZR^{3,3} = ((3.x), (2.y), (1.z))$

mit ihrer zugehörigen Matrix

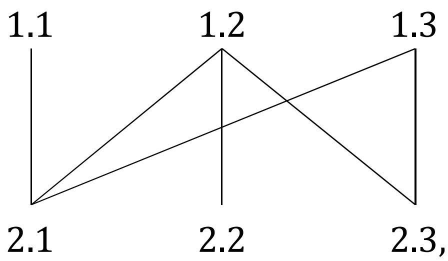
	.1	2.	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3,

wollen wir im Anschluß an die von Bense (1971, S. 37 ff.) in die Semiotik eingeführte Graphentheorie zwei Graphen präsentieren, welche die Schnittpunkte der Semiosen besonders deutlich machen.





Geht man hingegen von den 6 Subrelationen von $ZR^{2,3}$ aus, so bekommt man z.B.



d.h. der Graph der Subrelationen ist im Gegensatz zu den beiden Graphen der Relationen asymmetrisch.

Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

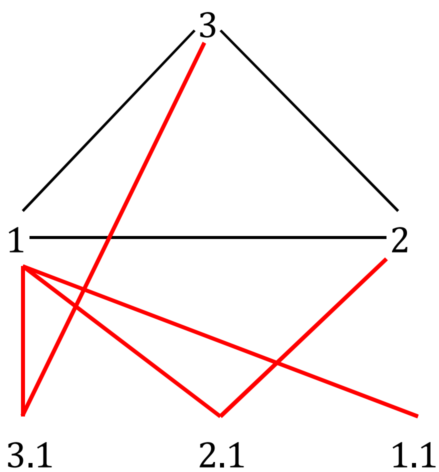
Toth, Alfred, Einbettungsrelationen topologischer semiotischer Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019

Graphen von Zeichenbezügen der 10 Zeichenklassen

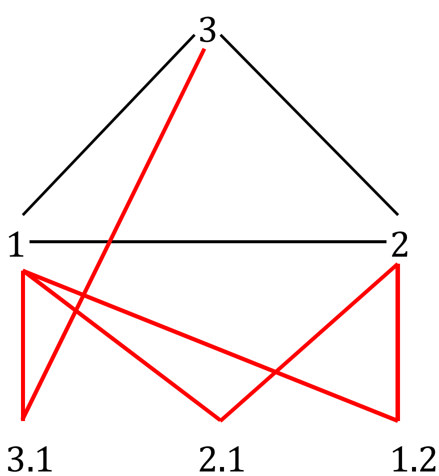
1. Zu dem von Bense eingeführten Begriff der „Zeichenbezüge" vgl. Bense (1967, S. 17), zur graphentheoretischen Umformung Toth (2019).

2. Im folgenden verwenden wir eine vereinfachte Form von Benses „Schema der Zeichenbezüge" für eine neue graphentheoretische Darstellung der 10 Zeichenklassen. Dadurch werden die Semiosen und ihre Interrelationen viel präziser sichtbar als mit den bisher verwandten graphentheoretischen Modellen (vgl. Bense 1971, S. 37 ff.).

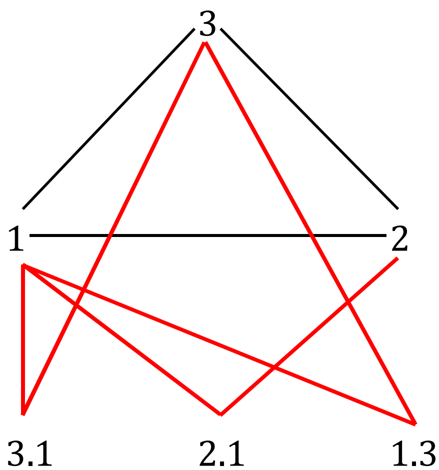
2.1. ZKl(3.1, 2.1, 1.1)



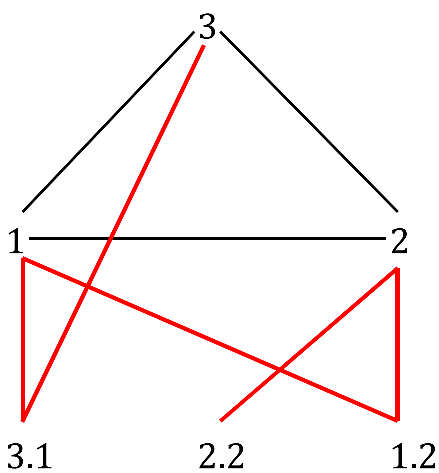
2.2. ZKl(3.1, 2.1, 1.2)



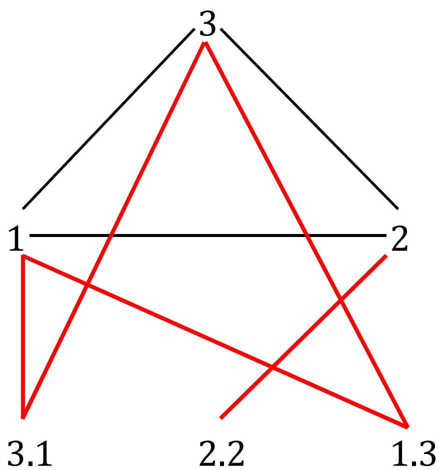
2.3. ZKl(3.1, 2.1, 1.3)



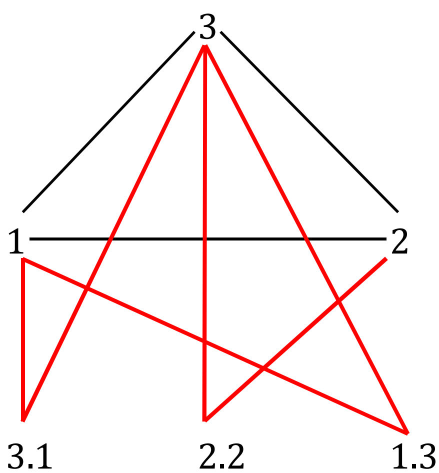
2.4. ZKl(3.1, 2.2, 1.2)



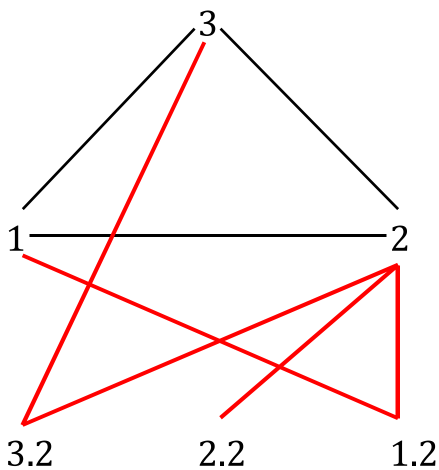
2.5. ZKl(3.1, 2.2, 1.3)



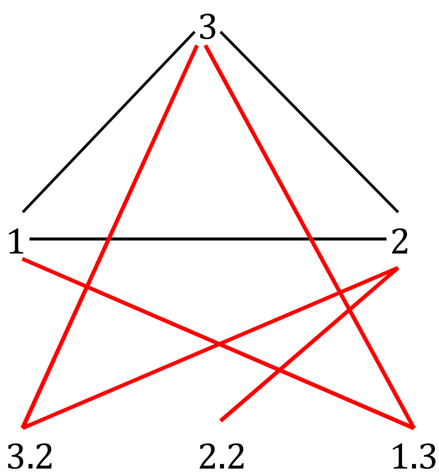
2.6. ZKl(3.1, 2.3, 1.3)



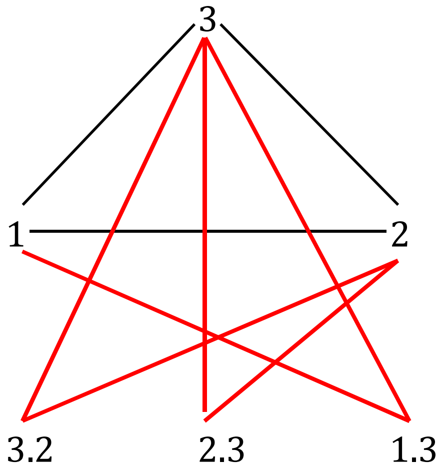
2.7. ZKl(3.2, 2.2, 1.2)



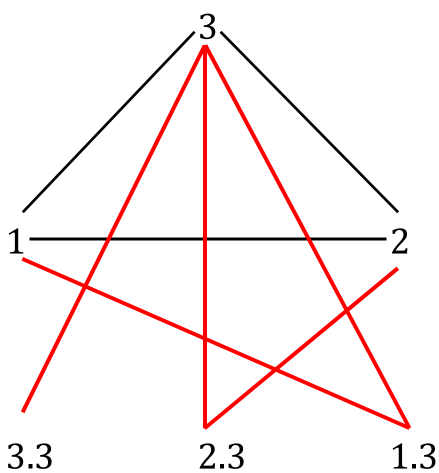
2.8. ZKl(3.2, 2.2, 1.3)



2.9. ZKl(3.2, 2.3, 1.3)

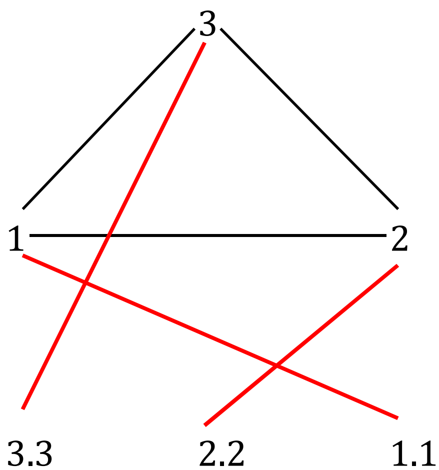


2.10. ZKl(3.3, 2.3, 1.3)



Als Zusatz noch der Graph der Genuinen Kategorienklasse.

2.11. ZKl(3.3, 2.2, 1.1)



Ein überraschendes Ergebnis ist also, daß sämtliche Graphen asymmetrisch sind, selbst diejenigen für die Zeichenklasse der Eigenrealität sowie die Kategorienrealität.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Toth, Alfred, Benses Schema der Zeichenbezüge. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019

Ein Modell für die dyadisch-trichotomische Zeichenrelation

1. Im folgenden gehen wir aus von der dyadisch-trichotomischen Zeichenrelation

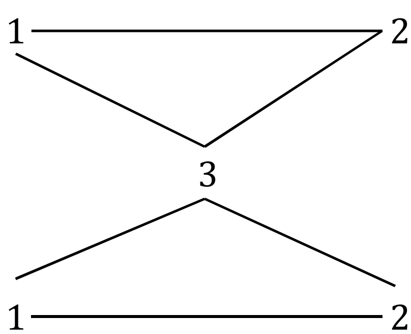
$Z^{2,3} = ((w.x), (y.z))$

mit $w, y \in (1, 2)$ und $x, z \in (1, 2, 3)$

und der dazugehörigen 2×3-Matrix

	.1	.2	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3

(vgl. Toth 2019) und schlagen das folgende Modell vor, bestehend aus aus einer digonalen und einer trigonalen Relation, so zwar, daß die beiden Teilrelationen miteinander verbunden sind.



2. Nun gibt es genau 2 mal 9 = 18 $Z^{2,3}$-Zeichenrelationen

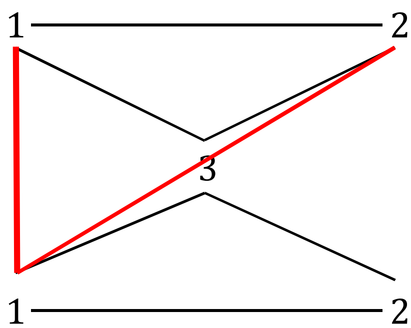
(1.1, 2.1)	(2.1, 1.1)
(1.1, 2.2)	(2.2, 1.1)
(1.1, 2.3)	(2.3, 1.1)
(1.2, 2.1)	(2.1, 1.2)
(1.2, 2.2)	(2.2, 1.2)
(1.2, 2.3)	(2.3, 1.2)
(1.3, 2.1)	(2.1, 1.3)

(1.3, 2.2)   (2.2, 1.3)

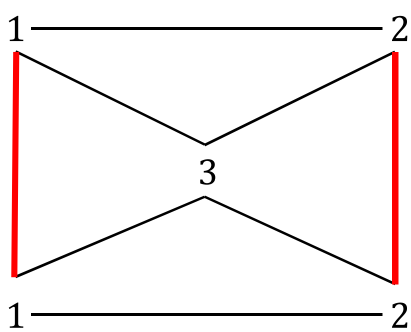
(1.3, 2.3)   (2.3, 1.3).

Diese können wir mit dem neuen graphentheoretischen Modell in einer Weise darstellen, daß die Semiosen und ihre Interrelationen zu Tage treten.

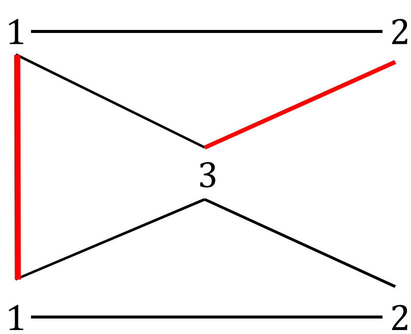
2.1. Graph von ((1.1, 2.1), (2.1, 1.1))



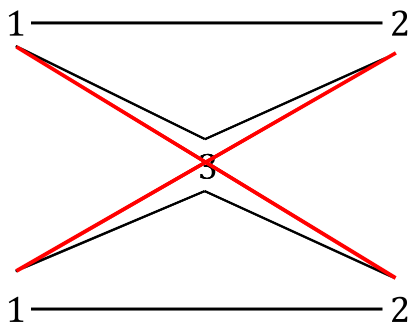
2.2. Graph von ((1.1, 2.2), (2.2, 1.1))



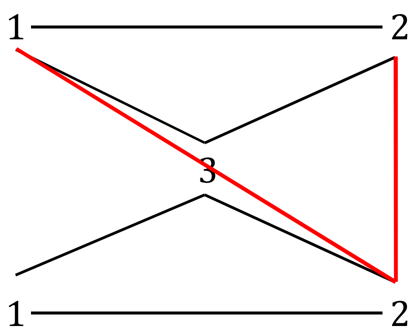
2.3. Graph von ((1.1, 2.3), (2.3, 1.1))



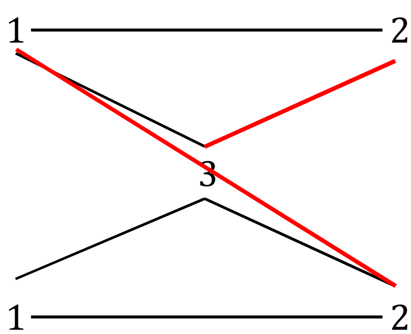
2.4. Graph von ((1.2, 2.1), (2.1, 1.2))



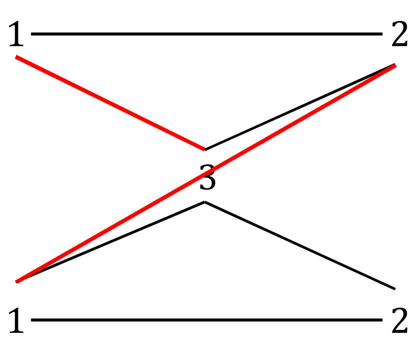
2.5. Graph von ((1.2, 2.2), (2.2, 1.2))



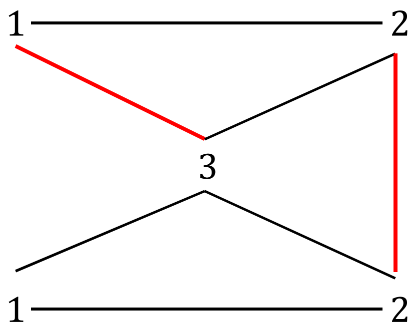
2.6. Graph von ((1.2, 2.3), (2.3, 1.2))



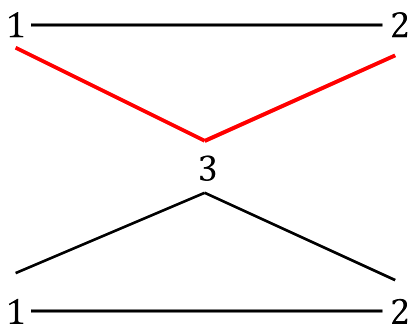
2.7. Graph von ((1.3, 2.1), (2.1, 1.3))



2.8. Graph von ((1.3, 2.2), (2.2, 1.3))



2.9. Graph von ((1.3, 2.3), (2.3, 1.3))



Literatur

Toth, Alfred, Grundlegung einer polykontexturalen Semiotik. Tucson, AZ, 2019

Die Abbildung von $Z^{3,3}$ auf $Z^{2,3}$

1. In Toth (2019a) hatten wir die dyadisch-trichotomische Zeichenrelation

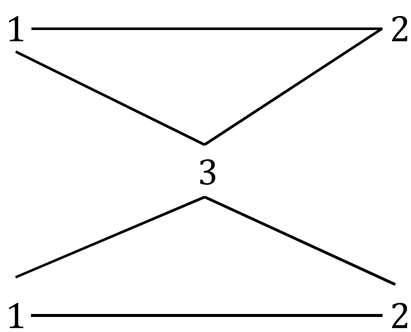
$Z^{2,3} = ((w.x), (y.z))$

mit w, y ∈ (1, 2) und x, z ∈ (1, 2, 3)

und der dazugehörigen 2×3-Matrix

	.1	.2	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3

eingeführt und in Toth (2019b) das folgende Modell vorgeschlagen, bestehend aus aus einer digonalen und einer trigonalen Relation, so zwar, daß die beiden Teilrelationen miteinander verbunden sind.



2. Dagegen ist die peirce-bensesche Zeichenrelation definiert durch

$Z^{3,3} = (3.x, (2.y, (1.z)))$

mit x, y, z ∈ (1, 2, 3) und $x \leqq y \leqq z$

sowie der dazugehörigen 3×3-Matrix (vgl. Bense 1975, S. 37)

	.1	.2	.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3.

3. Es ist also $Z^{2,3} \subset Z^{3,3}$, insofern sich die beiden Zeichenrelationen nur dadurch unterscheiden, daß der Interpretantenbezug in $Z^{2,3}$ nicht kategorial, sondern durch topologische closures definiert wird. Somit ist es möglich, die 10 Zeichenklassen von $Z^{3,3}$ auf $Z^{2,3}$ abzubilden, insofern der Interpretantenbezug durch topologische Klammerung ausgedrückt wird. Allerdings sind diese Abbildungen weder injektiv noch surjektiv, denn 1. stellen die 10 Zeichenklassen nur eine Teilmenge der insgesamt $3^3 = 27$ möglichen semiotischen $Z^{3,3}$-Relationen dar, und 2. stellen die als Urtbilder der Abbildung fungierenden $Z^{2,3}$-Relationen eine noch geringere Teilmenge von insgesamt 216 semiotischen Relationen dar.

(3.1, 2.1, 1.1)	→	((2.1, 1.1), (1.1, 2.1))
(3.1, 2.1, 1.2)	→	((2.1, 1.2), (1.2, 2.1))
(3.1, 2.1, 1.3)	→	((2.1, 1.3), (1.3, 2.1))
(3.1, 2.2, 1.2)	→	((2.2, 1.2), (1.2, 2.2))
(3.1, 2.2, 1.3)	→	((2.2, 1.3), (1.3, 2.2))
(3.1, 2.3, 1.3)	→	((2.3, 1.3), (1.3, 2.3))
(3.2, 2.2, 1.2)	→	((2.2, 1.2), (1.2, 2.2))
	↘	((2.2, 1.2], (1.2, 2.2]), ([2.2, 1.2), [1.2, 2.2))
(3.2, 2.2, 1.3)	→	((2.2, 1.3), (1.3, 2.2))
	↘	((2.2, 1.3], (1.3, 2.2]), ([2.2, 1.3), [1.3, 2.2))
(3.2, 2.3, 1.3)	→	((2.3, 1.3), (1.3, 2.3))
	↘	((2.3, 1.3], (1.3, 2.3]), ([2.3, 1.3), [1.3, 2.3))
(3.3, 2.3, 1.3)	→	([2.3, 1.3], [1.3, 2.3])

Graphentheoretisch liegt somit folgende allgemeine Abbildung vor.

$$\begin{tikzcd} & 3.z \arrow[dl, dash] \arrow[dr, dash] & \\ 1.x \arrow[rr, dash] \arrow[d, dash] & & 2.y \arrow[d, dash] \\ \vdots 1.x & & 2.y \vdots, \end{tikzcd}$$

darin ⁝ ∈ ((,), [,]).

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

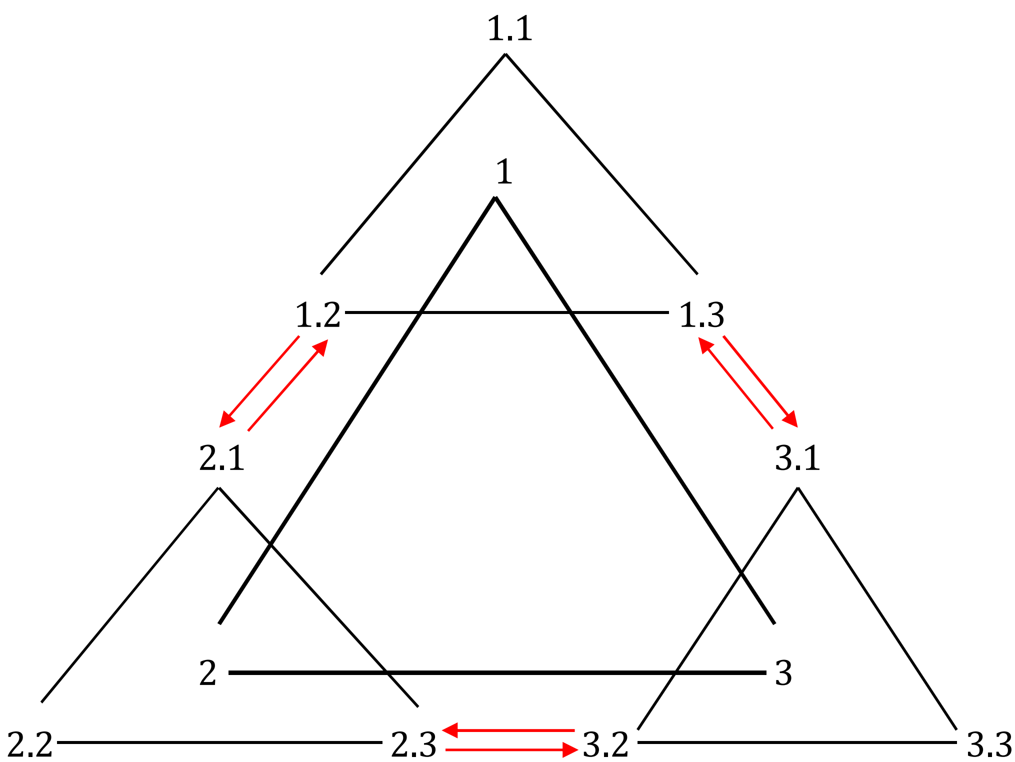
Toth, Alfred, Grundlegung einer polykontexturalen Semiotik. Tucson, AZ, 2019 (= 2019a)

Toth, Alfred, Ein Modell für die dyadisch-trichotomische Zeichenrelation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019b

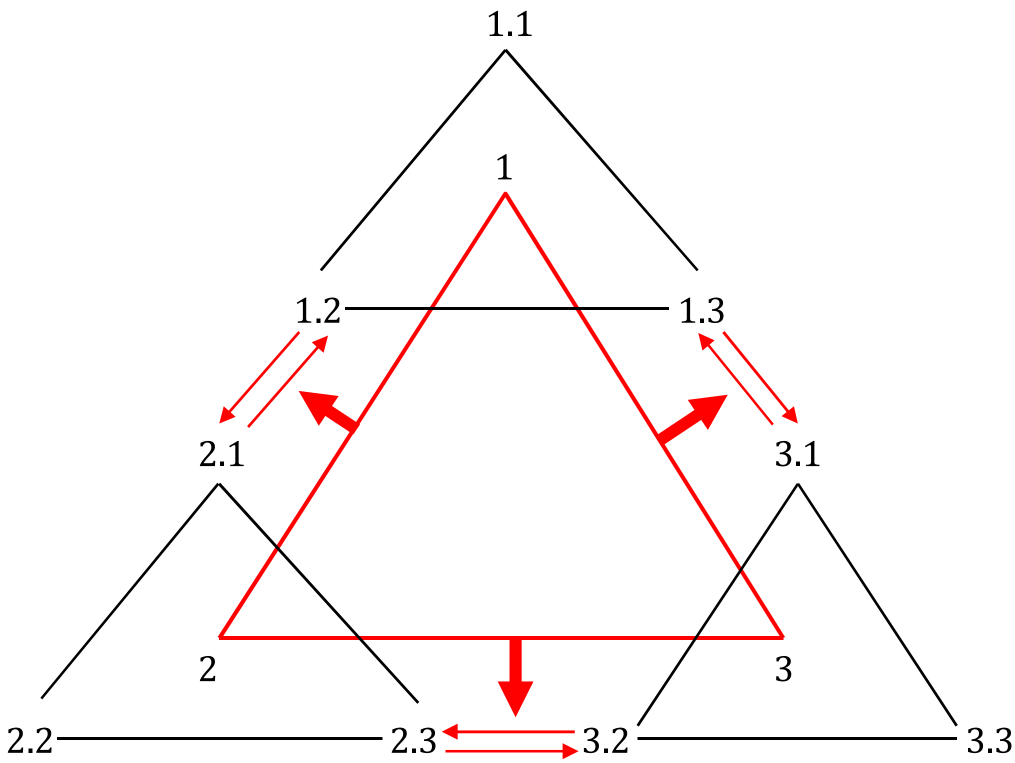
Ein neuer Typus von Semiosen

1. Wir gehen aus von dem vollständigen Graphen der „Zeichenbezüge" (vgl. Toth 2019a, b) der triadisch-trichotomischen Zeichenrelation, wie er von Bense (1967, S. 17), allerdings auf abweichende Weise, eingeführt worden war.

2. Man kann nun das „Schema der Zeichenbezüge" so anordnen, daß an je 1 Ecke der drei äußeren Dreiecksgraphen ein Paar zueinander dualer Relationen zu stehen kommt. Diese sind beim triadisch-trichotomischen Zeichenmodell die drei Paare (1.2) × (2.1), (1.3) × (3.1) und (2.3) × (3.2).



Diese als Austauschrelationen der Form ⇄ darstellbaren dualen Paare sorgen also für die Interrelationen der trichotomischen Differenzierung des triadischen Hauptgraphen, d.h. wir bekommen hier einen in der Semiotik bisher unbekannten Typus von Semiose:



$(1 \rightarrow 2) \rightarrow (1.2 \rightleftarrows 2.1)$

$(1 \rightarrow 3) \rightarrow (1.3 \rightleftarrows 3.1)$

$(2 \rightarrow 3) \rightarrow (2.3 \rightleftarrows 3.2)$

Gemäß der Theorie der Higher-Dimensional Categories wird eine n-Kategorie wie folgt definiert (vgl. Cheng/Lauda 2004, S. 2)

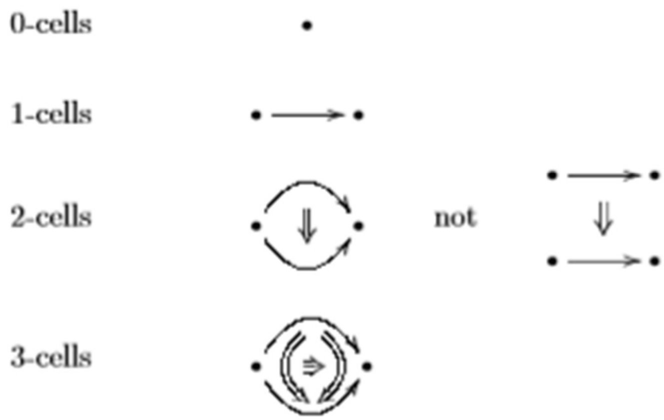
Definition 1-n *A strict n-category is given by*

i) DATA: *a diagram* $C_n \underset{t_n}{\overset{s_n}{\rightrightarrows}} C_{n-1} \underset{t_{n-1}}{\overset{s_{n-1}}{\rightrightarrows}} \cdots \underset{t_2}{\overset{s_2}{\rightrightarrows}} C_1 \underset{t_1}{\overset{s_1}{\rightrightarrows}} C_0$ *in* **Set**

ii) STRUCTURE: *composition and identities*

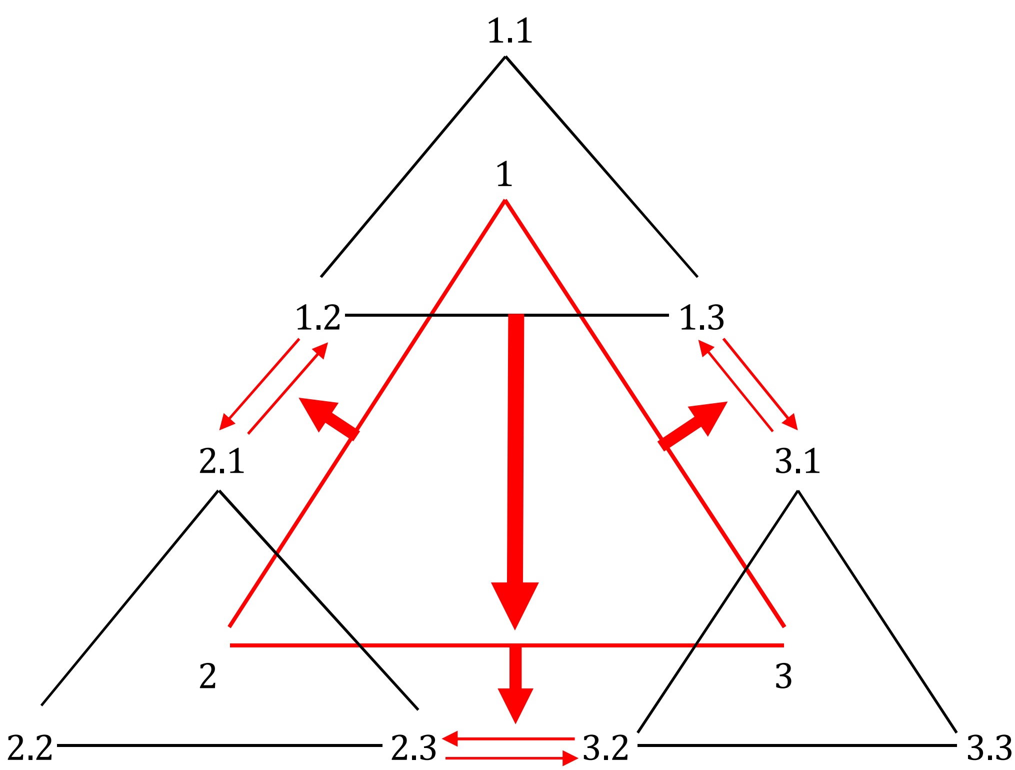
iii) PROPERTIES: *strict associativity and interchange axioms.*

We have to be a bit more careful about our generalised data: we would like our cells to look like this



Demzufolge stellen also die von Bense als „Primzeichen“ (Bense 1981, S. 17 ff.) eingeführten monadischen Relationen (.1.), (.2.), (.3.) 0-cells dar. Die bisher bekannten Semiosen der Form $(x \rightarrow y)$ mit $x, y \in (1, 2, 3)$ sind 1-cells (vgl. Bense 1981, S. 124 ff.). Unser neuer Typus von Semiosen der Form $(x \rightarrow y) \rightarrow (x.y \rightleftarrows y.x)$ sind somit 2-cells.

Es stellt sich also die Frage, ob es auch 3-cells gibt. Tatsächlich gibt es die, wie der folgende Graph zeigt.



(Im obigen Graphen wurde aus Gründen der Übersichtlichkeit nur einer der drei 3-cells eingezeichnet.) Semiotische 3-cells haben also die Form

$(v \rightarrow w) \rightarrow ((x \rightarrow y) \rightarrow (x.y \rightleftarrows y.x))$.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Cheng, Eugenia/Lauda, Aaron, Higher Dimensional Categories. Cambridge, U.K., 2004

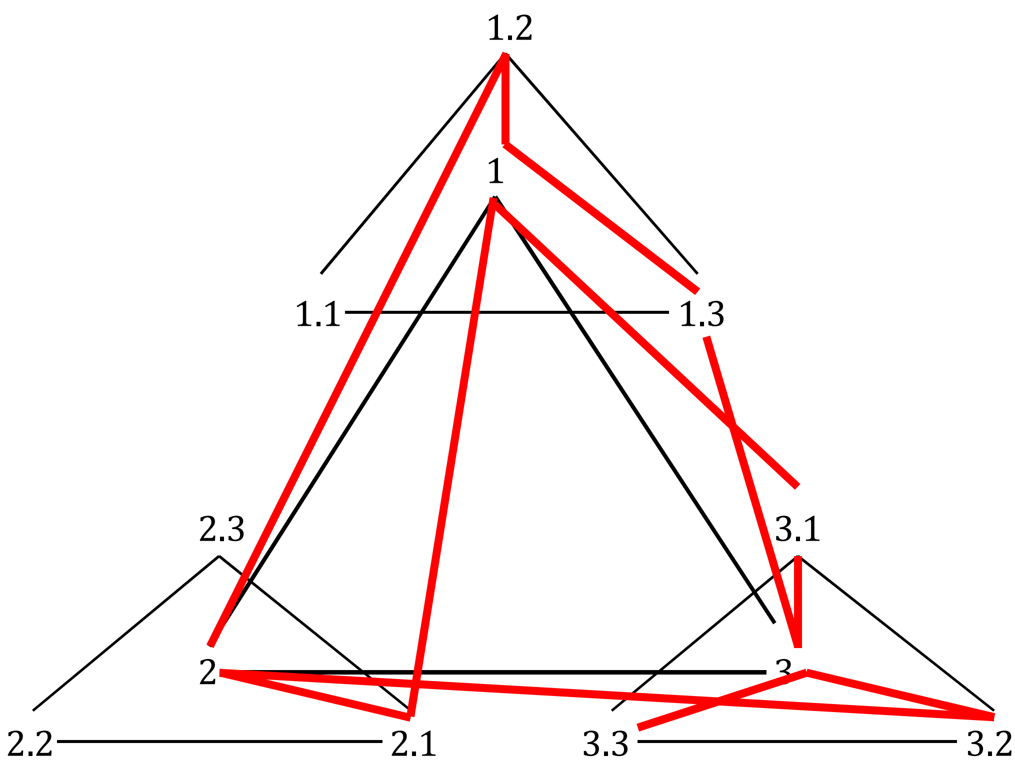
Toth, Alfred, Benses Schema der Zeichenbezüge. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019a

Toth, Alfred, Graphentheoretische Fundierung der semiotischen Kategorien. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019b

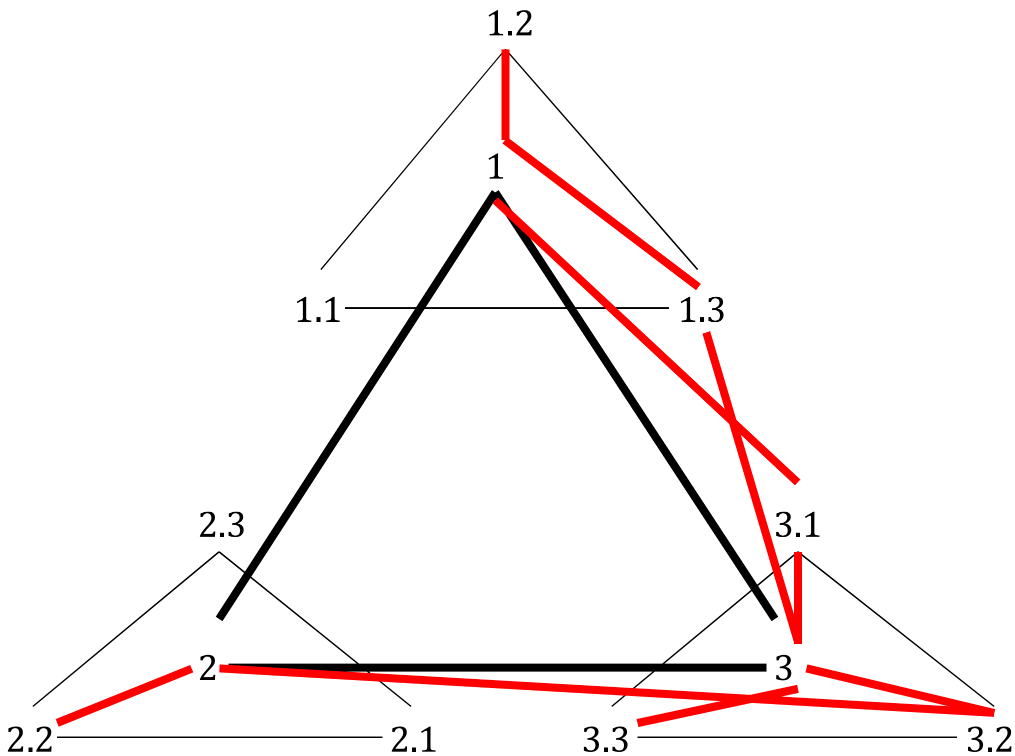
Die graphentheoretischen Strukturen der raumsemiotischen Kategorien

1. Daß das System der Semiosen zwischen den Subzeichen der von Bense (1975, S. 37) eingeführten semiotischen Matrix sehr viel komplexer ist, als dies aus der Matrix oder der kategorientheoretischen Notation ablesbar ist, hatten wir bereits in Toth (2019) sowie einigen weiteren Arbeiten angedeutet. Im folgenden konzentrieren wir uns auf den Objektbezug des Zeichen, den Bense belanntlich zur Definition der drei Basiskategorien seiner Raumsemiotik benutzt hatte (vgl. Bense/Walther 1973, S. 80).

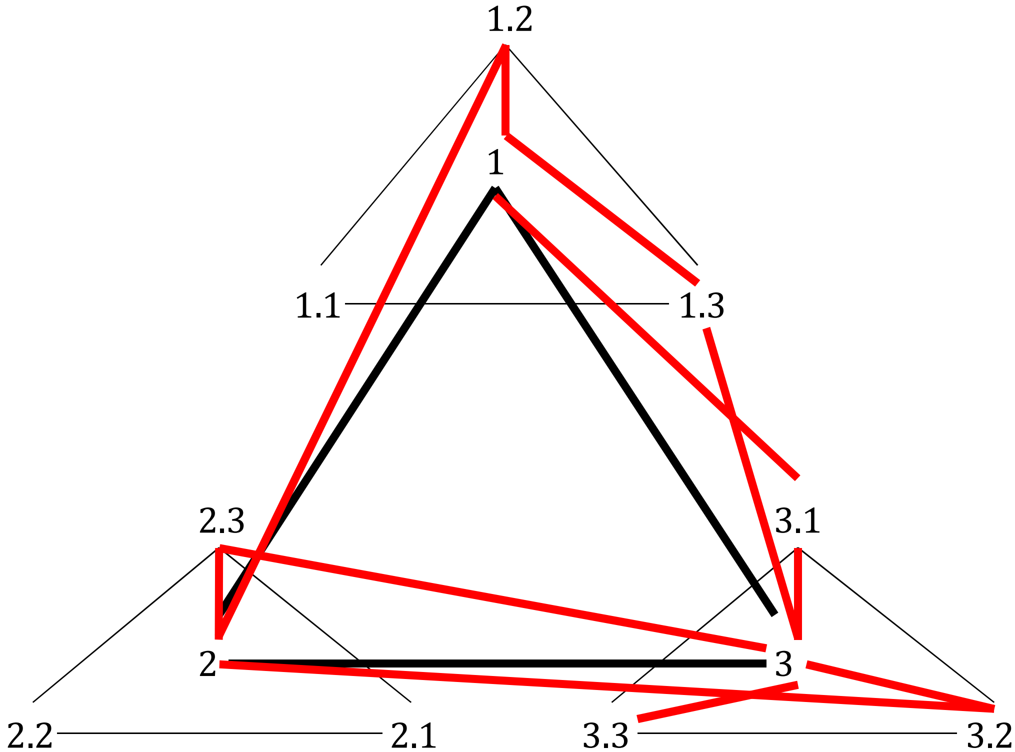
2.1. Graphentheoretische Struktur von Systemen (2.1)



2.2. Graphentheoretische Struktur von Abbildungen (2.2)



2.3. Graphentheoretische Struktur von Repertoires (2.3)



Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Benses Schema der Zeichenbezüge. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019